

تعریف بردار: **با هر پاره خط جهت دار، بردار گفته می شود.**



نکته: هر بردار دارای **ابتدا** و **انتهای** و **جهت** و **اندازه** و **راستایی** باشد که روی بردار زیر مشخص شده اند.



@riazicafe

مثال: راستای بردارهای مقابل با خط چین مشخص شده اند.



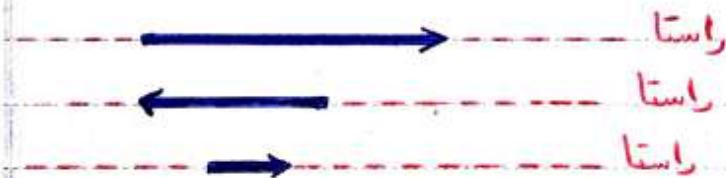
لازم به ذکر است که این دو بردار در یک جهت قرار دارند و راستای آنها با هم یکی است. (راستای هر دو بردار افقی می باشد)

مثال: راستای بردارهای مقابل با خط چین مشخص شده اند.



لازم به ذکر است که جهت این دو بردار مخالف هم دیگر می باشد ولی راستای آنها با هم یکی است. (راستای هر دو بردار افقی است)

مثال: راستای بردارهای مقابل با خط چین مشخص شده اند.



لازم به ذکر است که هر سه بردار داره شده دارای راستای یکسانی می باشند زیرا راستای هر سه بردار افقی می باشد.

مثال: با توجه به بردارهای مقابل؛



الف) راستای هر بردار را مشخص کنید
ب) آیا راستای هر دو بردار یکی است؟

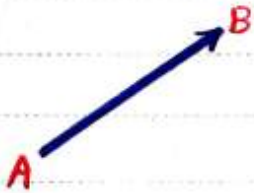
تدریس خصوصی ریاضیات دبیرستان (دوره ی اول و دوم و ...)

همراه: ۰۲۷۲۵۲۰۱۳۷

صفحه

نکته: هر بردار را به دو روش مختلف می توان نامگذاری کرد.

الف) نامگذاری با دو حرف؛ در این روش ابتدا و انتهای بردار داده شده را با حروف بزرگ لاتین (از چپ به راست) نامگذاری می کنیم و سپس علامت « \rightarrow » را در بالای آن حروف می نویسیم



مثال: بردار مقابل را با حروف A و B نامگذاری کرده ایم و آنرا به صورت \overrightarrow{AB} نوشته ایم.

نکته: عبارت \overrightarrow{AB} را به صورت «بردار AB » بخوانید

ب) نامگذاری با یک حرف؛ در این روش بردار داده شده را با یک حرف کوچک لاتین نامگذاری می کنیم و علامت « \rightarrow » را در بالای آن حرف می نویسیم

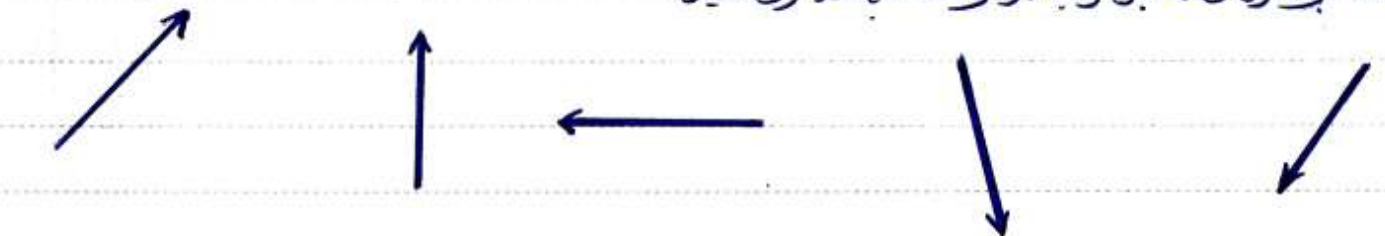


مثال: بردار مقابل را با حرف a نامگذاری کرده ایم

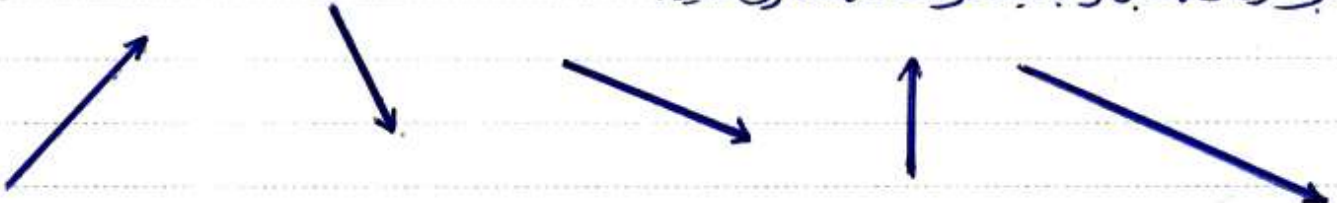
و آنرا به صورت \vec{a} نوشته ایم

نکته: عبارت \vec{a} را به صورت «بردار a » بخوانید

مثال: بردارهای مقابل را با دو حرف نامگذاری کنید.



