

جزوه متصل ۷ ریاضی هفتم (گروه جزوه ۷)

توان و جذر دبیر: (حسین لهراب)

درس اول: تعریف توان دبیرستان: بهار لهراب

درس دوم: معادله‌های عبارت‌های توان دار

درس سوم: ساده کردن عبارت‌های توان دار

درس چهارم: جذر و ریم

درس اول: تعریف توان

در ریاضیات عبارت‌هایی مانند  $3 \times 3$ ،  $2 \times 2 \times 2 \times 2$  را برای سهولت و ساده تر شدن به صورت زیر می‌نویسیم:

$3 \times 3 = 3^2$

$2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4$  عدد ۳ دو بار در خودش ضرب شده است

عدد ۲ چهار بار در خودش ضرب شده است

در عبارت  $2^4$ ، ۲ را پایه و ۴ را توان (نخاع) می‌نویسیم.

$3 \times 3 \times 3 = 3^3$

سه به توان ۳

$7 \times 7 = 7^2$

هفت به توان ۲

$1^2 = 1 \times 1$

یک به توان ۲

$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^7$  دو به توان هفت

مثال:

۲

مثال حاصل عبارت های زیر را بنویسید.

۱)  $۲^۲ = ۲ \times ۲ = ۴$

۲)  $۵^۲ = ۵ \times ۵ = ۲۵$

۳)  $۳^۴ = ۳ \times ۳ \times ۳ \times ۳ = ۸۱$

۴)  $۱^۳ = ۱ \times ۱ \times ۱ = ۱$

۵)  $۲^۵ = ۲ \times ۲ \times ۲ \times ۲ \times ۲ = ۳۲$

۶)  $۰^۲ = ۰ \times ۰ = ۰$

۷)  $۶^۱ = ۶$

۸)  $۲,۵^۲ = ۲,۵ \times ۲,۵ = ۶,۲۵$

۹)  $(\frac{۵}{۲})^۳ = \frac{۵}{۲} \times \frac{۵}{۲} \times \frac{۵}{۲} = \frac{۱۲۵}{۸}$

۱۰)  $۱,۵^۳ = ۱,۵ \times ۱,۵ \times ۱,۵ = ۳,۳۷۵$

مثال عبارت های زیر را به صورت ساده بنویسید.

۱)  $۴ \times ۴ \times ۴ \times ۴ = ۴^۴$

۲)  $۸ \times ۸ \times ۸ \times ۸ \times ۸ \times ۸ = ۸^۶$

۳)  $۳ \times ۳ \times ۳ \times ۳ \times ۳ \times ۳ \times ۳ \times ۳ \times ۳ \times ۳ = ۳^{۱۰}$

۴)  $a \times a = a^۲$

۵)  $b \times b \times b = b^۳$

۶)  $y \times y \times y \times y \times y = y^۵$

۷)  $۲,۷ \times ۲,۷ \times ۲,۷ \times ۲,۷ \times ۲,۷ \times ۲,۷ \times ۲,۷ = ۲,۷^۷$

۸)  $v = v^۱$

نکات مهم در مورد توان :

۱- هر عدد به توان یک برابر خودش است :  $a^1 = a$

۲- یک به توان هر عدد برابر یک است :

$$1^a = 1$$

۳- صفر به توان هر عدد به غیر صفر برابر صفر است :

$$0^a = 0 \quad , \quad a \neq 0$$

۴- مجذور هر عدد ← عدد به توان ۲  $a^2 = a \times a = a$  مجذور  $a$

۵- مکعب هر عدد ← عدد به توان ۳  $a^3 = a \times a \times a = a$  مکعب  $a$

KOLIBRI

مثال) حاصل عبارات های زیر را بیابید :

۱)  $27^1 + 1399^0 = 27 + 1 = 28$

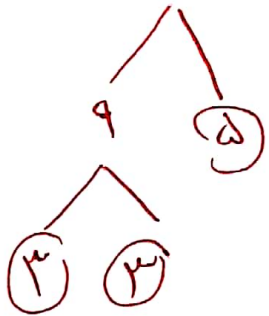
۲)  $3^2 + 2^3 = 9 + 8 = 17$

$\downarrow$   $\downarrow$   
 $3^2 = 3 \times 3 = 9$       $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$

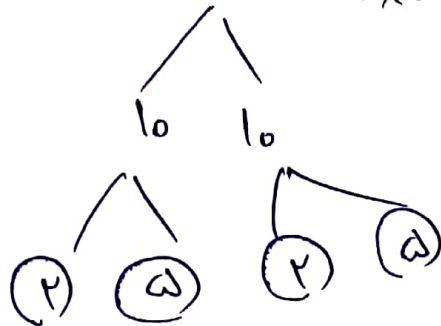
۳)  $1^0 + 0^0 = 1 + 0 = 1$

مثال) عددهای زیر را به یک خود درستی تجزیه کنید و به صورت عدد توان دار بنویسید :

