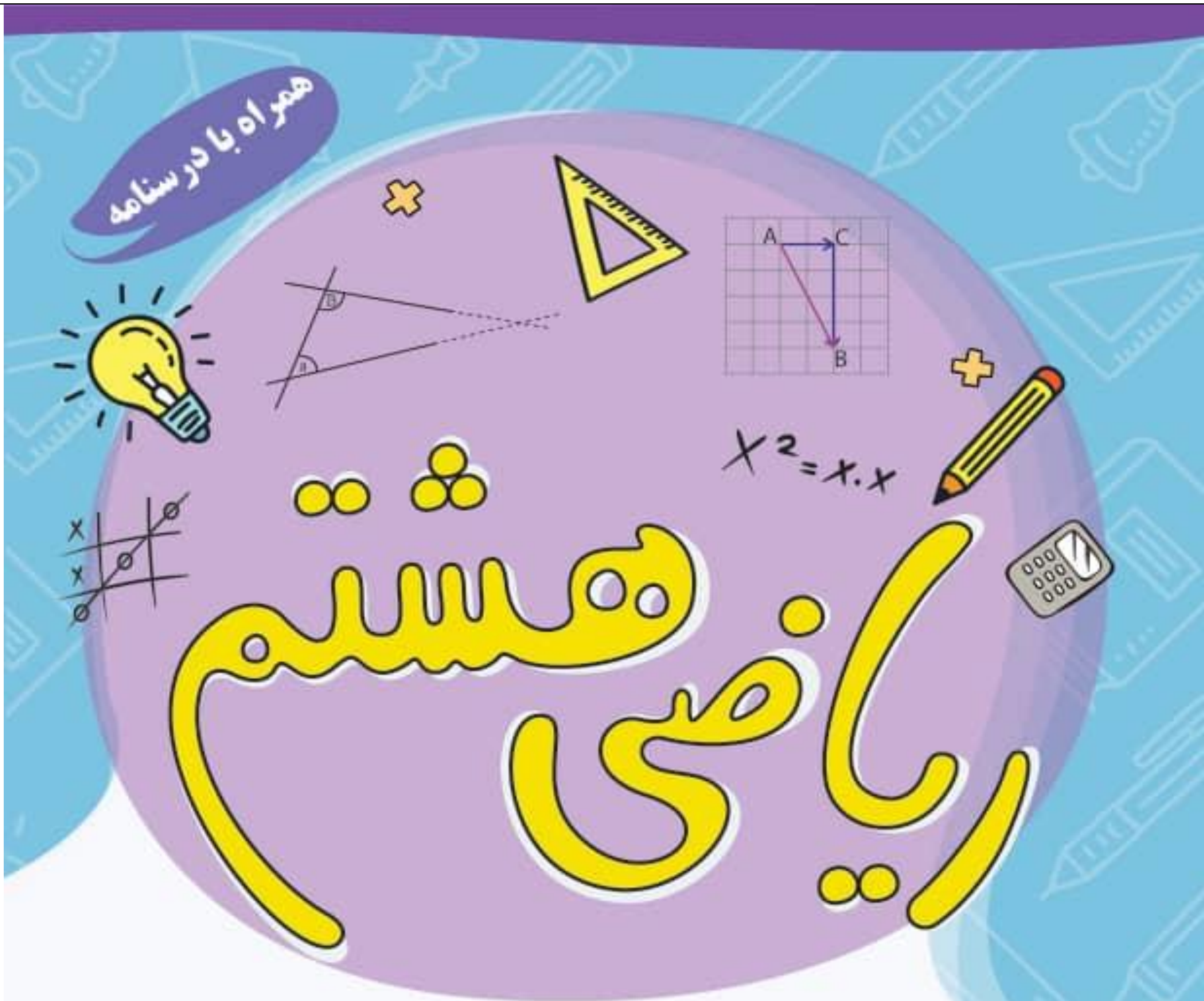


ریاضی هشتم

- نکات و توضیحات کتاب ریاضی
- پایه هشتم
- دوره اوّل متوسطه
- گروه آموزشی ریاضی متوسطه اول استان خوزستان

فصل چهارم: جبر و معادله

سیده مریم علوی فر- سیده سمیه علوی فر

مدرسه تعطیل است ولی آموزش تعطیل نیست.

بسمه تعالی

درسنامه، نکات و تمرینات فصل چهارم ریاضی پایه هشتم. گرد آورنده: سیده مریم علوی فر، سیده سمیه علوی فر

درس اول: ساده کردن عبارت های جبری

یادآوری

عبارت جبری: هر ترکیبی از عدد یا حروف که به وسیله ی عمل های جبری مانند جمع، تفریق، ضرب و تقسیم به هم مربوط شوند. مانند: $5x$، $\frac{2}{3a}$، $9a^2 - 4c$

توجه کنید: در یک جمله ای ها علامت ضرب بین عدد و حروف، یا ضرب بین حروف را نمی نویسیم یا اگر هم بخواهیم علامت ضرب قرار دهیم با یک نقطه بین حروف، یا با قرار دادن آن ها در پرانتز نشان می دهند.