مثال: بردارهای مقابل را با یک حرف نامگذاری کنید.



نکته: دو بردار هنگامی مساری هستند که هر سه شرط زیر را داشته باشند

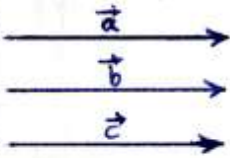
الف) هم راستا باشند

ب) هم جهت باشند

ج) هم اندازه باشند.

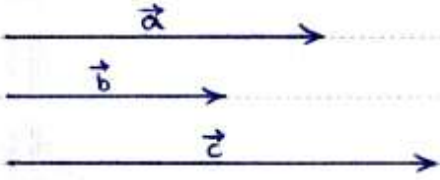


مثال: در شکل مقابل بردارهای \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} با هم مساری هستند.



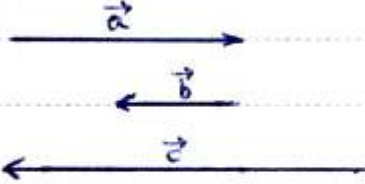
- الف) هم راستا هستند.
- ب) هم جهت هستند.
- ج) هم اندازه هستند.

مثال: در شکل مقابل بردارهای \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} با هم مساری نیستند زیرا:



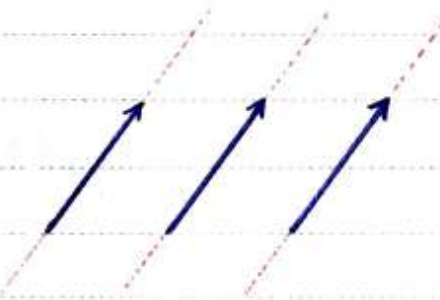
- الف) هم راستا هستند.
- ب) هم جهت هستند.
- ج) هم اندازه نیستند.

مثال: در شکل مقابل بردارهای \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} با هم مساری نیستند زیرا:



- الف) هم راستا هستند.
- ب) هم جهت نیستند.
- ج) هم اندازه نیستند.

مثال: در شکل مقابل هر سه بردار داده شده مساری هستند زیرا هر سه شرط گفته شده را دارند.



نکته: دو بردار همنامی قرینا هستند که دارای سه شرط زیر باشند:

- الف) هم راستا باشند.
- ب) هم اندازه باشند.
- ج) جهت هایشان عکس هم دیگر باشند.

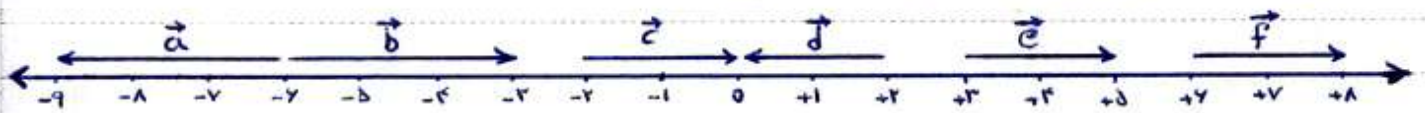
مثال: در شکل های زیر بردارهای \vec{a} و \vec{b} قرینا می باشند یعنی عکس هم دیگر باشند.



$$\vec{a} = -\vec{b}$$

 ← علامت قرینا

مثال: روی محور زیر تعدادی بردار با اندازه‌های مختلف و در جهت‌های مختلف رسم شده است. بردارهای مساوی و بردارهای قرینه را مشخص کنید.



$\vec{a} = -\vec{b}$

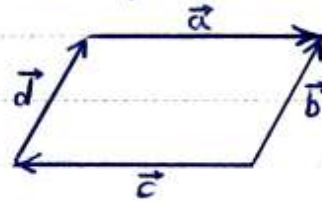
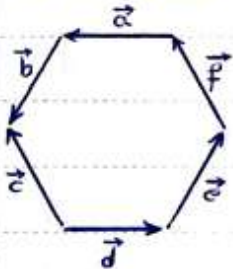
$\vec{c} = -\vec{d}$

بردارهای قرینه

$\vec{e} = \vec{f}$

بردارهای مساوی

مثال: در شکل‌های زیر (شش‌ضلعی منتظم و متوازی الاضلاع) بردارهای مساوی و بردارهای قرینه را نام ببرید.



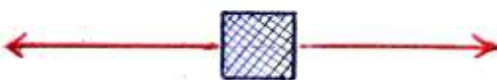
بردارهای مساوی

بردارهای مساوی

بردارهای قرینه

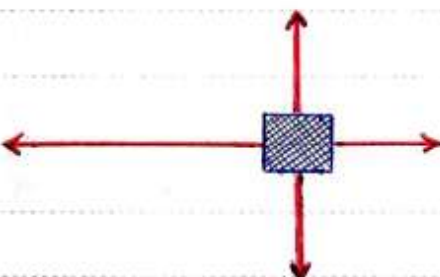
بردارهای قرینه

مثال: با توجه به نیروهایی که به جسم زیر وارد می‌شود، مشخص کنید که جسم به کدام سمت حرکت می‌کند؟