$45 = 3 \times 3 \times 5 = 3^2 \times 5$

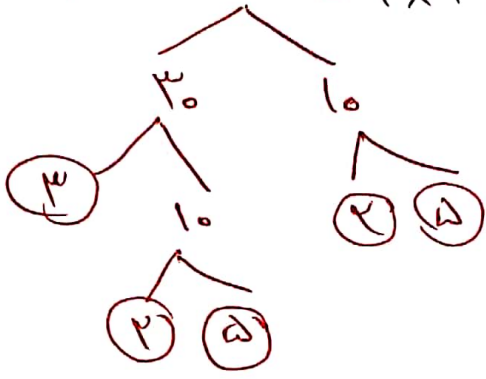


$100 = 2 \times 2 \times 5 \times 5 = 2^2 \times 5^2$

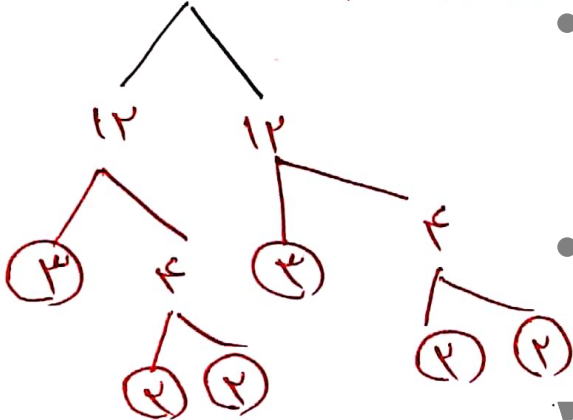


۴

$$۴_0 = ۲ \times ۲ \times ۲ \times \Delta \times \Delta = ۲^۲ \times ۳^۱ \times \Delta^۲$$



$$۱۴۴ = ۳ \times ۳ \times ۲ \times ۲ \times ۲ = ۳^۲ \times ۲^۳$$



مثال) ساده‌های زیر را کامل کنید.

۱)  $b \times b \times b \times b = b^۴$

۹)  $\left(\frac{۳}{\Delta}\right)^۳ = \frac{۳}{\Delta} \times \frac{۳}{\Delta} \times \frac{۳}{\Delta}$

۲)  $a^۴ = a \times a \times a \times a$

۱۰)  $(a+b)(a+b)(a+b) = (a+b)^۳$

۳)  $\left(\frac{a}{b}\right)^۲ = \frac{a}{b} \times \frac{a}{b}$

۱۱)  $Z \times Z \times Z = Z^۳$

۴)  $\frac{a \times a}{b \times b \times b} = \frac{a^۲}{b^۳}$

۵)  $x \times x = x^۲$

۶)  $(x+y)(x+y) = (x+y)^۲$

۷)  $(ab)^۳ = ab \times ab \times ab$

۸)  $\frac{x \times x \times x \times x}{y \times y \times y \times y \times y} = \frac{x^۴}{y^۵}$

ص ۵

گرام مورد نادرست و کدام مورد درست است؟ موارد نادرست را اصلاح کنید.

۱)  $۵^۲ = ۱۰$  X

$۲۵ = ۵ \times ۵ = ۵^۲$

۲)  $۴^۲ = ۴ \times ۲$  X

$۱۶ = ۴ \times ۴ = ۴^۲$

۳)  $(\frac{۲}{۴})^۲ = \frac{۴}{۴۹}$  ✓

۴)  $۸^۲ = ۱۶$  X

$۶۴ = ۸ \times ۸ = ۸^۲$

۵)  $\frac{۲^۲}{۵} = \frac{۴}{۲۵}$  X

$\frac{۲^۲}{۵} = \frac{۴}{۵}$  فقط با بر ۲  
راه توان ۲ برسانیم

۶)  $(\frac{۱}{۲})^۴ = \frac{۴}{۱۶}$  X

$(\frac{۱}{۲})^۴ = \frac{۱}{۲} \times \frac{۱}{۲} \times \frac{۱}{۲} \times \frac{۱}{۲} = \frac{۱}{۱۶}$

۷)  $۲^۴ = ۳^۲$  X

$۲^۴ = ۲ \times ۲ \times ۲ \times ۲ = ۱۶$   
 $۳^۲ = ۳ \times ۳ = ۹$   $۱۶ \neq ۹$

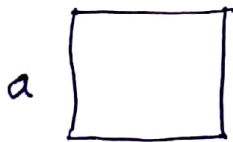
۸)  $(\frac{۳}{۲})^۲ = \frac{۹}{۴}$  ✓

۹)  $(\frac{۳}{۷})^۲ = \frac{۹}{۷}$  X

$(\frac{۳}{۷})^۲ = \frac{۳}{۷} \times \frac{۳}{۷} = \frac{۹}{۴۹}$

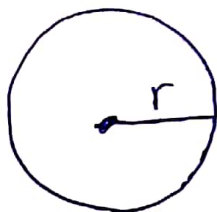
مسئله) به کمک توان حجم و مساحت های شکل زیر را بنویسید.