یک جمله ی جبری: اگر در یک عبارت جبری بین حروف و اعداد فقط از علامت ضرب استفاده شود، آنگاه تشکیل جمله ای می دهد. مانند: $2x^2$، $8a^2b$

چند جمله ی جبری: اگر دو یا چند، یک جمله ای غیرمتشابه را با هم جمع یا تفریق کنیم، آنگاه تشکیل یک چند جمله ای جبری می دهد.

مثال: (سه جمله ای) $2a - 6 + 4x$

(دو جمله ای) $-3a + 5b$

نکات مهم

هر عدد به توان یک برابر با خودش است. $x^1 = x$

یک به توان هر عدد دلخواه، برابر با یک است. $1^x = 1$

صفر به توان هر عدد غیرصفر برابر صفر می شود. $0^x = 0$ و $(x \neq 0)$

سه عدد غیرصفر به توان صفر برابر یک می شود. $x^0 = 1$ و $(x \neq 0)$

در ضرب دو عبارت توان دار با پایه های مساوی، یک پایه را نوشته و توان ها را با هم جمع می کنیم. $x^a \times x^b = x^{a+b}$

مربع یا مجذور یک عدد x^2

مکعب یک عدد x^3

توجه: لطفا مباحث جبر از کتاب درسی هفتم جهت یادآوری مطالعه گردد.

جملات متشابه: جملاتی که قسمت حروفی و توان آن ها عیناً مثل هم باشند را متشابه گویند.

مثال ۱: الف) $\left(۴b \text{ ، } -۹b\right)$

عبارت $۴b$ و $-۹b$ با هم متشابه هستند زیرا قسمت حرفی آن ها یعنی «b» یکسان می باشد.

ب) $\left(-\frac{۶}{۵}x^{۲}yz \text{ ، } ۳x^{۲}yz\right)$

عبارت $-\frac{۶}{۵}x^{۲}yz$ و $۳x^{۲}yz$ با هم متشابه هستند زیرا قسمت حرفی آن ها یعنی «$x^{۲}yz$» یکسان می باشد.

مثال ۲: از بین جمله های زیر، جمله های متشابه را پیدا کنید و آن ها را مشخص کنید.

$$-۸x^{۲},\ \frac{۳}{۵}xy,\ ۶ab^{۲},\ x^{۲},\ \frac{۳}{۴}b^{۲}a,\ ۵xy,\ ۴x^{۲}$$

۱) عبارت $-۸x^{۲}$ و $۴x^{۲}$ و $۱x^{۲}$ با هم متشابه هستند زیرا قسمت حرفی آن ها یعنی $x^{۲}$ یکسان می باشد.
۲) عبارت $\frac{۳}{۵}xy$ و $۵xy$ با هم متشابه هستند زیرا قسمت حرفی آن ها یعنی xy یکسان می باشد.
۳) عبارت $۶ab^{۲}$ و $\frac{۳}{۴}b^{۲}a$ با هم متشابه هستند زیرا قسمت حرفی آن ها یعنی $ab^{۲}$ یکسان می باشد.

ساده کردن عبارت جبری

ابتدا جمله های متشابه را مشخص می کنیم، سپس ضرایب جملات متشابه را جمع یا تفریق کرده و جمله های غیرمتشابه به همان صورت می نویسیم.

مثال ۱: عبارت جبری زیر را ساده کنید.

الف) $۶m^{۲} - ۵y + ۳my + ۱۰m^{۲} + ۷my = (۶ + ۱۰)m^{۲} - ۵y + (۳ + ۷)my$
$= ۱۶m^{۲} - ۵y + ۱۰my$

مثال ۲: ب) $۳(۴x - ۵x) + ۱۵x^{۲} - ۶x = (۳ \times ۴)x - (۳ \times ۵)x + ۱۵x^{۲} - ۶x$

$= ۱۲x - ۱۵x + ۱۵x^{۲} - ۶x = -۹x + ۱۵x^{۲}$

پاسخ: طبق رعایت اولویت ها ابتدا عمل ضرب که مقدم تر بر جمع و تفریق می باشد را انجام می دهیم عدد «۳» را در هر یک از یک جمله ای های درون پرانتز ضرب می کنیم و بقیه جمله را می نویسیم سپس بعد از عمل ضرب عبارت جبری را ساده می کنیم و حاصل را به دست می آوریم.

