

فصل سوم: چند ضلعی ها

چند ضلعی: به هر خط شکسته ی بسته به شرطی که اضلاعش همدیگر را قطع نکنند، چند ضلعی می گوئیم.



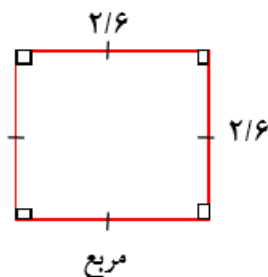
شکل های زیر چند ضلعی نیستند:



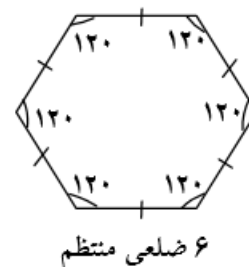
چند ضلعی منتظم: اگر در یک چند ضلعی، همه ی ضلع ها با هم و همه ی زاویه ها با هم مساوی باشند، چند ضلعی را منتظم گویند.



مثلث متساوی الاضلاع

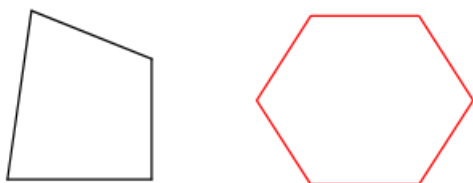


مربع



۶ ضلعی منتظم

چند ضلعی محدب (کوژ): به چند ضلعی که همه ی زاویه های آن کوچکتر از 180° درجه باشد، چند ضلعی محدب (کوژ) گویند.

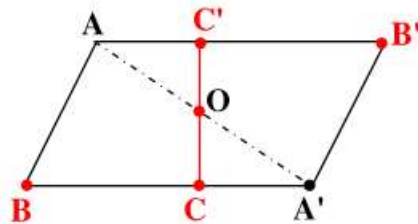


چند ضلعی مقعر (کاو): چند ضلعی که حداقل یک زاویه بزرگتر از 180° درجه باشد مقعر یا کاو گویند.

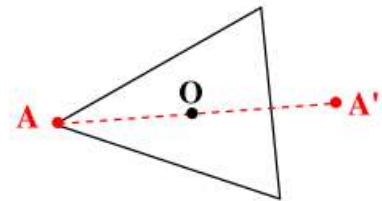


مرکز تقارن: اگر نتیجه دوران 180° درجه ای یک شکل حول یک نقطه روی شکل قرار گیرد می‌گوییم شکل مرکز تقارن دارد.

تشخیص مرکز تقارن: برای اینکه مشخص می‌کنیم یک نقطه مرکز تقارن شکل است یا نه، از هر نقطه روی شکل به نقطه ی داده شده وصل کرده و به همان اندازه ادامه می‌دهیم. اگر نقطه ی حاصل روی شکل قرار گرفت، نقطه ی داده شده مرکز تقارن می‌باشد در غیر این صورت مرکز تقارن نیست.



(O مرکز تقارن است)



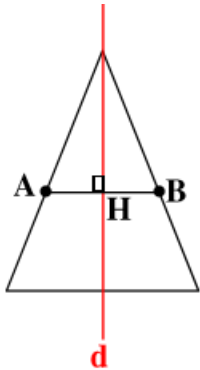
(O مرکز تقارن نیست)

در چند ضلعی های منتظم اگر تعداد ضلع ها زوج باشد، مرکز تقارن دارند و اگر تعداد ضلع ها فرد باشند، مرکز تقارن ندارند.

۸ ضلعی منتظم مرکز تقارن دارد ولی ۵ ضلعی منتظم مرکز تقارن ندارد.

محور تقارن (خط تقارن): خطی است که اگر کاغذ را روی آن تا کنیم همه ی نقاط شکل روی هم قرار گیرند.

تشخیص محور تقارن: از هر نقطه روی شکل بر خط عمود کرده و به همان اندازه ادامه می دهیم، اگر نقطه حاصل روی شکل قرار گرفت، خط رسم شده محور تقارن می باشد.

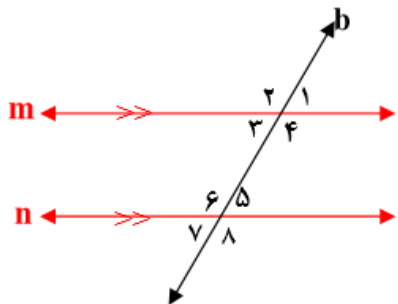


در مثلث متساوی الساقین خط d محور تقارن است زیرا $\overline{AH} = \overline{BH}$.

چند ضلعی های منتظم به تعداد ضلع هایشان محور تقارن دارند.

۵ ضلعی منتظم پنج محور تقارن و ۶ ضلعی منتظم شش محور تقارن دارد.

توازی و تعامد: اگر خطی مانند b دو خط m و n را چنان قطع کند که روی آن ها زاویه های مساوی ایجاد کند، می گوییم m با n موازی است. به خط b مورب گویند.



$$\hat{1} = \hat{5} = \hat{3} = \hat{7}, \quad \hat{2} = \hat{6} = \hat{4} = \hat{8}$$

نکات:

اگر دو خط با هم موازی نباشند آن ها را متقاطع گویند.

اگر خط موربی دو خط موازی را قطع کند روی آن ۸ زاویه ایجاد میشود که ۴ زاویه تند آن با هم و چهار زاویه باز آن با هم مساوی اند.