مساحت مربع = ضلع  $\times$  ضلع



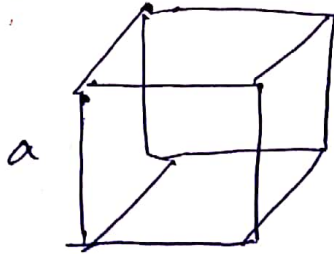
$S = a \times a \Rightarrow S = a^۲$

مساحت دایره =  $۳,۱۴ \times r \times r$



$S = \pi \times r^۲ \Rightarrow S = \pi r^۲$

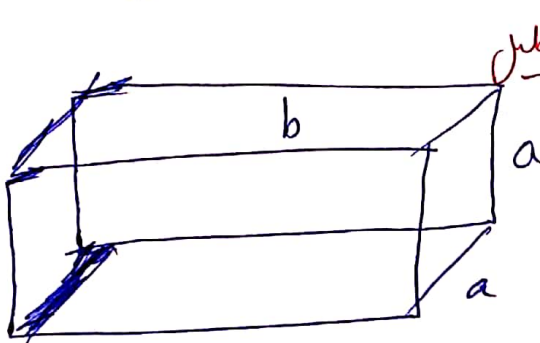
مساحت



یک ضلع  $\times$  یک ضلع  $\times$  یک ضلع = حجم مکعب

$$V = a \times a \times a$$

$$V = a^3$$



حجم مکعب مستطیل

$$V = \text{ارتفاع} \times \text{عرض} \times \text{طول}$$

$$V = a \times b \times a$$

$$V = a^2 b$$

مثال حاصل عبارت توان دارهای زیر را بسازید

$$2^2 = 2 \times 2 = 4 \quad 3^2 = 3 \times 3 = 9 \quad 4^2 = 4 \times 4 = 16 \quad 5^2 = 5 \times 5 = 25$$

$$6^2 = 6 \times 6 = 36 \quad 7^2 = 7 \times 7 = 49 \quad 8^2 = 8 \times 8 = 64 \quad 9^2 = 9 \times 9 = 81$$

$$10^2 = 10 \times 10 = 100 \quad 11^2 = 11 \times 11 = 121 \quad 12^2 = 12 \times 12 = 144 \quad 13^2 = 13 \times 13 = 169$$

$$3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27 \quad \text{مکعب} = 5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125 \quad 1^3 = 1 \times 1 \times 1 = 1$$

$$\frac{2^3}{5^2} = \frac{2 \times 2 \times 2}{5 \times 5} = \frac{8}{25} \quad \left(\frac{2}{5}\right)^3 = \frac{2}{5} \times \frac{2}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{8}{125}$$

$$\frac{2^5}{9} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}{9} = \frac{32}{9} \quad \frac{2}{9} = \frac{2}{3^2} = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$$

$$1,1^2 = 1,1 \times 1,1 = 1,21 \quad 2,2^2 = 2,2 \times 2,2 = 4,84$$

$$0,5^2 = 0,5 \times 0,5 = 0,25 \quad 10,1^4 = 10,1 \times 10,1 \times 10,1 \times 10,1 = 10406,0401$$

$$0,1^3 = 0,1 \times 0,1 \times 0,1 = 0,001 \quad 3,5^2 = 3,5 \times 3,5 = 12,25$$

درس دوم، مطالب عبارت توان دار  
در ابتدا ترتیب انجام عملیات ریاضی را به صورت زیر بیان می‌کنیم.

۱- پرانتز ۲- توان ۳- ضرب و تقسیم ۴- جمع و تفریق

تذکره: در ترتیب عملیات همواره از سمت چپ شروع می‌کنیم.  
مثال: حاصل عبارت های زیر را بیابید.

۱)  $2 - 2 \times (3^2 - 1)$

داخل پرانتز  $\rightarrow 3^2 - 1 = 9 - 1 = 8$  مرحله اول

ضرب  $2 \times 8 = 16$  مرحله دوم

تفریق  $2 - 16 = -14$  مرحله سوم

۲) 
$$\frac{3 \times 2 + 4}{5^2 \times 2^3} = \frac{6 + 4}{25 \times 8} = \frac{10}{200} = \frac{1}{20}$$

۳) 
$$3 \times 2^2 - (3^2 + 2) = 3 \times 4 - (9 + 2)$$
  
$$= 12 - 11 = 1$$

۴) 
$$\frac{12 \div (7 - 5) + 3 \times 5}{3^3 + 4^3} = \frac{12 \div 2 + 15}{27 + 64} = \frac{6 + 15}{91}$$
  
$$= \frac{21}{91}$$

۵)  $2^3 + 1^3 - 2 \times 3^2 = 8 + 1 - 2 \times 9 = 9 - 18 = -9$

۶)  $(10^2 - 5^2) \times (3^2 \div 1^9) = (\cancel{100} - \cancel{25}) \times (\cancel{9} \div \cancel{1}) = 75$

