



### مجموعه اعداد صحیح

به اجتماع مجموعه اعداد طبیعی ، قرینه اعداد طبیعی و عدد صفر مجموعه اعداد صحیح (عدد های علامت دار) گفته میشود. این مجموعه را با حرف  $Z$  نشان می دهند.

$$Z = \{ \dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots \}$$

نکته ۱: در این مجموعه اعداد کسری و اعشاری جایی ندارد.

نکته ۲: در مجموعه اعداد صحیح کوچکترین و بزرگترین عضو نا مشخص می باشد.

❖ به عنوان مثال :

در مجموعه اعداد صحیح مثبت  $\{1, 2, 3, \dots\}$  ، بزرگترین عضو نا مشخص است و کوچکترین عضو آن عدد (۱) است.

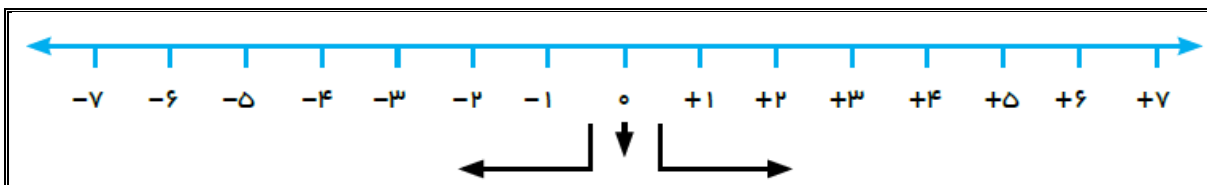
یا در مجموعه اعداد صحیح منفی  $\{ \dots, -3, -2, -1 \}$  ، کوچکترین عضو نا مشخص است و بزرگترین عضو عدد (-۱) است.

نکته ۳: دقت کنید که عدد صفر نه مثبت است و نه منفی.

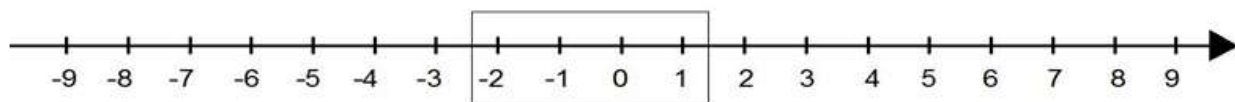
نکته ۴: برای قرینه یک عدد کافیست آن عدد را در یک -۱ ضرب کنیم تا قرینه آن بدست آید.

**مثال** قرینه عدد ۲۲ عدد ۲۲- است و قرینه عدد ۵- عدد ۵ است، چون  $-(-۵) = ۵$

نکته ۵ : محور مجموعه اعداد صحیح به صورت مقابل می باشد :



**مثال** مجموعه اعداد صحیح بین ۳- و ۲ را روی محور نشان دهید؟



➤ وقتی در سوال می گوید بین دو عدد صحیح، یعنی خود آن دو عدد به حساب نمی آیند.

در اینصورت مجموعه اعداد صحیح بین ۳- و ۲ برابر است با :  $\{-۲, -۱, ۰, ۱\}$

### جمع عددهای صحیح

نکته مهم: از این پس در جمع و تفریق اعداد صحیح مختصرنویسی می کنیم، یعنی پرانتزها را نمی نویسیم و علامت های + را هم، تا حد امکان نمی گذاریم.

**مثال**  $(+۱۲) + (-۱۰) = ۱۲ - ۱۰$

نوع اول: گاهی با برداشتن پرانتز و یا جابجایی دو عدد، مجموع به جمع یا تفریق عددهای طبیعی تبدیل می شود. در این موارد حاصل به سادگی بدست می آید.

**مثال** حاصل جمع های روبرو را بدست آورید؟

$(+۱۳) + (-۴) = ۱۳ - ۴ = ۹$

$(-۴) + (+۶) = -۴ + ۶ = ۶ - ۴ = ۲$

## ریاضی پایه هشتم.....آموزشگاه های هدف / راه رشد..... مدرس : مهندس حسین صفایی خواه

نوع دوم: هرگاه با برداشتن پرانتز جمع یا تفریق عادی بدست نیاید، از قرینه یابی استفاده می کنیم.