ب) $۲(xy - ۴) - (۷xy - ۸) = ۲xy - ۸ - ۷xy + ۸ = -۵xy + ۰ = -۵xy$

یک جمله ای یعنی «۲» را در هر یک از جمله های چند جمله ای ضرب می کنیم سپس چند جمله ای که درون پرانتز قرینه می شود. در نتیجه عبارت جبری را ساده می کنیم و حاصل را به دست می آوریم.

تذکر: اگر در یک عبارت جبری جمله های متشابه وجود نداشت آن عبارت قابل ساده شدن نیست.

مثال: الف) $۴x - ۵y$

پاسخ: با هم متشابه نیستند چون قسمت حرفی آن ها «x» و «y» یکسان نمی باشد.

ب) $۲m + ۳a - ۱$

پاسخ: با هم متشابه نیستند چون قسمت حرفی آن ها «a» و «m» یکسان نمی باشد.

ضرب دو جمله ای:

ضریب های عددی در هم و متغیرها نیز در هم ضرب می شوند.

مثال: $۳a(۴b) = (۳ \times ۴)(a \times b) = ۱۲ab$

ضریب a یعنی عدد «۳» را در ضریب b یعنی عدد «۴» ضرب و متغیرها را در هم ضرب می کنیم.

نکته: در ضرب متغیرها اگر متغیرها مثل هم باشند به صورت توان دار نوشته می شوند در غیر این صورت کنار هم نوشته می شوند.

مثال: $-۴n(+۲n) = (-۴ \times ۲)(n \times n) = -۸n^۲$

ضرب یک جمله ای در چندجمله ای: یک جمله ای در هر یک از جمله های چندجمله ای ضرب می شود.

مثال: الف) $۲(۵x - ۳y) = ۲(۵x) - ۲(۳y) = ۱۰x - ۶y$

ب) $\frac{۱}{۳}(۶a - ۱۲b) + ۲(-۵a + ۱۰b) = \frac{۱}{۳}(۶a) - \frac{۱}{۳}(۱۲b) + ۲(-۵a) + ۲(۱۰b)$

$= ۲a - ۴b - ۱۰a + ۲۰b$

ابتدا عدد پشت پرانتز را در یک جمله ای های داخل پرانتز ضرب می کنیم و اگر جملات مشابه داشته باشیم، سپس ساده می کنیم و حاصل عبارت را به دست می آوریم.

ضرب چندجمله ای در چندجمله ای: هر یک از جمله های چند جمله ای اول را در همه جمله های دوم ضرب می کنیم سپس عبارت را ساده می کنیم.

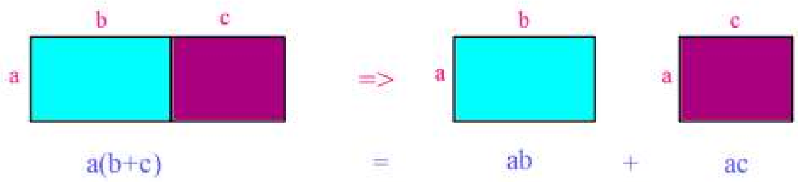
مثال: $(x + ۲)(x + ۱) = x(x) + x(۱) + ۲(x) + ۲(۱) = x^۲ + x + ۲x + ۲ = x^۲ + ۳x + ۲$

نکته: با توجه به اینکه اولویت ضرب نسبت به جمع و تفریق مقدم تر است برای ساده کردن هر عبارت جبری ابتدا ضرب ها را انجام داده سپس جمع و تفریق انجام می دهیم.

مثال: $-۸x^۲y + ۲x(۴xy + ۵) = -۸x^۲y + ۲x(۴xy) + ۲x(۵) = -۸x^۲y + ۸x^۲y + ۱۰x = ۱۰x$

جمله ی اول یعنی «$-۸x^۲y$» را می نویسیم سپس ضرب یک جمله ای در چند جمله ای را طبق توضیحات بالا عمل کرده، یک بار «$۲x$» را در جمله ی اول درون پرانتز یعنی «$۴xy$» و یک بار«$۲x$» را در جمله ی دوم درون پرانتز یعنی«۵» ضرب می کنیم و عبارت به دست آمده را ساده می کنیم.

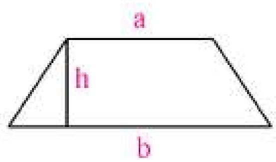
مثال: با توجه به شکل و تساوی مساحت ها در دو قسمت یک تساوی جبری بنویسید.



-

پاسخ: ابتدا یک مستطیل رسم می کنیم و طول آن را به دو قسمت نامساوی تقسیم می کنیم و مساحت آن را به دست می آوریم سپس آن مستطیل را از قسمت طول شکسته و به دو مستطیل با طول های متفاوت ولی عرض های یکسان تقسیم می کنیم سپس مجموع مساحت مستطیل جدید را به دست می آوریم. اگر دو حالت را با هم مقایسه کنیم متوجه می شویم که مساحت هر دو حالت با هم برابر است.