ص ۱

$$۱) ۲^۴ + ۵^۲ = ۱۶ + ۲۵ = ۴۱$$

$$۲) ۲^۴ \times ۵^۲ = ۱۶ \times ۲۵ = ۴۰۰$$

$$۳) ۲^۴ - ۵^۲ = ۱۶ - ۲۵ = -۹$$

$$۴) ۳^۴ \div ۹ = ۸۱ \div ۹ = ۹$$

$$۵) \left(\frac{1}{۲}\right)^۲ + \frac{۵}{۸} = \frac{1}{۴} + \frac{۵}{۸} = \frac{۲}{۸} + \frac{۵}{۸} = \frac{۷}{۸}$$

$$۶) ۴^۲ - ۴ \times ۲ = ۱۶ - ۸ = ۸$$

$$۷) \left(\frac{۴}{۲}\right)^۲ - \left(\frac{۲}{۴}\right)^۲ = \frac{۹}{۴} - \frac{۴}{۹} = \frac{۸۱}{۳۶} - \frac{۱۶}{۳۶} = \frac{۶۵}{۳۶}$$

$$۸) \frac{1}{۲} + \left(\frac{1}{۲}\right)^۲ + \left(\frac{1}{۲}\right)^۳ = \frac{1}{۲} + \frac{1}{۴} + \frac{1}{۸} = \frac{۴+۲+۱}{۸} = \frac{۷}{۸}$$

$$۹) ۲^۵ - ۳^۴ + ۱^۵ = ۳۲ - ۲۷ + ۱ = ۵ + ۱ = ۶$$

$$۱۰) ۹^۱ + ۱^۹ + ۰^۹ = ۹ + ۱ + ۰ = ۱۰$$

$$۱۱) ۲ - ۲^۴ (۳ - ۲^۳) = ۲ - ۴ (۳ - ۸) = ۲ - ۴ (-۵) = ۲ + ۲۰ = ۲۲$$

$$۱۲) ۲^۵ - ۲^۴ + ۲^۴ - ۲^۲ + ۲^۱ = \frac{۳۲}{۱۶} - \frac{۱۶}{۴} + ۱ - ۴ + ۲ = ۲۲$$



کدام یک درست و کدام یک نادرست است؟ دلیل آن توضیح دهید.

1)  $(2+3)^2 = 2^2 + 3^2$  ✗

$(2+3)^2 = 5^2 = 25$

$2^2 + 3^2 = 4 + 9 = 13$

2)  $(4 \times 3)^2 = 4^2 \times 3^2$  ✓

3)  $(\frac{3}{2})^2 = \frac{3^2}{2^2}$  ✗

$(\frac{3}{2})^2 = \frac{3}{2} \times \frac{3}{2} = \frac{9}{4}$

4)  $4 \times 3^2 = (4 \times 3)^2$  ✗

$4 \times 3^2 = 4 \times 9 = 36$

$(4 \times 3)^2 = 12^2 = 144$

5)  $4^2 \times 5^2 = 20^4$  ✗

$4^2 \times 5^2 = 16 \times 25 = 400$

$20^4 = 160000$

6)  $2^2 \times 2^4 = 2^1$  ✓

7)  $3^2 \times 2^2 = 6^2$  ✓

حاصل عبارات های زیر را بنویسید.

1)  $2^2 = 2 \times 2 = 4$

2)  $(-2)^2 = (-2) \times (-2) = +4$

3)  $(-2)^3 = (-2) \times (-2) \times (-2) = -8$

4)  $(-2)^4 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) = +16$

5)  $(-2)^5 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) = -32$

6)  $(-2)^6 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) = +64$

نکته: اگر یک عدد توان دار پایه منفی باشد اثر به توان زوج برسد همواره + است  
اثر به توان فرد برسد همواره منفی است.

نکته: عدد - به توان عدد زوج برابر + است.  
عدد - به توان عدد فرد برابر - است.  
مثال: حاصل عبارت های زیر را بنویسید.

$$-2^2 = -4$$

$$(-3)^3 = (-3) \times (-3) \times (-3) = -27$$

$$-2^4 = -16$$

$$(-2)^4 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) = +16$$

نکته:

$$2^4 \rightarrow 2^3 \rightarrow 2^2 \rightarrow 2^1 \rightarrow 2^0 \rightarrow 2^0 = 1$$

$$16 \xrightarrow{\div 2} 8 \xrightarrow{\div 2} 4 \xrightarrow{\div 2} 2 \xrightarrow{\div 2} 1$$

هر عدد غیر صفر به توان صفر برابر یک است.

$$a^0 = 1, a \neq 0$$

مثال: حاصل عبارت های زیر را بنویسید.

$$-5^2 = -25$$

$$(-5)^2 = +25$$

$$-1^4 = -1$$

$$(-1)^7 = -1$$

$$(-1)^4 = +1$$

$$-1^4 = -1$$

$$8^0 = 1$$

$$\left(\frac{3}{5}\right)^0 = 1$$

$$0^7 + 2 \cdot 1^0 = 0 + 1 = 1$$

$$3 + 4^0 = 3 + 1 = 4$$

$$-1^7 = -1$$

$$(-10)^0 = 1 \quad 7^0 = 1$$

$$(-3)^3 = -27$$

مسئله درجه‌ها ضابطه عدالت < یا = یا > پیدا کنید.

ص ۱۱  
 $\frac{35}{1} < \frac{35}{3}$  ❌

$\frac{4}{9} < (\frac{2}{3})^2$  ❌

$\frac{5}{0} < \frac{5}{1}$  ❌

$(-3) \oplus (-3)^1$

$(-\frac{1}{2})^3 < (-\frac{1}{2})^5$   
 $-\frac{1}{8} < -\frac{1}{32}$  ❌

$(\frac{3}{2})^2 < (\frac{3}{2})^3$   
 $\frac{9}{4} < \frac{27}{8}$  ❌

مسئله درستی یا نادرستی هر کدام را مشخص کنید. عدالت را درستی را بیان کنید.