دو خط موازی با یک خط با هم موازی هستند.

دو خط عمود بر یک خط با هم موازی هستند.

اگر خطی بر یکی از دو خط موازی عمود باشد بر دیگری نیز عمود است.

چهار ضلعی ها»»»

متوازی الاضلاع: چهار ضلعی که ضلع های روبروی آن دو به دو با هم مساوی اند.

مستطیل: متوازی الاضلاع است که زاویه های قائمه دارد.

مربع: متوازی الاضلاع است که چهار ضلع مساوی و زاویه های قائمه دارد.

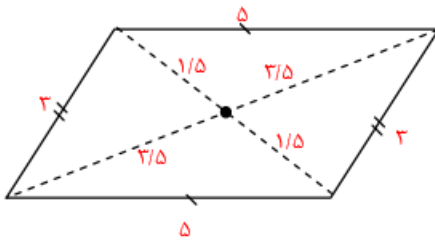
لوزی: متوازی الاضلاع است که چهار ضلع آن برابرند.

خاصیت های متوازی الاضلاع:

ضلع های روبرو با هم موازی و مساوی اند.

زاویه های روبرو با هم مساوی اند.

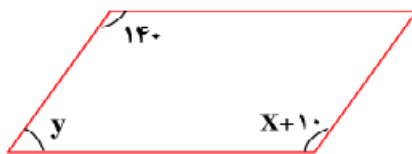
قطرها همدیگر را نصف می کنند و زاویه های مجاور مکمل یکدیگرند.



مستطیل، لوزی و مربع همه ی خاصیت های متوازی الاضلاع را دارند.

دوزنقه: چهار ضلعی است که فقط دو ضلع آن با هم موازی اند.

مثال) شکل زیر متوازی الاضلاع است مقدار x و y را بدست آورید؟

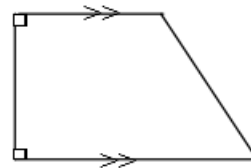
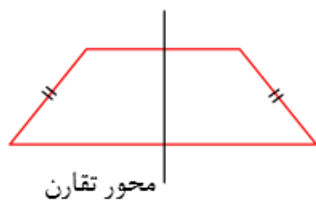


$$x + 10 = 140 \rightarrow x = 140 - 10 = 130$$

$$y + 140 + 130 = 180 \Rightarrow y = 180 - 140 - 130 = -40$$

دوزنقه ای که یکی از ساق ها بر قاعده ها عمود باشد، **دوزنقه ی قائم الزاویه** نامیده می شود.

دوزنقه ای که ساق های آن با هم برابر باشد، **دوزنقه ی متساوی الساقین** نامیده می شود.



زوایای داخلی» مجموع زوایای داخلی هر مثلث ۱۸۰ درجه است.

مجموع زوایای داخلی چند ضلعی:

(n تعداد اضلاع)

$$(n-2) \times 180$$

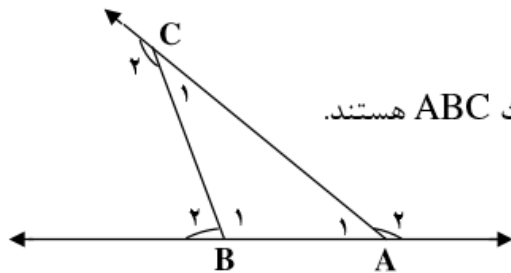
اندازه ی یک زاویه داخلی چند ضلعی منتظم:

$$\frac{(n-2) \times 180}{n}$$

مثال: اندازه ی یک زاویه داخلی ۸ ضلعی منتظم چقدر است؟

$$n=8 \Rightarrow \frac{(8-2) \times 180}{8} = \frac{6 \times 180}{8} = \frac{1080}{8} = 135^\circ$$

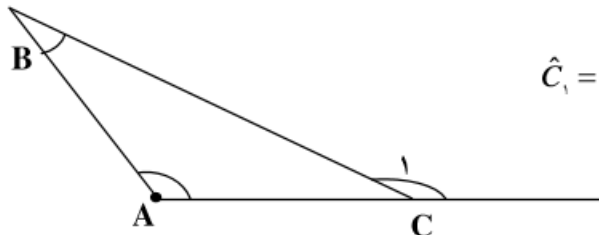
زاویه خارجی: زاویه ای که در هر راس یک چند ضلعی محدب، بین یک ضلع و امتداد ضلع دیگر تشکیل می شود، زاویه خارجی آن راس نامیده می شود.



زاویه های $\hat{A}_1, \hat{B}_1, \hat{C}_1$ زاویه های خارجی مثلث ABC هستند.

مجموع زاویه های خارجی هر چند ضلعی 360° درجه است و اندازه یک زاویه خارجی در n ضلعی منتظم برابر است با 360° درجه تقسیم بر n

در هر مثلث هر زاویه خارجی با مجموع دو زاویه داخلی غیر مجاورش برابر است.



$$\hat{C}_1 = \hat{A} + \hat{B}$$

تعداد قطرهای یک n ضلعی برابر است با $\frac{n(n-3)}{2}$.

مثال) یک شش ضلعی چند قطر دارد؟

$$\frac{6 \times (6-3)}{2} = \frac{6 \times 3}{2} = 9$$