جواب: جسم حرکت نمی‌کند زیرا نیروها هم اندازه و هم راستا ولی در جهت مخالف هم دیگر قرار دارند و اثر همدیگر را از بین می‌برند (همدیگر را خنثی می‌کنند)

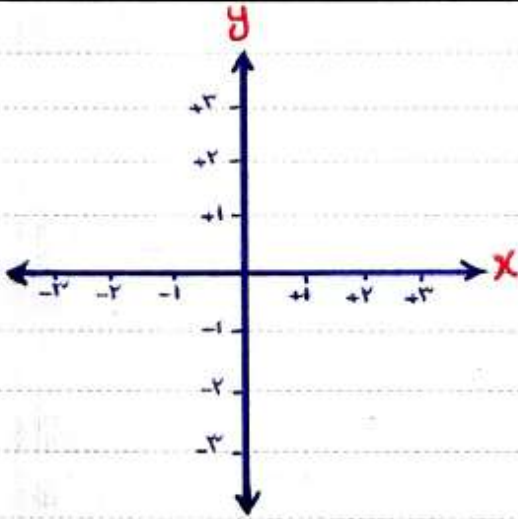
مثال: با توجه به نیروهایی که به جسم زیر وارد می‌شود، مشخص کنید که جسم به کدام سمت حرکت می‌کند؟



جواب:

د دستگاه محورهای مختصات

به شکل مقابل < دستگاه محورهای مختصات > گفته می شود که:



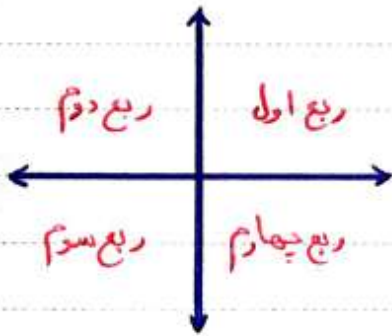
الف) این دستگاه از دو محور عمود برهم تشکیل شده است

ب) محور افقی را محور طول (xها) و محور عمودی را محور عرض ها (yها) می گویند

ج) مثل برخورد این دو محور را « مبدأ مختصات » می گویند

د) روی محور طولها (xها) از مبدأ به سمت راست، عددهای مثبت و به سمت چپ، عددهای منفی نوشته می شود.

ه) روی محور عرضها (yها) از مبدأ به بالا، عددهای مثبت و به پایین عددهای منفی نوشته می شود.



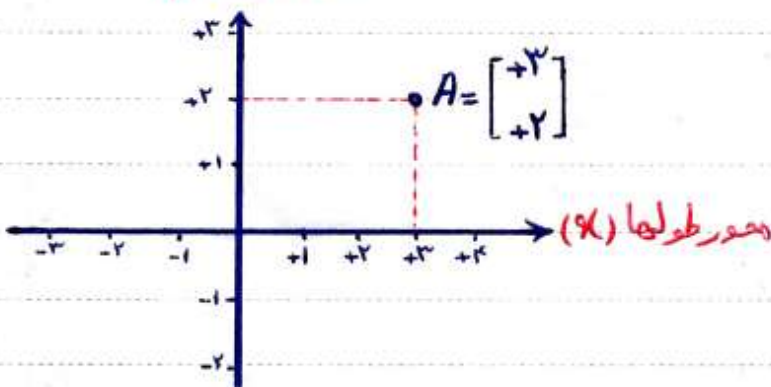
نکته: این دستگاه صفا را به چهار ناحیه (ربع) تقسیم می کند که در دستگاه مختصات مقابل نشان داده شده اند.

نکته: در دستگاه محورهای مختصات، مختصات هر نقطه را به صورت $[\dots]$ نمایش می دهیم که در بالای آن طول نقطه و در پایین آن، عرض نقطه نوشته می شود.

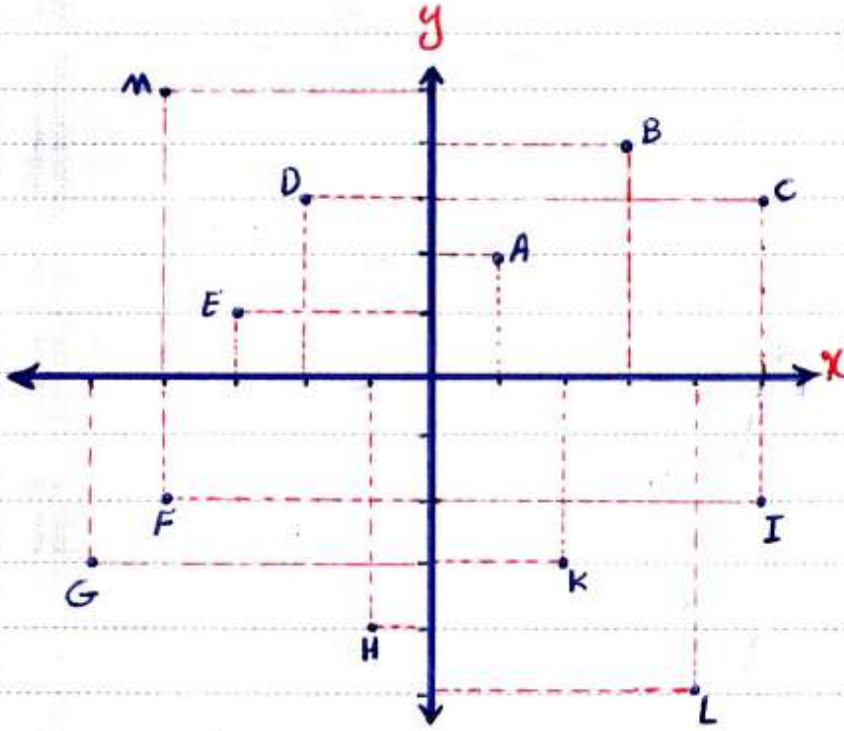
لازم به ذکر است که برای بدست آوردن طول هر نقطه، از آن نقطه عمودی بر محور طولها رسم می کنیم، هر کجا محور طولها را قطع کند، آن عدد طول نقطه می باشد و برای بدست آوردن عرض آن نقطه، از آن عمودی بر محور عرضها رسم می کنیم، هر کجا محور عرضها را قطع کرد، آن عدد عرض نقطه می مورد نظر می باشد.

