

موضوع: توان

با عبارت مقابل توجه کنید.
 در این عبارت با عدد ۲ پایه و با عدد ۳ توان گفته می شود. (آنرا به صورت توان سه بخوانید)

سؤال: منظور از 2^3 چیست؟

جواب: یعنی این که عدد ۲ را سه بار در خودش ضرب کنیم

$$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$$

مثال: حاصل عبارات مقابل را بدست آورید.

$$5^2 = 5 \times 5 = 25$$

$$10^3 =$$

$$1^3 =$$

$$1/5^2 =$$

$$7^1 =$$

$$(-5)^2 =$$

$$\left(\frac{3}{4}\right)^3 =$$

$$2^5 =$$



مثال: حاصل عبارات مقابل را به صورت یک عبارت تواندار بنویسید.

$$5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^4$$

$$m \times m \times m =$$

$$(-7) \times (-7) \times (-7) \times (-7) \times (-7) =$$

$$x \times x \times x \times x =$$

$$(x+1) \cdot (x+1) \cdot (x+1) =$$

$$1 \frac{1}{3} \times 1 \frac{1}{3} \times 1 \frac{1}{3} \times 1 \frac{1}{3} =$$

مثال: حاصل عبارات مقابل را بدست آورید.

$$2^2 + 3^2 = 4 + 9 = 13$$

$$200^1 - 1^{200} =$$

مثال: حاصل عبارات مقابل را بدست آورید.

$$۴^۲ + ۲^۳ + ۵^۲ =$$

$$۵^۲ - ۳^۳ + ۱^۵ =$$



منظور از مجذور یک عدد چیست؟ توان دوم هر عدد را مجذور یا مربع آن عدد می گویند. به عبارت دیگر، برای بدست آوردن مجذور هر عددی باید آنرا به توان ۲ برسانیم.

$$۷ \text{ مجذور} = ۷^۲ = ۷ \times ۷ = ۴۹$$

$$-۵ \text{ مجذور} = (-۵)^۲ = (-۵) \times (-۵) = +۲۵$$

$$۳ \text{ مربع} = ۳^۲ = ۳ \times ۳ = ۹$$

مثال:

منظور از مکعب یک عدد چیست؟ توان سوم هر عدد را مکعب آن عدد می گویند. به عبارت دیگر، برای بدست آوردن مکعب هر عددی باید آنرا به توان ۳ برسانیم.

$$۵ \text{ مکعب} = ۵^۳ = ۵ \times ۵ \times ۵ = ۱۲۵$$

$$-۱ \text{ مکعب} =$$

$$۴ \text{ مکعب} =$$

مثال:

مثال: حاصل عبارات مقابل را بدست آورید.

$$۱۰ \text{ مربع} - ۴ \text{ مکعب} = ۱۰^۲ - ۴^۳ = ۱۰۰ - ۶۴ = ۳۶$$

$$= \text{مجزور ۱۱} - \text{مکعب ۵}$$

مثال: مربع ۸ بزرگتر است یا مکعب ۴؟ چرا؟

مثال: حاصل عبارات مقابل را بدست آورید.

$$\rightarrow 3^2 = 3 \times 3 = 9$$

$$3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$$

$$9^2 = 9 \times 9 = 81$$

مکعب مربع ۲ =



سؤال مهم: آیا $(-5)^2$ و -5^2 با هم برابر هستند؟ چرا؟

$$(-5)^2 = (-5) \times (-5) = +25$$

جواب: خیر، زیرا!

$$-5^2 = -(5 \times 5) = -25$$

سؤال مهم: آیا $(\frac{2}{5})^3$ و $\frac{2^3}{5}$ با هم برابر هستند؟ چرا؟

$$(\frac{2}{5})^3 = \frac{2}{5} \times \frac{2}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{8}{125}$$

جواب: خیر، زیرا!

$$\frac{2^3}{5} = \frac{2 \times 2 \times 2}{5} = \frac{8}{5}$$

مثال: حاصل عبارات مقابل را بدست آورید.

$$\frac{2^2}{3} - (\frac{2}{3})^2 =$$

مثال: اختلاف مجذور و مکعب عدد ۰.۲ را بدست آورید.

$$0.2^3 = 0.2 \times 0.2 \times 0.2 = 0.008$$

$$0.2^2 = 0.2 \times 0.2 = 0.04$$

$$0.04 - 0.008 = 0.032 = \text{اختلاف}$$

$$0.2^3 = 0.2 \times 0.2 \times 0.2 = 0.008$$

مثال: مجذور مکعب $1\frac{1}{4}$ کدام است؟

الف) $\frac{27}{64}$ ج) $-\frac{729}{64}$

ب) $\frac{729}{64}$ د) $\frac{54}{16}$

مثال: جدول زیر را کامل کنید.