حاصل جمع های روبرو را بدست آورید؟

$$(-13) + (-4) = -(13 + 4) = -17$$

$$(-4) + (+1) = -(4 - 1) = -3$$

✓ نکته : برای جمع دو عدد منفی کافیسست، دو عدد را با هم جمع کنیم و علامت منفی را پشت عدد مجموع بگذاریم.

✓ نکته: برای جمع دو عدد که یکی منفی و دیگری مثبت است کافیسست، علامت عددی که بزرگتر است را بگذاریم و سپس عدد کوچک را از بزرگ کم کنیم.

### تفریق عددهای صحیح

تفریق عدد  $b$  از  $a$  را می توان به این صورت بیان کرد که قرینه  $b$  را با  $a$  جمع کنیم. به این کار تبدیل تفریق به جمع نیز گفته می شود.

$$a - b = a + (-b)$$

نحوه مختصر کردن عبارتهای تفریق: پرانتزها را برداشته، عدد اول را با علامتش می گذاریم و عدد دوم را قرینه می کنیم.

**مثال** حاصل عبارتهای زیر را بدست آورید؟

$$(-13) - (-4) = -13 + 4 = 7$$

$$(-4) - (+1) = -4 - 1 = -5$$

$$(+3) - (-4) = 3 + 4 = 7$$

✓ برای جمع و تفریق چند عدد صحیح می توان اعداد منفی را با هم و اعداد مثبت را با هم جمع کنیم.

✓ اگر در عبارتی پرانتز وجود داشته باشد ابتدا باید عمل داخل پرانتز را انجام داد.

## اعداد طبیعی

در دوران ابتدایی با اعداد ۱، ۲، ۳، ... آشنا شده‌اید. به این اعداد مجموعه اعداد طبیعی می‌گویند و این مجموعه را با  $N$  نمایش می‌دهند. این اعداد را به صورت یک مجموعه به شکل زیر نمایش می‌دهند:

$$N = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$$

- ✓ نکته: کوچکترین عدد طبیعی «یک» است.
- ✓ نکته: بزرگترین عدد طبیعی را نمی‌توان مشخص کرد، زیرا هر چقدر عدد بزرگی را تصور کنیم، باز هم عدد طبیعی بزرگتر از آن عدد وجود دارد.

✓ نکته: علامت  $\in$  به معنی عضو بودن و علامت  $\notin$  به معنی عضو نبودن است.

مثال: معنی عبارت  $23 \in N$  این است که: عدد ۲۳ عضو مجموعه اعداد طبیعی است و عبارت  $2 \notin N$  یعنی عدد ۲ - عضو مجموعه اعداد طبیعی نیست.

مثال:  $\frac{1}{4} \notin N$        $0 \notin N$        $-2 \notin N$        $126 \in N$        $1356734 \in N$

### ❖ تمرین در کلاس

(۱) حاصل عبارت های زیر را بدست آورید.

$15 - 8 =$	$-7 + 16 =$	$12 - 10 =$	$-67 - 10 =$
$87 - 12 =$	$-3 + 9 =$	$-15 - 12 + 20 =$	$12 + 23 - 40 =$
$-15 - 5 =$	$-6 + (16) =$	$-12 - (-10) =$	$-67 + (-14) =$

(۲) حاصل عبارت های زیر را بدست آورید.

$$\begin{aligned} -5 + 3 - 2 &= \\ (-17 - 11) + 14 &= \\ -17 - (+18) &= \\ -7 - (-4) + 13 &= \\ -(-5) - 6 &= \\ -7 - 65 + 42 &= \\ -12 - (-3 + 8) &= \\ 12 + (-3 - 9 - 4) &= \end{aligned}$$

(۳) درستی یا نادرستی عبارت های زیر مشخص کنید.

$$-3 \in \mathbb{Z} \quad -2 \notin \mathbb{N} \quad -(-5) \in \mathbb{N} \quad 2/3 \in \mathbb{Z} \quad \frac{-4}{-2} \in \mathbb{N}$$

### مجموعه اعداد گویا

➤ کسرهایی به شکل  $\frac{2}{5}, \frac{-7}{3}, \frac{11}{-13}$  همگی اعدادی گویا هستند. به طور کلی اعداد گویا به شکل زیر تعریف می شوند:

$$Q = \left\{ \frac{a}{b} \mid a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0 \right\}$$

نکته: تمامی اعداد طبیعی، صحیح و اعداد اعشاری جزء اعداد گویا هستند.

$$-0.25 = -\frac{25}{100}$$

$$5 = \frac{5}{1}$$

$$-8/345 = \frac{-8345}{1000}$$

نکته: در کسرها فرق نمی کند که علامت منفی در صورت باشد یا در مخرج و یا اینکه پشت کسر باشد.