محور عرضها (y)

مثال: مختصات نقطه A را مشخص کنید.



مثال: مختصات نقاط مقابل را مشخص کنید.



$$A = \begin{bmatrix} +1 \\ +2 \end{bmatrix}$$

$$F = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$$

$$G = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$$

$$H = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$$

$$I = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$$

$$M = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$$

$$L = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$$

$$E = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$$

$$K = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$$

مثال: جای دقیق نقاط مشخص شده را روی دستگاه مختصات مشخص کنید.

$$A = \begin{bmatrix} -۲ \\ -۲ \end{bmatrix}$$

$$F = \begin{bmatrix} -۲ \\ +۱ \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} +۲ \\ -۲ \end{bmatrix}$$

$$G = \begin{bmatrix} -۱ \\ +۲ \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} +۲ \\ -۱ \end{bmatrix}$$

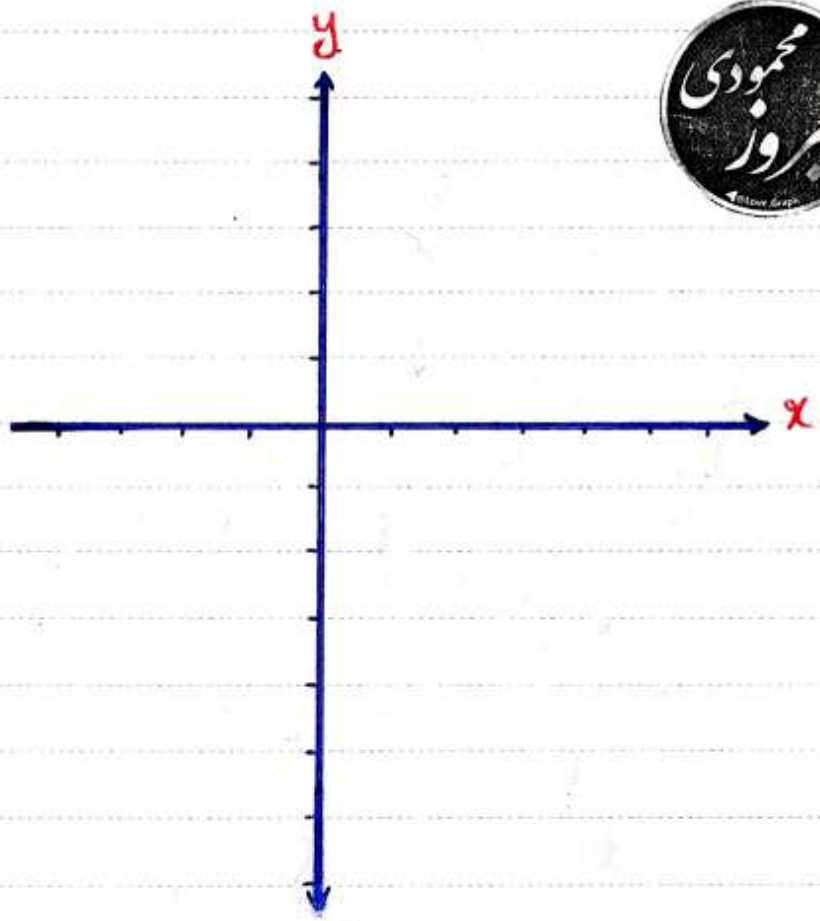
$$H = \begin{bmatrix} -۲ \\ -۲ \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} +۲ \\ -۲ \end{bmatrix}$$

$$I = \begin{bmatrix} -۲ \\ +۲ \end{bmatrix}$$

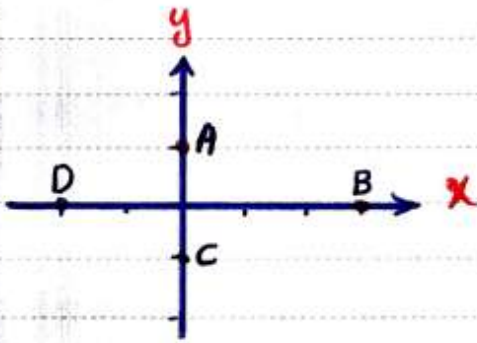
$$E = \begin{bmatrix} +۲ \\ +۵ \end{bmatrix}$$

$$G = \begin{bmatrix} +۵ \\ +۲ \end{bmatrix}$$



تدریس خصوصی ریاضیات دبیرستان (دوره ی اول و دوم و ...)
فیروز محمودی
همراه: ۰۹۱۳۷۰۲۷۲۵۲
صفحه

مثال: مختصات نقاط A, B, C و D را مشخص کنید.