تمرین: مساحت شکل زیر را با عبارت جبری نشان دهید.

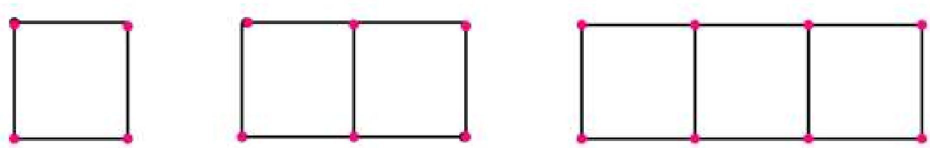


پاسخ: ابتدا مساحت شکل را به صورت فارسی می نویسیم سپس در رابطه به جای کلمات فارسی حروف انگلیسی را قرار می دهیم. در شکل قاعده ها با حروف کوچک a و b و ارتفاع با حرف h نامگذاری شده اند و مساحت را با حرف S نشان می دهیم.

$$\text{مساحت ذوزنقه} = \frac{\text{مساحت قاعده} \times \text{ارتفاع}}{۲} \qquad S = \frac{(a+b) \times h}{۲}$$

نکته: برای به دست آوردن محیط اشکال هندسی مانند تمرین قبل ابتدا محیط شکل موردنظر را به صورت فارسی می نویسیم سپس در رابطه به جای کلمات فارسی حرف انگلیسی را جایگزین می کنیم دقت داشته باشید که محیط را با حرف P نشان می دهیم.

تمرین۱: در شکل زیر تعداد چوب کبریت ها در شکل n ام چند تا است؟



(1) (2) (3)

پاسخ: به رابطه های زیر در هر شکل توجه کنید. با کمی دقت متوجه می شوید که شماره های هر شکل در ۳ ضرب شده سپس یک واحد به آن اضافه شده است بنابراین شکل n ام دارای $۳n + ۱$ چوب کبریت خواهد بود.

تمرین۲: جمله ی n ام الگوی جبری زیر را بنویسید.

$۱, ۴, ۹, ۱۶, ۲۵, \dots, n^{۲}$

پاسخ: دقت داشته باشید شماره هر جمله در خودش ضرب شده و در زیر عدد مورد نظر می نویسیم الگوی مورد نظر به دست آوردیم جمله ی n ام که مشخص می شود $n \times n$ برابر می شود $n^{۲}$.

نکته

عدد دو رقمی ab را با نماد $\overline{ab}$ نمایش می دهیم بنابراین $\overline{ab} = ۱۰a + b$

عدد ۴۷ را می توان به صورت گسترده ۷ + ۴۰ یا $۴ \times ۱۰ + ۷$ نوشت.

مثال: نشان دهید مجموع هر عدد دو رقمی با مقلوب آن همواره مضرب ۱۱ می باشد.

پاسخ: $\overline{ab} + \overline{ba} = ۱۰a + b + ۱۰b + a = ۱۱a + ۱۱b = ۱۱(a + b)$

عدد دو رقمی را با توجه به نکته ی بالا $\overline{ab}$ می نویسیم و با مقلوب آن یعنی $\overline{ba}$ جمع می کنیم و بعد از جایگذاری به جای هر کدام و ساده کردن عبارت حاصل را به دست می آوریم.

مثال: نشان دهید تفاضل هر عدد دو رقمی از مقلوبش مضرب ۹ است.

پاسخ: $\overline{ab} - \overline{ba} = ۱۰a + b - (۱۰b + a) = ۱۰a + b - ۱۰b - a = ۹a - ۹b = ۹(a - b)$

عدد دو رقمی را با توجه به نکته ی بالا $\overline{ab}$ می نویسیم و مقلوب آن یعنی $\overline{ba}$ را از آن کم می کنیم و بعد از جایگذاری به جای هر کدام و ساده کردن عبارت حاصل را به دست می آوریم.

مثال عددی: $۹۲ - ۲۹ = ۶۳ = ۹ \times ۷$

$۸۵ - ۵۸ = ۲۷ = ۹ \times ۳$

درس دوم: پیدا کردن مقدار یک عبارت جبری

هر عبارت جبری شامل یک یا چند متغیره اگر به جای این متغیر ها عدد قرار دهیم حاصل آن عبارت جبری به دست می آید.

دانش آموزان عزیز برای پیدا کردن مقدار یک عبارت جبری در جایگذاری عدد به جای متغیرها به نکته ی زیر دقت کنید.