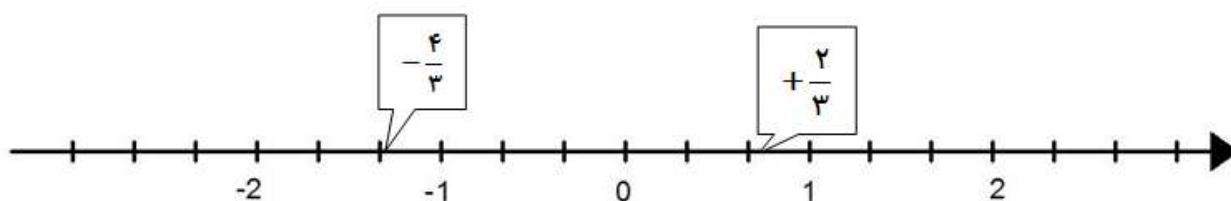
$$\frac{-4}{5} = \frac{4}{-5} = -\frac{4}{5}$$

نکته: اعداد طبیعی زیر مجموعه اعداد صحیح و اعداد صحیح زیر مجموعه اعداد گویا است.

➤ اعداد گنگ یا اصم : اعدادی به صورت  $\pm\sqrt{a}$  را اعداد گنگ یا اصم می گویند. مانند  $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \dots$

### نمایش اعداد گویا روی محور

هر عدد گویا را می توان با نقطه های روی محور و یا با یک بردار مشخص کرد.



### تساوی کسرها

کسر  $\frac{a}{b}$  را در نظر بگیرید. (در این کسر اعداد  $a$  و  $b$ ، هر دو یا یکی از آنها می توانند منفی باشند). اگر صورت و مخرج این کسر را در یک عدد طبیعی غیر صفر ضرب کنیم و یا در صورت امکان بر یک عدد طبیعی غیر صفر تقسیم کنیم، کسرهای حاصل می شوند که این کسرها مساوی هستند.

**مثال:** کسر  $\frac{2}{3}$  را در نظر بگیرید. اگر صورت و مخرج این کسر را در عدد ۲ ضرب کنیم خواهیم داشت:

$$\frac{2 \times (2)}{3 \times (2)} = \frac{4}{6}$$

پس کسر  $\frac{2}{3}$  با کسر  $\frac{4}{6}$  مساوی است.

**مثال:** با توجه به تساوی  $\frac{-2}{5} = \frac{-4}{10}$  سه کسر دیگر را ادامه دهید.

حل:  $\frac{-2}{5} = \frac{-4}{10} = \frac{-6}{15} = \frac{-8}{20} = \frac{-10}{25}$

### جمع و تفریق اعداد گویا

حالت اول: مخرج کسر ها برابر باشد. در این حالت بعد از برداشتن پرانتزها و مختصرنویسی، مانند اعداد صحیح و طبیعی جمع و تفریق انجام می دهیم.

$$\left(\frac{-2}{3}\right) + \left(\frac{4}{3}\right) = \frac{-2}{3} + \frac{4}{3} = \frac{2}{3}$$

مثال:

حالت دوم: مخرج کسر ها برابر نباشد. در این حالت با مخرج مشترک گرفتن، مخرج کسر ها را مساوی می کنیم و سپس اقدام به جمع و تفریق می کنیم.

$$\frac{5}{3} + \frac{6}{7} = \frac{35}{21} + \frac{18}{21} = \frac{53}{21}$$

مثال:

$$.5 + .8 = \frac{5}{10} + \frac{8}{10} = \frac{13}{10} = .13$$

$$-2/3 - 1/2 = \frac{-23}{10} - \frac{12}{10} = \frac{-35}{10} = -3.5$$

$$24 - 10/4 = 13/6$$

$$-17/35 + 5 = -12/35$$

مثال:

### ضرب و تقسیم اعداد گویا

الف- ضرب: برای ضرب دو عدد گویا ابتدا علامت ها را در هم ضرب می کنیم، سپس صورت دو کسر را در هم و مخرج های دو کسر را هم در یکدیگر ضرب می کنیم.