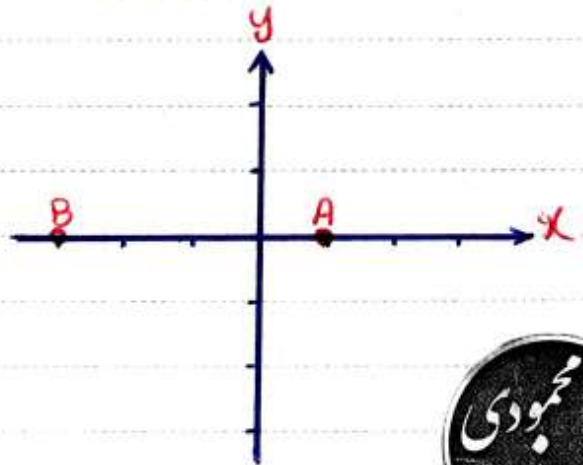
$$A = \begin{bmatrix} 0 \\ +1 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} +2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix}$$

مثال: مختصات نقاط داده شده را روی دستگاه مختصات زیر مشخص کنید.



$$A = \begin{bmatrix} +1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} 0 \\ +2 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} -2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$E = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 \\ -2 \end{bmatrix}$$

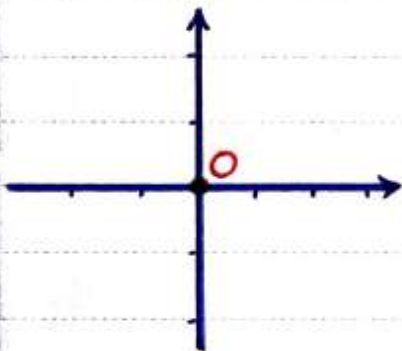
$$F = \begin{bmatrix} +3 \\ 0 \end{bmatrix}$$



با توجه به دو مثال بالا می توان گفت که:

- الف) طول هر نقطه ای که روی محور عرضی ها باشد صفر است.
- ب) عرض هر نقطه ای که روی محور طولی ها باشد صفر است.

نکته: محل برخورد محور طولی و عرضی ها را «**مبدأ مختصات**» می گویند و آن را با حرف **O** نمایش می دهند.



$$O = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

مثال: نقطه‌ای $A = \begin{bmatrix} +20 \\ -70 \end{bmatrix}$ در ربع ----- از صفحه‌ی مختصات قرار دارد.

مثال: نقطه‌ای $B = \begin{bmatrix} -10 \\ +80 \end{bmatrix}$ در ربع ----- از صفحه‌ی مختصات قرار دارد.

مثال: نقطه‌ی $\begin{bmatrix} +۱۶ \\ +۷۲ \end{bmatrix}$ در ربع از صفه‌ی مختصات قرار دارد.

مثال: نقطه‌ی $\begin{bmatrix} -۷۹ \\ -۶۸ \end{bmatrix}$ در ربع از صفه‌ی مختصات قرار دارد.

مثال: مقدار m چقدر باشد تا نقطه‌ی $A = \begin{bmatrix} -۲m-۶ \\ +۷ \end{bmatrix}$ روی محور عرض‌ها واقع شود

پاسخ: واضح است که طول این نقطه $-۲m-۶$ و عرض آن $+۷$ می‌باشد. حال اگر این نقطه بخواهد روی محور عرض‌ها واقع شود، باید طول آن (یعنی $-۲m-۶$) صفر باشد، پس

$$-۲m-۶=۰$$

$$-۲m=+۶$$

$$m=\frac{+۶}{-۲}=-۳$$

یعنی اگر به جای m عدد -۳ قرار دهیم، نقطه‌ی بدست آمده، روی محور طول‌ها قرار می‌گیرد. در واقع داریم:

$$A = \begin{bmatrix} -۲m-۶ \\ +۷ \end{bmatrix} \stackrel{m=-۳}{=} \begin{bmatrix} -۲ \times (-۳) - ۶ \\ +۷ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۰ \\ +۷ \end{bmatrix}$$

و واضح است که نقطه‌ی $\begin{bmatrix} ۰ \\ +۷ \end{bmatrix}$ روی محور عرض‌ها قرار دارد.