مکعب	مجذور (مربع)	عدد
$5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$	$5^2 = 5 \times 5 = 25$	5
		-3
		$1\frac{1}{4}$
		1,5



الف) هر عدد به توان 1 برابر است با همان عدد.

مثال: $(-5)^1 = -5$ $(\frac{2}{7})^1 = \frac{2}{7}$ $5^1 = 5$ $7^1 = 7$

ب) عدد 1 به هر توانی برسد، حاصل برابر 1 می باشد.

مثال: $1^{200} = 1$ $1^3 = 1$ $1^5 = 1$

ج) هر عدد (به غیر از صفر) که به توان صفر برسد، حاصل آن 1 می شود.

مثال: $(\frac{2}{5})^0 = 1$ $(-8)^0 = 1$ $5^0 = 1$

د) عدد صفر به هر توانی (به غیر از صفر) که برسد، حاصل آن صفر است.

مثال: $0^1 = 0$ $0^5 = 0$ $0^2 = 0$

نکات مهم

مثال: حاصل عبارات معادل را بدست آورید.

$$25^1 + 1^{17} - 11^0 = 25 + 1 - 1 = 25$$

$$(-7 + 3, 05)^0 + 1^{50} =$$

$$200^1 - 1^{200} + 5^0 + 0^{12} =$$

الف) در ضرب اعداد تواندار با پایه های مساوی، یکی از پایه ها را می نویسیم و توانها را با هم جمع می کنیم

$$5^2 \times 5^4 = 5^{2+4} = 5^6 \quad \text{مثال: } (-5)^3 \times (-5)^6 = (-5)^9$$

$$13^5 \times 13^4 = 13^9 \quad \left(1\frac{1}{3}\right)^7 \times \left(1\frac{1}{3}\right)^1 = \left(1\frac{1}{3}\right)^8$$

نکته: برای عددی که توان نداشته باشد، توان ۱ در نظر می گیریم

توانین ضرب اعداد تواندار

ب) در ضرب اعداد تواندار، با توانهای مساوی، یکی از توانها را می نویسیم و پایه ها را در هم ضرب می کنیم

$$3^5 \times 4^5 = (3 \times 4)^5 = 12^5 \quad \text{مثال: } 5^7 \times 2^7 = 10^7$$

$$(-2)^7 \times (+3)^7 = (-6)^7 \quad 2^{100} \times (75)^{100} = 1^{100} = 1$$



مثال: حاصل عبارات مقابل را به صورت عددی تواندار بنویسید.

$$2^4 \times 2^8 \times 2^1 = 2^{13}$$

$$(-3)^5 \times (+4)^5 =$$

$$3^5 \times 5^5 \times 15^4 =$$

$$\left(\frac{3}{4}\right)^7 \times (1,5) \times \left(1\frac{1}{3}\right)^8 =$$

$$2^4 \times 2^5 \times 3^2 \times 5^{11} = 4^4 \times 4^5 \times 5^{11} = 4^{11} \times 5^{11} = 20^{11}$$

$$8 \times 2^{17} =$$

مثال: حاصل عبارات معادل را به صورت عددی تواندار بنویسید.

$$4^7 \times 4^{11} \times 4^8 =$$

$$3^{12} \times 3^8 \times 3^{15} =$$

$$6^5 \times 6^9 \times 6^8 =$$

$$2^1 \times 2^{19} = 2^{20}$$

مثال الف) دو برابر عدد 2^{19} چقدر است؟

$$8 \times 2^{11} = 2^3 \times 2^{11} = 2^{14}$$

ب) هشت برابر عدد 2^{11} چقدر است؟

مثال: ابتدا حاصل جمع را به ضرب تبدیل کنید، سپس حاصل را به صورت عددی تواندار بنویسید.

$$5 + 5 + 5 + 5 + 5 = 5 \times 5 = 5^2$$

$$3^2 + 3^2 + 3^2 = 3 \times 3^2 = 3^3$$

$$2^3 + 2^3 + 2^3 + 2^3 = 4 \times 2^3 = 2^2 \times 2^3 = 2^5$$

$$(3^3 + 3^3 + 3^3 + 3^3) \times 2 = 4 \times 3^3 \times 2 = 8 \times 3^3 = 2^3 \times 3^3 = 6^3$$

$$\begin{aligned} (6^{19} + 6^{19}) \times (7^{30} + 7^{30} + 7^{30}) &= 2 \times 6^{19} \times 3 \times 7^{30} \\ &= 6 \times 6^{19} \times 7^{30} \\ &= 6^{20} \times 7^{30} = 42^{30} \end{aligned}$$

$$2^{20} + 2^{20} + 2^{21} =$$

مثال: حاصل عبارت معادل کدام است؟

- الف) 2^{41} ب) 2^{22} ج) 4^{41} د) 1



تدریس خصوصی ریاضیات دبیرستان (گروه ی اول و دوم و ...)