نکته: در عبارت جبری متغیر را بر می داریم و به جای آن عددی که گفته شده را با پرانتز می گذاریم (اگر پرانتز قرار ندهیم مشکلی پیش نمی آید اما پیشنهاد می کنم که همیشه گذاشتن پرانتز را رعایت کنید)

مثال: مقدار عددی هر یک از عبارت های زیر را به ازای مقادیر $a = ۲$ و $b = -۳$ حساب کنید.

الف) $a + ۴ = (۲) + ۴ = ۶$

به جای متغیر «a» مقداری که در سؤال داده شده جایگزین می کنیم و با عدد بعدی جمع می کنیم و حاصل را به دست می آوریم.

نکته: وقتی یک عددی قبل از یک متغیری چسبیده باشد و یا وقتی چند تا متغیر به هم چسبیده باشند یعنی بین آن ها علامت ضرب وجود دارد طبق نکته ی بالا جایگزین می کنیم و با رعایت اولویت های انجام محاسبات به محاسبه ی حاصل عبارت می پردازیم.

ب) $۲a + ۶b = ۲(۲) + ۶(-۳) = ۴ - ۱۸ = -۱۴$

ابتدا عدد ۲ را می نویسیم و به جای متغیر «a» مقدار مورد نظر در سؤال را جایگزین می کنیم سپس عدد ۶ را می نویسیم و به جای متغیر «b» مقدار داده شده در سؤال را جایگزین می کنیم و حاصل را به دست می آوریم.

مثال: عبارت های جبری زیر را به ازای مقادیر داده شده به دست آورید.

الف) $۵xy - ۲y + ۳ \qquad (x = ۲ \quad , \quad y = -۱)$

$$= ۵(۲)(-۱) - ۲(-۱) + ۳ = -۱۰ + ۲ + ۳ = ۵$$

در جمله ی اول و دوم چون عدد به متغیرها چسبیده است، عدد را می نویسیم و به جای متغیرها مقادیر داده شده آن ها را جایگزین می کنیم و بعد عملیات ضرب، جمع و تفریق را انجام داده و در نتیجه حاصل را به دست می آوریم.

ب) $-۲a + ۵b^۲ - ۳a^۲b^۳ \qquad (a = -۳ \quad , \ b = -۱)$

$$= -۲(-۳) + ۵(-۱)^۲ - ۳(-۳)^۲(-۱)^{-۳} = ۶ + ۵ + ۲۷ = ۳۸$$

در عبارت داده شده متغیرها توان دار می باشند ابتدا عدد چسبیده به متغیرها را می نویسیم و به جای هر متغیر مقدار داده شده را جایگزین کرده و در پرانتز قرار می دهیم، سپس هر متغیری که توان دارد، توان آن را بالای پرانتز مقدار جایگزین شده قرار می دهیم و با رعایت اولویت ها به محاسبه حاصل عبارت می پردازیم.

اعداد زوج و فرد

اعداد زوج: از ضرب عدد ۲ در یک عدد صحیح، یک عدد زوج به دست می آید.

(اگر k یک عدد صحیح باشد، $۲k$ یک عدد زوج است)

مثال: آیا حاصل جمع دو عدد زوج، عددی زوج است؟

پاسخ: فرض می کنیم a و b دو عدد طبیعی زوج باشند، نشان می دهیم:

$$a = ۲n \quad (n \in N) \quad , \ b = ۲m \quad (m \in N) \Rightarrow \ a + b = ۲n + ۲m = ۲(n + m) = ۲k \quad (k \in n)$$

($n + m$ را یک عدد طبیعی مانند k فرض می کنیم)

اگر عدد ۲ در هر عددی ضرب شود حاصل همواره زوج خواهد بود چون تمام اعداد مضرب ۲، زوج هستند.

اعداد فرد: اگر از یک عدد زوج یک واحد کم یا یک واحد به آن اضافه کنیم، عدد فرد به دست می آید.

(اگر h یک عدد صحیح باشد $۲h - ۱$ یا $۲h + ۱$ یک عدد فرد است)

تمرین۱: نشان دهید حاصلضرب یک عدد زوج در یک عدد فرد، عددی زوج است.

پاسخ: فرض می کنیم a عددی طبیعی و زوج و b عددی طبیعی و فرد باشد.

$a = ۲n \quad , \quad b = ۲m - ۱ \quad ; \ (n, m \in N)$

پس a و b را در هم ضرب می کنیم و مقادیر داده شده را جایگزین می کنیم.

$a \times b = (۲n)(۲m - ۱) = ۲ \times n \times (۲m - ۱) = ۲(۲nm - n) = ۲c$

($۲nm - n$ را یک عدد طبیعی مانند c فرض می کنیم)

حاصلضرب هر عدد طبیعی در عدد ۲، عددی زوج است.