مثال: مقدار b چقدر باشد تا نقطه‌ی $\begin{bmatrix} -۵ \\ ۲b-۸ \end{bmatrix}$ روی محور طول‌ها واقع شود

- الف) ۴
- ب) ۴
- ج) ۰
- د) -۸

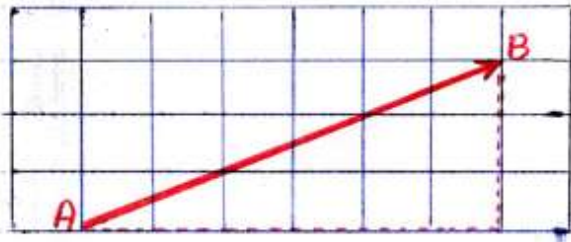
مثال: اگر نقطه‌ی $\begin{bmatrix} -۲m+۴ \\ -b-۳ \end{bmatrix}$ روی مبدأ مختصات واقع باشد، حاصل $m+b$ کدام است؟

- الف) ۵
- ب) -۵
- ج) -۱
- د) هیچکدام

تدریس خصوصی ریاضیات دبیرستان (دوره ی اول و دوم و ...) خیزروز محمودی همراه: ۰۲۷۲۵۲۰۱۳۷۰۹ صفحه



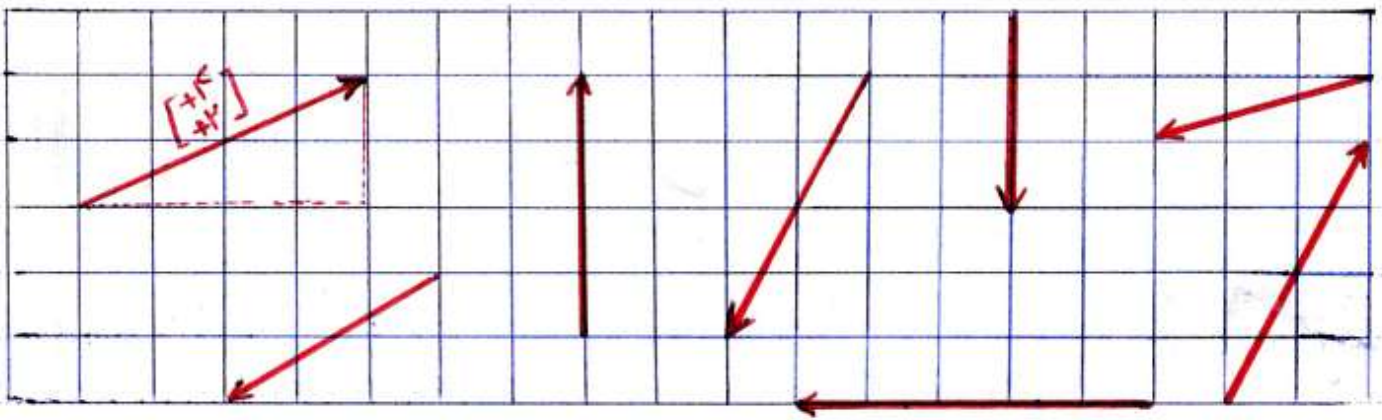
مثال: در شکل مقابل حرکت از نقطه‌ی A به B، با بردار AB نشان داده شده است. اگر بتوانیم نقطه افقی یا عمودی حرکت کنیم (قرار می‌گذاریم) همیشه ابتدا افقی و سپس عمودی حرکت کنیم.



$$\vec{AB} = \begin{bmatrix} +4 \\ +3 \end{bmatrix}$$

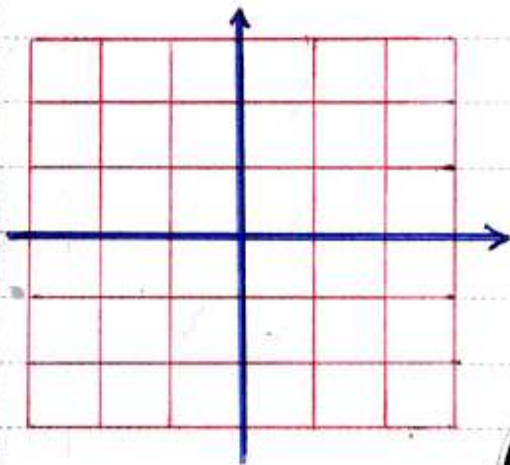
نبا برای این برای رفتن از A به B ابتدا باید ۴ واحد در جهت افقی (+۴) حرکت کنیم و سپس ۳ واحد در جهت عمودی (+۳) حرکت کنیم. بنابراین می‌نویسیم:

مثال: مانند نمونه، مختصات هر بردار را روی آن بنویسید.



مثال: بردار $AB = \begin{bmatrix} +5 \\ -2 \end{bmatrix}$ را در دستگاه مختصات مقابل چنان

رسم کنید که ابتدای آن در نقطه‌ی $A = \begin{bmatrix} -2 \\ +2 \end{bmatrix}$ باشد.

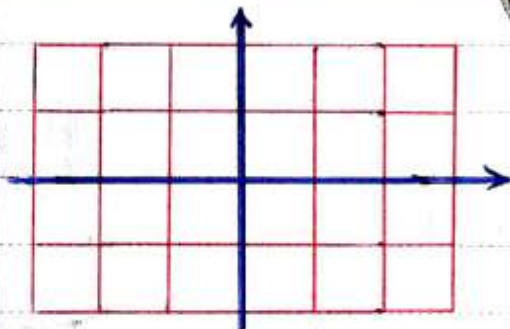


سپس ترینه‌ی بردار AB را نسبت به محور طول‌ها رسم کنید و مختصات آنرا مشخص کنید.