نکته ی مهم:

$$(a^m)^n = a^{m \times n}$$

$$(5^2)^4 = 5^{2 \times 4} = 5^8$$

$$(3^4)^{10} = 3^{40}$$

$$(2^5)^7 = 2^{35}$$

مثال:

مثال: حاصل عبارات مقابل را به صورت عددی تواندار بنویسید.

$$(5^4)^2 \times 5^3 =$$

$$(4^2)^{14} \times (5^3)^1 =$$

مثال: حاصل عبارات مقابل را بدست آورید

$$14^{1/5} = (4^2)^{1/5} = 4^{2/5} = 4 \times 4 \times 4 = 4^3$$

$$8^{2/3} = (2^3)^{2/3} = 2^{4/3} = 2^2 = 2 \times 2 = 4$$



مثال: اگر $5 = 2^x$ باشد، حاصل 2^{x+3} را مناسبه کنید

$$2^{x+3} = 2^x \times 2^3 = 5 \times 8 = 40$$

سوال مهم: حاصل عبارت مقابل کدام است؟

$$(8^3 + 8^3) \times 14^5 = 2 \times 8^3 \times 14^5$$

$$= 2 \times (2^3)^3 \times (2^7)^5$$

$$= 2^1 \times 2^9 \times 2^{35} = 2^{45}$$

الف) 14^8

ب) 14^{10}

ج) 8^{10}

د) 2^{45}

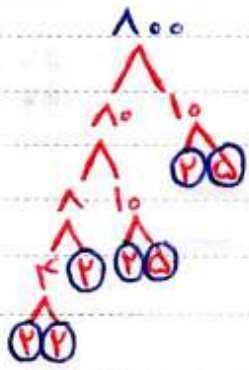
بنابراین گزینه ی ج درست است زیرا:

$$8^{30} = (2^3)^{10} = 2^{30}$$

مثال: اگر $3^x = 2$ و $2^y = 3$ باشد، حاصل 3^{xy} چقدر است؟

$$3^{xy} = (3^x)^y = 2^y = 2$$

مثال: کدام نرینه نشان دهنده تجزیه عدد ۸۰۰ می باشد.



الف) 10^3 ج) $2^3 \times 2^2 \times 5^2$

ب) $2^5 \times 5^2$ د) $10^2 \times 5^2$

$800 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 = 2^5 \times 5^2$

مثال: کدام یک از اعداد 2^{25} و 4^{20} و 8^{15} و 16^{10} از همه بزرگتر است؟ چرا؟
 جواب: باید هر کدام از اعداد داده شده را به صورت یک عدد تواندار با پایه ۲ تبدیل کنیم.

$2^{25} = 2^{25}$ → یعنی عدد ۲ بیست و پنج بار در خودش ضرب می شود.

$4^{20} = (2^2)^{20} = 2^{40}$ → یعنی عدد ۲ چهل بار در خودش ضرب می شود.

$8^{15} = (2^3)^{15} = 2^{45}$ → یعنی عدد ۲ چهل و پنج بار در خودش ضرب می شود.

$16^{10} = (2^4)^{10} = 2^{40}$ → یعنی عدد ۲ چهل بار در خودش ضرب می شود.

بنابراین عدد 2^{45} (یا همان 8^{15}) از همه این اعداد بزرگتر است.

مثال: حاصل $8^0 + 8^1$ کدام است؟

- الف) ۸ ب) ۹ ج) ۲ د) ۱۶

مثال: ۵ برابر 5^k کدام است؟

- الف) 5^k ب) 25^k ج) 5^{k+1} د) 25^k

مثال: اگر $3^x = 7$ باشد، حاصل 3^{x+1} چند است؟

- الف) ۲۱ ب) 3^7 ج) ۷ د) 21^x

مثال: ریشه های درج دوم عدد 4^3 عبارتند از:

- الف) $4 + 4$ ب) $4 + 4$ ج) $22 + 22$ د) $8 + 8$