$(5+2)^0 = 5^0 + 2^0$  ❌ نادرست  
 $(5+2)^0 = 7^0 = 1$   
 $5^0 + 2^0 = 1+1=2$

$(\frac{1}{2})^0 > (-\frac{1}{3})^2$  ❌ درست  
 $(\frac{1}{2})^0 = 1$   
 $(-\frac{1}{3})^2 = +\frac{1}{9}$

$(-\frac{1}{2})^0 + (\frac{1}{4})^0 > 1$  ❌ درست  
 $(-\frac{1}{2})^0 = 1$   
 $(\frac{1}{4})^0 = 1$   
 $1+1 > 1$   
 $2 > 1$

$5 + 2^0 = 7$  ❌ نادرست  
 $5 + 2^0 = 5 + 1 = 6$

$3^0 + 4^0 + 7^0 = 1$  ❌ نادرست  
 $3^0 + 4^0 + 7^0 = 1+1+1 = 3$

$9^0 < (-3)^2$  ❌ درست  
 $9^0 = 1$   
 $(-3)^2 = 9$

مسئله عددهای زیر را به صورت گسترده بنویسید و سپس به صورت توانی نمایش دهید.

$2457 = 2000 + 400 + 50 + 7 = 2 \times 10^3 + 4 \times 10^2 + 5 \times 10^1 + 7$

$23015 = 20000 + 3000 + 10 + 5 = 2 \times 10^4 + 3 \times 10^3 + 10^1 + 5$

$432 = 400 + 30 + 2 = 4 \times 10^2 + 3 \times 10^1 + 2$

$2001 = 2000 + 1 = 2 \times 10^3 + 1$

۲

(U2) حاصل عبارت های زیر را به ازای عدد های داده شده در پرانتز اول و دوم.

$$a^2 - ab \quad a = 2 \quad b = -2$$

$$(2)^2 - (2)(-2) = 4 + 4 = 8$$

$$a^2 - b^2 \quad a = -2 \quad b = -2$$

$$(-2)^2 - (-2)^2 = 4 - 4 = 0$$

$$a^2 + a^2b \quad a = -1 \quad b = 2$$

$$(-1)^2 + (-1)^2 \times (2) = 1 + (1) \times (2) = 1 + 2 = 3$$

$$a^2 - 2a^2b \quad a = -1 \quad b = -2$$

$$(-1)^2 - 2(-1)^2(-2) = 1 - 2(1)(-2) = 1 + 4 = 5$$

$$a^2 - 2a^2 + ab^2 \quad a = 1 \quad b = -2$$

$$(1)^2 - 2(1)^2 + (1)(-2)^2 = 1 - 2 \times 1 + 4 =$$

$$1 - 2 + 4 = 3$$

$$a^2 - 2ab + b^2 \quad a = -2 \quad b = -2$$

$$(-2)^2 - 2(-2)(-2) + (-2)^2$$

$$= 4 - 12 + 4 = 12 - 12 = 0$$

$$a^2 - b^2 + 3a^2b^2 \quad a = -1 \quad b = -2$$

$$(-1)^2 - (-2)^2 + 3(-1)^2(-2)^2$$

$$+ 1 - (+4) + 3(1)(+4)$$

$$1 - 4 + 12 = 9$$

\* در ضرب اعداد توان دار اگر پایه ها یکسان باشند، یعنی از پایه را می نویسیم

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

پس توان ها را با هم جمع می کنیم.

\* در ضرب اعداد توان دار اگر توان ها یکسان باشند، یعنی از توان ها را می نویسیم

$$a^n \times b^n = (a \times b)^n$$

پس پایه ها را در هم ضرب می کنیم.

مثال) حاصل عبارت های زیر را به صورت یک عدد توان دار بنویسید.

$$4^2 \times 4^5 = 4^{2+5} = 4^7$$

$$a^3 \times a^5 = a^{3+5} = a^8$$

$$7^4 \times 7^3 = 7^{4+3} = 7^7$$

$$8^2 \times 8^1 = 8^{2+1} = 8^3$$

$$x^2 \times x^4 = x^{2+4} = x^6$$

$$\left(\frac{1}{4}\right)^2 \times \left(\frac{1}{5}\right)^3 = \left(\frac{1}{5}\right)^{2+3} = \left(\frac{1}{5}\right)^5$$

$$(-2)^4 \times (-2)^2 = (-2)^{4+2} = (-2)^6$$

$$(-4)^1 \times (-4)^3 = (-4)^{1+3} = (-4)^4$$

$$\frac{1}{5} \times \left(\frac{3}{4}\right)^4 = \left(\frac{3}{4}\right)^{1+4} = \left(\frac{3}{4}\right)^5$$

$$b^2 \times b^2 \times b^5 = b^{2+2+5} = b^9$$

عبارت توان دار زیر را به صورت یک ضرب بنویسید عبارت توان دار بنویسید.

$$2^1 = 2^3 \times 2^5$$

$$10^7 = 10^2 \times 10^5$$

$$5^9 = 5^4 \times 5^5$$

$$10^7 = 10^4 \times 10^3$$

مثال) با باز کردن عبارت توان دار جواب را ساده تر کنید.