مثال:

الف) نقاط $A = \begin{bmatrix} -3 \\ -2 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} -1 \\ +2 \end{bmatrix}$ را مشخص کنید.



ب) \vec{AB} را رسم کنید و مختصات آنرا بنویسید. $\vec{AB} = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$

ج) ترینه‌ی بردار AB را نسبت به محور عرض‌ها رسم کنید و مختصات آنرا مشخص کنید.

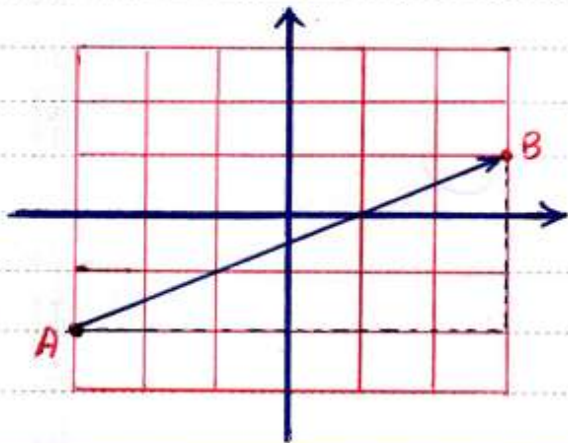
مثال: ابتدا نقطه‌ای $A = \begin{bmatrix} -۳ \\ -۲ \end{bmatrix}$ را مشخص کنید.

سپس بردار $\vec{AB} = \begin{bmatrix} +۶ \\ +۳ \end{bmatrix}$ را رسم کنید و

تساوی زیر را کامل کنید.

انتهای بردار = مختصات بردار + ابتدای بردار

$$\begin{bmatrix} -۳ \\ -۲ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} +۶ \\ +۳ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +۳ \\ +۱ \end{bmatrix}$$



مثال: ابتدا نقاط $A = \begin{bmatrix} -۳ \\ +۱ \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} +۲ \\ -۲ \end{bmatrix}$ را مشخص کنید.

سپس بردار AB را رسم کنید و تساوی زیر را کامل کنید.

$$\begin{bmatrix} -۳ \\ +۱ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} +۵ \\ -۲ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -۲ \\ -۲ \end{bmatrix}$$

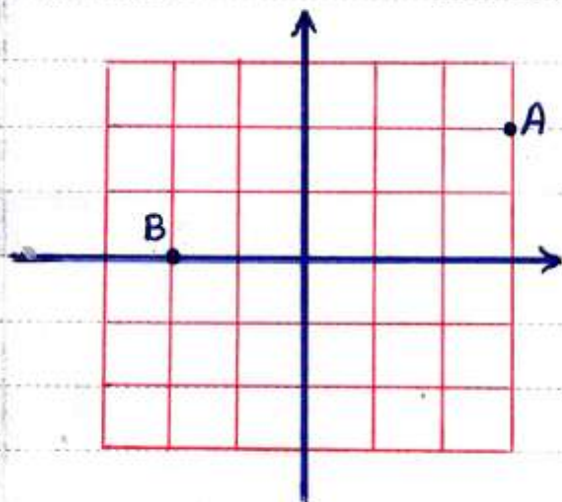


مثال: ابتدا مختصات نقاط A, B را مشخص کنید.

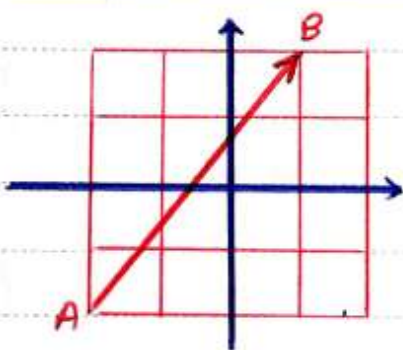
$$A = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$$

سپس بردار AB را رسم کنید و تساوی زیر را کامل کنید.

$$\begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$$



مثال: متناظرا بردار مقابل یک جمع بنویسید.



مثال: تساوی‌های زیر را کامل کنید.

$$\begin{bmatrix} +۷ \\ -۲ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -۲ \\ +۱ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +۵ \\ -۲ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} ۰ \\ -۳ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -۵ \\ ۰ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -۵ \\ ۰ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} +۲ \\ -۲ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} ۰ \\ ۰ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -۲ \\ +۲ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} +۳ \\ -۷ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ۰ \\ +۳ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -۷ \\ +۲ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} +۷ \\ -۲ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -۲ \\ -۲ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} +۵ \\ -۳ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -۱ \\ +۳ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} +۲ \\ +۳ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix}$$

مثال: در جای خالی عدد مناسب بنویسید.