تمرین۲: عبارت جبری زیر را به ازای مقادیر داده شده به دست آورید.

$\dfrac{۴xy + ۳z}{-۲x + ۵y} \qquad (x = -۱ \ , \quad y = ۱ \ , \quad z = ۲ \ )$

$= \dfrac{۴(-۱)(۱) + ۳(۲)}{-۲(-۱) + ۵(۱)} = \dfrac{-۴ + ۶}{+۲ + ۵} = \dfrac{۲}{۷}$

ابتدا خط کسری را می کشیم و در صورت کسر عدد «۴» و «۳» با عمل جمع می نویسیم و به جای متغیرها مقادیر داده شده را درون پرانتز جایگزین می کنیم و مخرج کسر را به همین صورت نوشته و محاسبات را انجام داده و حاصل را به دست می آوریم.

تمرین۳: با توجه به رابطه ی x و y ، مقدار y را به دست آورید و جدول زیر را کامل کنید. $\qquad y = -۲x + ۱$

x	y
1	-1
0	1
-1	3

جای x عدد «۱» را در رابطه قرار می دهیم و حاصل به دست آمده را در جدول به جای y می گذاریم نقطه های داده شده در x را به همین صورت در رابطه جایگزین می کنیم و مقدار y را به دست می آوریم.

$y = -۲(۱) + ۱ = -۲ + ۱ = -۱$

$y = -۲(۰) + ۱ = ۰ + ۱ = ۰$

$y = -۲(-۱) + ۱ = ۲ + ۱ = ۳$

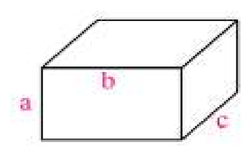
مثال: چرا مجموع دو عدد فرد، عددی زوج می شود؟

$(۲k + ۱) + (۲t + ۱) = ۲k + ۲t + ۲ = ۲(k + t + ۱) \Rightarrow$ مضرب ۲ است $\Rightarrow$ زوج است

مثال: مجموع دو عدد که یکی زوج و دیگری فرد باشد، زوج می شود یا فرد؟ چرا؟ فرد

$۲n + (۲m + ۱) = ۲n + ۲m + ۱ = ۲(n + m) + ۱ \Rightarrow$ عددی فرد است

تمرین۴: الف) مساحت کل مکعب مستطیل رو به رو را به صورت جبری بنویسید.



ب) اگر $a = ۲$ و $b = ۶$ و $c = ۳$ باشند مساحت کل چقدر می شود؟

پاسخ: الف) ابتدا فرمول شکل را به صورت جبری می نویسیم

$$S_{\text{کل}} = Ś + ۲S \Rightarrow Ś = P \times c \Rightarrow ۲(a+b) \times c = ۲ac + ۲bc$$

وقتی مساحت جانبی یعنی «$Ś$» و مساحت مستطیل یعنی «S» را به دست می آوریم $S = a \times b = ab$ مستطیل را در رابطه جایگزین می کنیم.

$$S_{\text{کل}} = ۲ac + ۲bc + ۲ab = ۲(ac + bc + ab)$$

عدد ۲ را در سه جمله فاکتور می گیریم.

ب) بعد از به دست آمدن مساحت کل مقادیر داده شده را جایگزین می کنیم:

$$S = ۲(۱۲ + ۶ + ۱۸) = ۷۲$$

درس سوم: تجزیه ی عبارت های جبری

در تجزیه (تبدیل به ضرب یا فاکتورگیری) عبارت های جبری به روش های زیر عمل می کنیم:

گام۱: اگر هر دو عبارت عدد داشتن «ب.م.م» آن دو عدد را می نویسیم.

گام۲: حروف انگلیسی را با کمترین توانی که در جملات دارند می نویسیم.

گام۳: تمام جملات را بر جمله مشترک به دست آمده تقسیم کرده و حاصل را داخل پرانتز می نویسیم.

مثال: الف) $۷abc + ۳ab$

ابتدا دو عبارت را تجزیه و عامل های مشترک را مشخص می کنیم:

$$\left.\begin{aligned} ۷abc &= ۷ \times a \times b \times c \\ ۳ab &= ۳ \times a \times b \end{aligned}\right\} \Rightarrow \quad ۷abc + ۳ab = ab(۷c + ۳)$$

ب) $۹x^۲y^۳ - ۱۵x^۳y^۲$

پاسخ:

$$\left.\begin{aligned} ۹x^۲y^۳ &= ۳ \times ۳ \times x \times x \times y \times y \times y \\ ۱۵x^۳y^۲ &= ۳ \times ۵ \times x \times x \times x \times y \times y \end{aligned}\right\} \Rightarrow \quad ۹x^۲y^۳ - ۱۵x^۳y^۲ = ۳x^۲y^۲(۳y - ۵x)$$