$$5^4 = 5^2 \times 5^2 = 25 \times 25 = 25^2$$

$$4^4 = 4^2 \times 4^2 = 16 \times 16 = 16^2$$

$$2^6 = 2^3 \times 2^3 = 8 \times 8 = 8^2$$

$$7^4 = 7^2 \times 7^2 = 49 \times 49 = 49^2$$

مثال: اگر  $2^{10} = 1024$  حاصل  $2^{11}$  و  $2^{12}$  و  $2^{13}$  را بیابید. صحیح

$$2^{11} = 2^{10} \times 2^1 = 1024 \times 2 = 2048$$

$$2^{12} = 2^{10} \times 2^2 = 1024 \times 4 = 4096$$

$$2^{13} = 2^{10} \times 2^3 = 1024 \times 8 = 8192$$

مثال: حاصل عبارت های زیر را به صورت یک عدد توان دار بنویسید.

$$3^2 \times 5^2 = (3 \times 5)^2 = 15^2$$

$$(-2)^5 \times (-1)^5 = (-2 \times -1)^5 = 2^5$$

$$\left(\frac{2}{v}\right)^3 \times 5^3 = \left(\frac{2}{v} \times 5\right)^3 = \left(\frac{10}{v}\right)^3$$

$$(-2)^7 \times 3^7 = (-2 \times 3)^7 = (-6)^7$$

$$a^2 \times b^2 = (a \times b)^2 = (ab)^2$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^5 \times \left(\frac{2}{3}\right)^5 = \left(\frac{2}{3} \times \frac{2}{3}\right)^5 = \left(\frac{1}{3}\right)^5$$

$$2^4 \times y^4 = (2 \times y)^4 = (2y)^4$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^4 \times (2)^4 = \left(\frac{1}{3} \times 2\right)^4 = \left(\frac{2}{3}\right)^4$$

$$v^4 \times 3^4 = (v \times 3)^4 = 3v^4$$

$$(ab)^2 \times v^2 = (ab \times v)^2 = (vab)^2$$

مثال: عدد های توان دار زیر را با هم بنویسید.

$$18^v = (3 \times 6)^v = 3^v \times 6^v$$

$$(xy)^{20} = x^{20} \times y^{20}$$

$$10^5 = (2 \times 5)^5 = 2^5 \times 5^5$$

$$(xyz)^1 = x^1 \times y^1 \times z^1$$

$$12^v = (3 \times 4)^v = 3^v \times 4^v$$

$$4^5 = (2 \times 2)^5 = 2^5 \times 2^5$$

$$20^4 = (5 \times 4)^4 = 5^4 \times 4^4$$

$$(ab)^v = a^v \times b^v$$

حاصل عبارات‌های زیر را به صورت یک عدد توان دار بنویسید  
تا جایی که امکان دارد ساده کنید.

①  $5^2 \times 5^4 \times 5^6 = 5^6 \times 5^6 = 5^{12}$   
 توان‌ها یکسان  
 پایه‌ها یکسان

②  $7^2 \times 7 \times 7^7 = 7^7 \times 7^7 = 7^{14}$   
 توان‌ها یکسان  
 پایه‌ها یکسان

③  $12^3 \times 12^3 \times 12^7 \times 12^7 = 12^3 \times 12^7 = 12^{10}$   
 توان‌ها یکسان  
 پایه‌ها یکسان

④  $(2^5 \times 3^2 \times 5) \times (2^2 \times 3^5 \times 5^2) = 2^7 \times 3^7 \times 5^3 = 5^{12} \times 3^7$

⑤  $3^a \times 3^b = 3^{a+b}$

⑥  $5^7 \times 5^4 \times 5^2 \times 5^6 = 5^9 \times 5^9 = 5^{18}$

⑦  $(3^7 \times 5^2 \times 10) \times (10^3 \times 5^5 \times 3^9) = 3^7 \times 3^9 \times 5^9 \times 5^2 \times 10^1 \times 10^3 = 3^{16} \times 5^7 \times 10^4$

⑧  $4^3 \times 5^3 \times 10^7 = 10^3 \times 10^7 = 10^{10}$

مسئله عدد ها را از کوچک به بزرگ مرتب کنید.

$3^5$  و  $4^10$  و  $9^2$  و  $1^1$  و  $6^0$   
 $\downarrow$        $\downarrow$        $\downarrow$   
 $1$        $8$        $11$

$4^{10} = (2 \times 2)^{10} = 2^{10} \times 2^{10} = 2^{20}$

$6^0 \rightarrow 1^1 \rightarrow 9^2 \rightarrow 3^5 \rightarrow 4^{10}$

درستی یا نادرستی هر کدام را مشخص کنید.