✓ نکته: اگر یک عدد منفی در یک عدد منفی ضرب شود حاصل یک عدد مثبت است.

✓ نکته: اگر یک عدد منفی در یک عدد مثبت ضرب شود حاصل یک عدد منفی است و برعکس.

✓ نکته: اگر یک عدد مثبت در یک عدد مثبت ضرب شود حاصل یک عدد مثبت است.

$$-\frac{5}{3} \times \frac{6}{7} = -\frac{30}{21}$$

مثال:

## ریاضی پایه هشتم.....آموزشگاه های هدف / راه رشد..... مدرس: مهندس حسین صفایی خواه

ب- تقسیم: برای تقسیم دو عدد گویا بر هم، عدد اول را در معکوس عدد دوم ضرب می کنیم. البته می توانیم علامت حاصل را ابتدا مشخص کنیم.

✓ نکته: اگر یک عدد منفی را بر یک عدد منفی تقسیم کنیم حاصل یک عدد مثبت است.  
 ✓ نکته: اگر یک عدد منفی را بر یک عدد مثبت تقسیم کنیم حاصل یک عدد مثبت است و برعکس.  
 ✓ نکته: اگر یک عدد مثبت را بر یک عدد مثبت تقسیم کنیم حاصل یک عدد مثبت است.  
 ✓ نکته: معکوس کسر  $\frac{a}{b}$  برابر است با کسر  $\frac{b}{a}$ . معکوس عدد  $a$  برابر است با  $\frac{1}{a}$ . به زبان ساده معکوس کردن یک عدد یعنی، جای صورت را با مخرج عوض کنیم.

$$-\frac{5}{3} \div \frac{6}{7} = -\frac{5}{3} \times \frac{7}{6} = -\frac{35}{18} \quad \text{مثال:}$$

نکته: در محاسبات ریاضی هتماً باید الویت های زیر به ترتیب انجام شوند.  
 ۱. پرانتز      ۲. توان و جذر      ۳. ضرب و تقسیم (از چپ و راست)      ۴. جمع و تفریق  
 نکته: برای هر دو کسر مساوی رابطه روبرو (طرفین وسطین) برقرار است:  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow ad = cb$   
 نکته: هر کسری که صورتش صفر باشد به شرط آنکه مخرجش صفر نباشد، برابر صفر است. (مخرج کسر نمی تواند صفر باشد)

### ❖ تمرین در کلاس

۱) حاصل جمع و تفریق های زیر را انجام دهید.

$$-\frac{3}{8} + \frac{2}{8} =$$

$$-\frac{3}{7} + \frac{8}{7} =$$

$$\frac{12}{13} + \frac{-21}{13} =$$

$$\frac{3}{8} + \frac{2}{4} =$$

$$-\frac{3}{11} + \frac{1}{2} =$$

$$-\frac{3}{15} + \frac{4}{10} =$$

$$-\frac{3}{20} + \frac{2}{10} =$$

$$\frac{3}{18} + \frac{3}{5} =$$

$$\frac{5}{6} + \frac{-10}{13} =$$



$$\frac{-2}{3} - \frac{2}{3} =$$

$$\frac{-3}{11} - \frac{7}{11} =$$

$$\frac{2}{13} - \left( \frac{-21}{13} \right) =$$

$$\frac{3}{8} - \frac{2}{4} =$$

$$\frac{-3}{11} - \frac{1}{22} =$$

$$\frac{12}{15} - \frac{11}{20} =$$

$$-\frac{3}{16} - \frac{2}{4} =$$

$$\frac{3}{18} - \frac{4}{9} =$$

$$\frac{5}{6} - \frac{-8}{7} =$$

(۲) حاصل عبارت های زیر را بدست آورید.