پ) $\frac{x^۲y+x^۲z}{x^۲y-x^۲z}$

پاسخ: علامت صورت و مخرج شبیه هم هستند فقط علامت بین آن ها متفاوت می باشد، پس یکی از دو عبارت را تجزیه کرده و جایگزین می کنیم در صورت ساده شدن کسر مورد نظر را ساده می کنیم و حاصل را به دست می آوریم.

$$\left.\begin{array}{l} x^۲y = x \times x \times y \\ \\ x^۲z = x \times x \times z \end{array}\right\} \Rightarrow \quad x^۲ = (y+z)$$

$$\frac{x^۲y+x^۲z}{x^۲y-x^۲z} = \frac{x^۲(y+z)}{x^۲(y-z)} = \frac{(y+z)}{(y-z)}$$

نکته: اگر عبارت جبری را بخواهیم به توان برسانیم آن را به تعداد توانش ضرب می کنیم.

مثال: $(x+y)^۲ = (x+y)(x+y) = x^۲ + xy + xy + y^۲ = x^۲ + ۲xy + y^۲$

پاسخ: ابتدا چند جمله ای را به صورت ضرب دو پرانتز می نویسیم سپس مراحل ضرب چند جمله ای در چند جمله ای انجام می دهیم و عبارت جبری را ساده می کنیم و حاصل را به دست می آوریم.

تذکر: به توان رساندن یک عبارت جبری به این معنی نیست که هر جمله آن را به توان برسانیم.

$$(x+y)^۲ \neq x^۲ + y^۲$$

تمرین۱: عامل های مشترک دو جمله ی جبری را بنویسید.

الف) $۴۴a^۲,\ ۸۸a^۲b$

پاسخ: ابتدا «ب.م.م»، $(۴۴,۸۸) = ۴۴$ را به دست می آوریم حرف «$a^۲$» مشترک است با توان یکسان. در نتیجه عامل مشترک برابر $۴۴a^۲$ می باشد.

تمرین۲: عبارت های جبری زیر را ساده کنید.

الف) $(۲x - ۳y)^۲ = (۲x - ۳y)(۲x - ۳y)$

$$= (۲x \times ۲x) + ۲x(-۳y) - ۳y(۲x) - ۳y(-۳y) = ۴x^۲ - ۶xy - ۶xy + ۹y^۲$$

$$= ۴x^۲ - ۱۲xy + ۹y^۲$$

ب) $a^۲ + b^۲ - (a-b)^۲$

پاسخ: ابتدا چندجمله ای را به صورت ضرب دو پرانتز می نویسیم و طبق مراحل گفته شده حاصل را به دست می آوریم.

$$(a-b)(a-b) = a^۲ - ab - ab + b^۲ = a^۲ - ۲ab + b^۲$$

سپس حاصل به دست آمده را در عبارت جایگزین می کنیم و عبارت درون پرانتز را قرینه می کنیم.

$$= a^۲ + b^۲ - (a^۲ - ۲ab + b^۲) = a^۲ + b^۲ - a^۲ + ۲ab - b^۲ = ۲ab$$

درس چهارم: معادله

معادله: معادله یک تساوی جبری است که به ازای مقادیر خاصی از مجهول برقرار باشد.

حل معادله: برای حل یک معادله باید ابتدا تمام مقداری عددی را به یک تساوی انتقال دهیم و در نهایت با تقسیم کردن مقدار عددی به دست آمده (عدد معلوم) بر ضریب مجهول جواب معادله به دست می آید.

تذکر: وقتی عددی را از یک طرف تساوی به طرف دیگر انتقال دهیم باید علامت آن را تغییر دهیم.

مثال: $۷a - ۲ = ۱۹$

$$۷a = ۱۹ + ۲ \quad \Rightarrow \quad a = \frac{۲۱}{۷} = ۳ \quad \Rightarrow \quad a = ۳$$

ابتدا معادله را مرتب می کنیم معلوم ها یک طرف تساوی و مجهول ها در طرف دیگر تساوی قرار می دهیم. سپس بعد از ساده کردن عدد معلوم را بر ضریب مجهول تقسیم می کنیم و مقدار مجهول را به دست می آوریم.

نکته: اگر در معادله پرانتز داشته باشیم با رعایت اولویت ها و با انجام ضرب،پرانتز را از بین می بریم آن گاه معادله را حل می کنیم.

مثال: $۱۲(m - ۲) = ۶m$

پاسخ: $۱۲m - ۲۴ = ۶m \quad \Rightarrow \quad ۱۲m - ۶m = ۲۴ \quad \Rightarrow \quad ۶m = ۲۴ \quad \Rightarrow \quad m = \frac{۲۴}{۶} \quad \Rightarrow \quad m = ۴$

عدد پشت پرانتز را در هر یک از جمله های درون پرانتز ضرب می کنیم سپس معادله را حل می کنیم.