$$\begin{bmatrix} +۲ \\ +۱۵ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -۵ \\ -۷ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -۲ \\ +۸ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -۵ \\ +۷ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -۲ \\ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \\ +۲ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -۲ \\ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \\ +۳ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +۳ \\ -۱ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -۱ \\ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ۰ \\ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -۲ \\ +۳ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \\ -۳ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -۲ \\ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +۵ \\ -۵ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} +۷ \\ -۳ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -۴ \\ ۰ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} +۳ \\ -۲ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +۲ \\ +۷ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -۹ \\ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \\ +۲ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +۱ \\ -۲ \end{bmatrix}$$



$$\begin{bmatrix} ۳x + ۵ \\ -۲ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -۷ \\ -۵y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +۱۰ \\ +۲ \end{bmatrix}$$

مثال: در تساوی مقابل مقدار x و y را بدست آورید.

$$۳x + ۵ + (-۷) = +۱۰$$

$$-۲ + (-۵y) = +۳$$

$$۳x + ۵ - ۷ = +۱۰$$

$$-۲ - ۵y = +۳$$

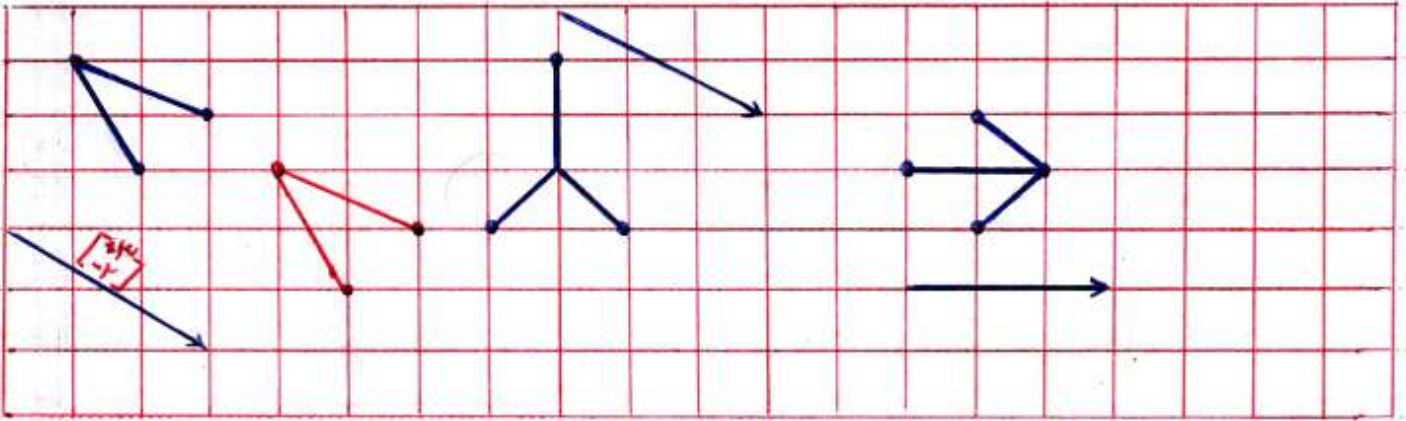
$$۳x = +۱۰ + ۷ - ۵ = ۱۲$$

$$-۵y = +۳ + ۲ = +۵$$

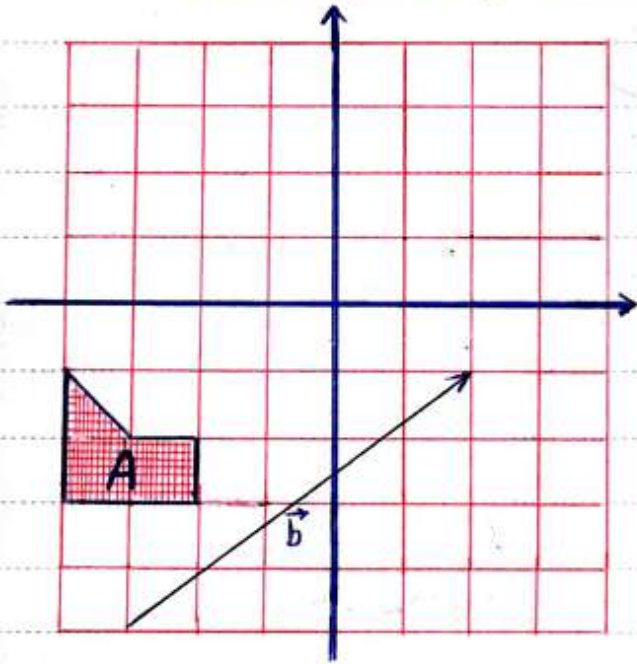
$$x = \frac{۱۲}{۳} = ۴$$

$$y = \frac{+۵}{-۵} = -۱$$

مثال: هر شکل را با بردار اسقال مربوط به آن انتقال دهید. و مختصات بردار انتقال را بنویسید.



مثال: الف) شکل A را با کمک بردار \vec{b} انتقال دهید. و آنرا C بنامید.
ب) قرینه‌ی شکل A را نسبت به محور طولها بدست آورید و آنرا D بنامید.



مثال: مختصات برداری را بیابید که نقاط ابتدا و انتهای آن به ترتیب $A = \begin{bmatrix} +1 \\ +2 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} -3 \\ +1 \end{bmatrix}$ باشد.

سپس بردار \vec{AB} را رسم کنید و به کمک آن شکل A را انتقال دهید.