$$\frac{3}{7} + \frac{4}{7} + \frac{2}{9} =$$

$$\frac{3}{7} - \frac{4}{7} - \frac{2}{7} + \frac{3}{11} =$$

(۳) حاصل ضرب و تقسیم های زیر را بدست آورید.

$$\frac{-3}{8} \times \frac{2}{3} =$$

$$\frac{-3}{7} \times 8 =$$

$$\frac{12}{13} \times (-10) =$$

$$\frac{3}{8} \times \frac{2}{4} =$$

$$\frac{-3}{11} \times \frac{1}{2} =$$

$$\frac{-3}{15} \times \frac{4}{10} =$$

$$-\frac{3}{20} \times \frac{2}{10} =$$

$$-\frac{3}{18} \times \left( -\frac{3}{5} \right) =$$

$$\frac{5}{6} \times \frac{-10}{13} =$$

$$\frac{-3}{8} \div \frac{2}{3} =$$

$$\frac{-3}{7} \div 12 =$$

$$\frac{12}{13} \div (-10) =$$

$$\frac{3}{2} \div \frac{2}{4} =$$

$$\frac{-3}{11} \div \frac{1}{2} =$$

$$\frac{-3}{15} \div \frac{4}{5} =$$

$$-\frac{3}{2} \div \frac{2}{10} =$$

$$-\frac{3}{18} \div \left(-\frac{3}{5}\right) =$$

$$-\frac{5}{6} \div \frac{-10}{13} =$$

۱۴) جملات صحیح و غلط را مشخص کنید.

- قرینه‌ی هر عدد منفی از خود عدد کوچکتر است.  ص  غ
- اعداد گنگ را نمی‌توانیم به صورت کسری بنویسیم.  ص  غ
- حاصلضرب هر عدد مخالف صفر در قرینه‌اش برابر ۱ است.  ص  غ
- حاصل تقسیم  $a \div b$  با حاصلضرب  $a \times \frac{1}{b}$  برابر است.  $b \neq 0$ .  ص  غ
- دو کسر  $\frac{-5}{3}$  و  $\frac{-10}{3}$  با هم برابر هستند.  ص  غ
- حاصلضرب عدد  $\frac{-5}{3}$  در معکوسش برابر عدد  $-1$  است.  ص  غ

۱۵) جاهای خالی را کامل کنید.

- ثلث هر عدد منفی از خود آن عدد ..... است.
- اگر یک عدد کسری مساوی صفر شود حتماً ، ..... آن مساوی صفر است.
- معکوس عدد  $2\frac{3}{4}$  - برابر است با .....
- قرینه قرینه‌ی هر عدد گویا برابر ..... است.
- حاصلضرب  $2\frac{1}{3}$  - در قرینه معکوسش برابر ..... است.
- حاصل عبارت  $1/26 + 0/74$  - برابر است با .....

۶) حاصل عبارت های زیر را بدست آورید.

$$\left(\frac{3}{7} + \frac{4}{7}\right) \times \left(-\frac{2}{9}\right) =$$

$$\left(\frac{3}{7} - \frac{4}{7}\right) \div \left(\frac{2}{7} + \frac{3}{11}\right) =$$

$$\left(\frac{-5}{8} + \frac{7}{12}\right) \div \left(\frac{-1}{6}\right) =$$

$$\left(\frac{25}{24} \times \frac{12}{15}\right) \div \left(-\frac{2}{5}\right) =$$

$$\left(\frac{-7}{12} - \left(\frac{-5}{8}\right)\right) \div \left(\frac{-1}{8}\right) =$$

$$\left(\frac{-4}{21} \times \frac{5}{14}\right) \times \left(-\frac{21}{4}\right) =$$

$$\left(\frac{11}{20} - \left(\frac{-7}{15}\right)\right) \times (-7 - 23) =$$

$$\left(\frac{-18}{15} - \frac{3}{10}\right) \div \left(-\frac{3}{5}\right) =$$

$$(-7 - 12 - (-4)) \times \left(\frac{-5}{8} + \frac{4}{12}\right) =$$

$$\frac{-5}{42} - \left(-\frac{6}{35}\right) =$$

$$\frac{3}{4} \div \left(\frac{5}{12} - \left(-\frac{1}{8}\right)\right) =$$