حل معادلات جبری کسری: برای حل معادلات جبری کسری به روش زیر عمل می کنیم.

۱) حل معادلات کسری به روش طرفین وسطین: از روش طرفین وسطین زمانی استفاده می کنیم که فقط دو کسر مساوی داشته باشیم در این روش صورت هر کسر در مخرج کسر دیگر ضرب شده و مخرج ها را حذف می کنیم.

مثال: $\frac{۲x+۱}{۳} = \frac{x-۱}{۴}$

پاسخ: $۴(۲x + ۱) = ۳(x - ۱) \quad \Rightarrow ۸x + ۴ = ۳x - ۳ \quad \Rightarrow ۸x - ۳x = -۳ - ۴$

$$\Rightarrow ۵x = -۷ \ \Rightarrow x = \frac{-۷}{۵}$$

صورت کسر سمت چپ را باید در ۴ و صورت کسر سمت راست را در ۳ ضرب می کنیم سپس عدد پشت پرانتز را در هر یک از جمله های درون پرانتز ضرب می کنیم آن گاه معادله را حل می کنیم.

تذکر: اگر یکی از عبارت ها بعد از مساوی مخرج نداشت، به آن مخرج می دهیم و طبق مثال قبل معادله را حل می کنیم.

مثال: $\frac{۵x-۳}{۴}=\frac{۲x+۶}{۱}$

پاسخ: $۱(۵x-۳)=۴(۲x+۶) \Rightarrow ۵x-۳=۸x+۲۴ \Rightarrow ۵x-۸x=۲۴+۳$

$-۳x=۲۷ \Rightarrow x=\frac{-۲۷}{۳} \Rightarrow x=-۹$

چون عبارت بعد از مساوی مخرج ندارد به آن مخرج ۱ می دهیم صورت کسر اولی را باید در۱ و صورت کسر دومی را باید در ۴ ضرب کنیم.

۲) حل معادلات کسری به روش حذف مخرج یا مخرج مشترک: روش مخرج مشترک گرفتن برای کسرها را بلدیم برای معادلات کسری هم می توانیم همان کار را انجام دهیم اما در معادلات کسری به مخرج کسرها احتیاجی نداریم. به همین دلیل، این روش را حذف مخرج می گوییم.

مثال: $\frac{x+۲}{۱۵}+\frac{x+۱}{۱۰}=\frac{۸x+۱}{۳۰}$

$[۱۵,۱۰,۳۰]=۳۰$ و $\frac{(x+۲)\times ۲}{۱۵\times ۲}+\frac{(x+۱)\times ۳}{۱۰\times ۳}=\frac{(۸x+۱)\times ۱}{۳۰\times ۱}$

$۲\times(x+۲)+۳\times(x+۱)=۸x+۱ \Rightarrow ۲x+۴+۳x+۳=۸x+۱$

$۲x+۳x-۸x=۱-۴-۳ \Rightarrow -۳x=-۶ \Rightarrow x=\frac{-۶}{-۳} \Rightarrow x=۲$

۳) حل مساله به کمک معادله: ابتدا مجهول را با حروف انگلیسی کوچک در نظر می گیریم آن گاه با توجه به مسأله، جمله های فارسی را به عدد و علامت های ریاضی تبدیل می کنیم و با حل معادله جواب را به دست می آوریم.

مثال: از ۴ برابر عددی ۷ تا کم کردیم حاصل ۹ شد آن عدد چیست؟

پاسخ: عددمورد نظر $m \Rightarrow ۴m-۷=۹ \Rightarrow ۴m=۹+۷$

$۴m=۹+۷ \Rightarrow ۴m=۱۶ \Rightarrow m=\frac{۱۶}{۴} \Rightarrow m=۴$

نکته: اعداد متوالی را به صورت $(n,n+۱,n+۲,\dots)$ و اعداد فرد یا زوج متوالی را به صورت $(n,n+۲,n+۴,\dots)$ نشان می دهیم.

مثال: مجموع سه عدد فرد متوالی ۵۷ می باشد عدد کوچکتر چند است؟

پاسخ: $n+(n+۲)+(n+۴)=۵۷ \Rightarrow ۳n+۶=۵۷ \Rightarrow ۳n=۵۷-۶$

$۳n=۵۱ \Rightarrow n=\frac{۵۱}{۳} \Rightarrow n=۱۷ \Rightarrow \{۱۷,۱۹,۲۱\} \Rightarrow$ عدد کوچکتر $=۱۷$

دانش آموز عزیز با مرور نکات ارائه شده و برای یادگیری بیشتر، تمرین های این فصل از کتاب درسی را حل کنید