$3^2 \times 2^3 = 6^5$  ✓

$4^3 + 2^3 = 6^3$  ✗

$3^2 \times 2^2 = 6^2$  ✓

$4^1 + 3^1 = 7^1$  ✗  
 باید بین آن ها ضرب باشد

$(\frac{2}{3})^3 = \frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3}$  ✗  
 $(\frac{2}{3})^3 = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3}$

در جای خالی یکی از اعمال + -  $\times$   $\div$  و امثال دصیر مناسبه را بنویسید

$2^5 \square 8 = 3^4$

$3^2 \square 8 = 4$

$3^2 \square 7^2 = 58$

$9 \square 9 = 58$

$(-7)^0 \square 1^1 = 3^2$

$1 \square 8 = 9$

$2^6 \square 16 = 2^0 \square 2^2$

$64 \square 16 = 1 \square 4$   
 $4 = 4$



# درس چهارم: جذر و ریشه

مثال: مساحت مربعی ۱۲۱ متر مربع است. طول ضلع آن چقدر است؟

$$11 \times 11 = 121$$

طول ضلع = ۱۱

عدد ۲۵ را توان دوم یا مجذور عدد ۵ در می‌یابیم  $5^2 = 25$   
 عدد ۲۵ را ریشه دوم یا جذر ۲۵ می‌نامند.

تذکره: عدد ۵ و -۵ - ریشه‌های دوم عدد ۲۵ است زیرا:

$$5^2 = 25 \quad (-5)^2 = 25$$

هر عدد مثبت دارای ۲ ریشه دوم است. اعداد منفی ریشه دوم ندارند.

جذر (رادیکال)  $\sqrt{\quad}$  ← به ریشه دوم مثبت هر عدد رادیکال آن عدد

$$9 \begin{cases} \rightarrow +3 \\ \rightarrow -3 \end{cases}$$

$$36 \begin{cases} \rightarrow +6 \\ \rightarrow -6 \end{cases}$$

$$3^2 = 9$$

$$(-3)^2 = 9$$

$$6^2 = 36$$

$$(-6)^2 = 36$$

مثال: ریشه‌های دوم اعداد زیر را بیابید.

$$\frac{1}{4}$$

$$\begin{cases} \rightarrow \frac{1}{2} \\ \rightarrow -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

$$\left(-\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

$$7^2 = 49$$

$$(-7)^2 = 49$$

$$\sqrt{\frac{1}{100}} = \frac{1}{10}$$

مثال: حاصل عبارت  $\sqrt{36}$  را بیابید.

$$\sqrt{36} = 6$$

$$\sqrt{25} = 5$$

$$\sqrt{16} = 4$$

$$\sqrt{64} = 8$$

$$\sqrt{49} = 7$$

$$-\sqrt{16} = -4$$

$$-\sqrt{81} = -9$$

$$-\sqrt{\frac{9}{25}} = -\frac{3}{5}$$

$$\sqrt{\frac{1}{25}} = \frac{1}{5}$$

$\sqrt{36} = 6$

$\sqrt{36} = \frac{6 \times 6}{2} \times$

$\sqrt{36} = 2 \times 6$

$\sqrt{36} = 6 \times 6$

$\sqrt{36} = -6$

$-\sqrt{36} = -6$

$\sqrt{36} < 6 \times$

$-6 \checkmark$

نکته: اعدادی که جذر کامل دارند عبارتند از:

$\sqrt{1} = 1$  و  $\sqrt{4} = 2$  و  $\sqrt{9} = 3$  و  $\sqrt{16} = 4$  و  $\sqrt{25} = 5$  و  $\sqrt{36} = 6$

$\sqrt{49} = 7$  و  $\sqrt{64} = 8$  و  $\sqrt{81} = 9$  و  $\sqrt{100} = 10$  و  $\sqrt{121} = 11$

$\sqrt{144} = 12$  و  $\sqrt{169} = 13$  و  $\sqrt{196} = 14$  و  $\sqrt{225} = 15$

تذکره: برای این که شش‌سوم جذر  $\sqrt{36}$  عدد بین کدام دو عدد متوالی قرار دارد باید ابتدا مربع کامل قبلی و مربع کامل بعدی آن عدد را شش‌سوم و سپس جذر آنها را بدست آوریم.

سوال)  $\sqrt{3}$  بین کدام دو عدد متوالی قرار دارد؟

۱ ۲ ۳ ۴  
↓  
 $\sqrt{1} < \sqrt{3} < \sqrt{4}$   
 $1 < \sqrt{3} < 2$

بین عددهای ۱ و ۲ قرار دارد.

$\sqrt{5}$  بین کدام دو عدد متوالی قرار دارد؟

۱۶ ۲۰ ۲۵  
→  $\sqrt{16} < \sqrt{20} < \sqrt{25}$   
 $4 < \sqrt{20} < 5$

بین دو عدد ۴ و ۵ قرار دارد.

$\sqrt{61}$  بین کدام دو عدد متوالی قرار دارد؟ به کدام عدد نزدیک‌تر است؟

$\sqrt{49} < \sqrt{61} < \sqrt{64}$   
 $7 < \sqrt{61} < 8$

شماره عدد ۸ نزدیک‌تر است.

روش محاسبه جذر تقریبی یک عدد تا یک رقم اعشار

ابتدا شصتف کسبیم بین کدام دو عدد طبیعی قرار دارد سپس باید ببینیم که کدام عدد نزدیک تر است.  
 در ادامه وسط این دو عدد را شصتف کرده و به هر عدد که نزدیک تر است از وسط این دو عدد اریه اضافه می کنیم تا به آن عدد برسیم. سپس جدولی رسم می کنیم و مقهور آن اعداد را بدست می آوریم و مقهور ~~جدول~~ عددی که به آن عدد نزدیک تر است جواب جذر است.

مثال ( جذر تقریبی  $\sqrt{28}$  را بدست آوریم )  
 $25 < 28 < 36 \rightarrow \sqrt{25} < \sqrt{28} < \sqrt{36}$   
 $5 < \sqrt{28} < 6$   
 $\sqrt{28}$  بین دو عدد ۵ و ۶ است که به عدد ۵ نزدیک تر است.

$$\frac{5+6}{2} = 5,5$$

عدد	۵,۵	۵,۴	۵,۳	۵,۲	۵,۱
مقهور	۳۰,۲۵	۲۹,۱۶	۲۸,۰۹	۲۷,۰۴	۲۶

$\sqrt{28} \leq 5,2 \rightarrow$  ۲۸ نزدیک است باید از آن کوچکتر باشد

مثال: جذر تقریبی  $\sqrt{80}$  را بیابید.  
 $49 < 80 < 81 \rightarrow \sqrt{49} < \sqrt{80} < \sqrt{81} \Rightarrow 7 < \sqrt{80} < 9$   
 به عدد ۹ نزدیک تر است.

$$\frac{7+9}{2} = 8,5$$

عدد	۸,۵	۸,۴	۸,۳	۸,۲	۸,۱	۸
مقهور	۷۲,۲۵	۷۳,۹۶	۷۵,۶۹	۷۷,۴۴	۷۹,۲۱	۶۴

$$\sqrt{80} \leq 8,1$$

ص ۲۵  
 چرا اعداد منقح جذر ندارند؟  $\sqrt{4}$  تقریباً شده است.

فرض کنیم اعداد منقح دارای جذر باشند مثلاً  $\sqrt{4}$  یک عدد باشد  
 پس باید این عدد دو بار در خودش ضرب شود تا ۴ شود این

۱ مکان پذیر نیست زیرا  
 $-x - = +$   
 $+x + = +$

در هر صورتی ضرب یک عدد در خودش با علامت کسر باشد همواره مثبت است  
 که هیچ وقت منقح نمی شود.

جاهای طاقی را بزرگ کنید.

الف) ۷ و ۷ - ریشه های روم ۴۹ هستند  $(7)^2 = (-7)^2 = 49$

ب) محذور عدد صفر همان ۰ است  $0^2 = 0$

ج) اعدادی که جذر آن با خودشان برابرند ۰ و ۱ هستند.

د) اگر عددی صفر نباشد توان روم آن همیشه مثبت است.  
 ه) هر عدد مثبت دارای ۲ - ریشه روم است که یکی از آن ها تقریباً  
 دیگری است.

مقدار تقریبی  $\sqrt{500}$  را بیابید.  
 $484 < 500 < 529 \rightarrow \sqrt{484} < \sqrt{500} < \sqrt{529}$   
 $22 < \sqrt{500} < 23$   
 پس عدد ۲۲ نزدیکتر است.

عدد	۲۲,۵	۲۲,۴	۲۲,۳	۲۲,۲	۲۲,۱
مربعش	۵۰۶,۲۵	۵۰۱,۷۶	۴۹۷,۲۹	۴۹۲,۸۴	۴۸۸,۴۱

$\sqrt{500} = 22,3$

۱ عبارت توان دار زیر را محاسبه کنید.

$$(2^3 + 5^4)^1 + 2^2 \times 3^2 - 1^3$$

$$(1 + 0)^1 + 4 \times 9 - 1 = 1 + 36 - 1 = 43$$

۲ عبارت توان دار را آجایی که ممکن است، بسازید.

$$(2^2)^2 \times \left(\frac{1}{4}\right)^3 \times \frac{1}{4^5} = \left(\frac{1}{4}\right)^2 \times \left(\frac{1}{4}\right)^3 \times \left(\frac{1}{4}\right)^5$$

$$= \left(\frac{1}{4}\right)^{2+3+5} = \left(\frac{1}{4}\right)^{10}$$

$$\frac{4^2 \times 8^3 \times 4^2 \times 3^3}{-} = (4^2 \times 4^2) \times (8^3 \times 3^3)$$

$$= 4^4 \times 2^9 = 2^5$$

۳ مقدار تقریبی عدد  $\sqrt{32}$  را بنویسید.  
 $28 < 32 < 36 \rightarrow \Delta < \sqrt{32} < 6$   
 ب عدد ۶ نزدیک تر است.

عدد	۵, ۵	۵, ۶	۵, ۷	۵, ۸	۵, ۹
مقدار	۳۰, ۲۵	۳۱, ۳۶	۳۲, ۴۹	۳۳, ۶۴	۳۴, ۸۱

$$\sqrt{32} \approx 5, 6$$

$$(11)^2 = 121$$

$$(-11)^2 = 121$$

۴- ریشه های دوم عدد ۱۲۱ را بنویسید.

$$\left. \begin{matrix} 11 \\ -11 \end{matrix} \right\}$$

۵- حاصل عبارت ها زیر را بنویسید.

$$\sqrt{49} = 7$$

$$-\sqrt{121} = -11$$

$$-\sqrt{25} = -5$$

$$\sqrt{121} = 11$$

$$\sqrt{149} = 13$$

$$\sqrt{\frac{4}{49}} = \frac{2}{7}$$