

فصل ۷

توان و جذر

تعریف توان را یادآوری می کنیم:

$$2 \times 2 = 2^2, \quad 3 \times 3 = 3^2, \quad 4^2 = 4 \times 4 = 16, \quad 2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$$

دو تعریف: ۱- مجذور: توان دوم هر عدد را مجذور آن عدد می نامیم

۳- مکعب توان سوم هر عدد را مکعب آن می نامیم.

مثال: مجذور عدد ۳ برابر ۹ است چون $3^2 = 3 \times 3 = 9$ و مکعب عدد ۳ برابر ۲۷ است چون

$$3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$$

نکته اول: هر عدد به توان یک برابر خودش می شود. $a^1 = a$ مثال $2^1 = 2$

نکته دوم: یک به توان هر عدد برابر یک خواهد بود $1^b = 1$ مثال $1^0 = 1$

نکته سوم: صفر به توان هر عدد برابر صفر می شود $0^c = 0$ مثال $0^2 = 0$.

نکته چهارم: هر عدد به توان صفر یک می شود. $a^0 = 1$ مثال $2^0 = 1$

نکته پنجم: اعداد کسری را هم می توانیم به توان برسانیم برای این کار اگر کل عدد یعنی صورت

و مخرج پراتنز داشت هم صورت و هم مخرج را به توان می رسانیم ولی اگر بدون پراتنز بود خوب

فقط اون قسمتی که توان دارد را به توان می رسانیم مثال:

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$$

$$\frac{2^2}{3} = \frac{4}{3}$$

$$(.0/1)^2 = .0/1 \times .0/1 = .0/01$$

محاسبه حاصل عبارت های توان دار (چهار عمل اصلی جمع و تفریق و ضرب و تقسیم)

سوال : حاصل عبارت های زیر را به دست آورید .

$$1) 2^2 \times 3^2 = 4 \times 9 = 36$$

$$2) 4^2 - 2^3 = 16 - 8 = 8$$

$$3) \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{8} = \frac{1}{4} + \frac{3}{8} = \frac{2}{8} + \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$$

$$4) 5^1 + 1^5 + 2^0 = 5 + 1 + 1 = 7$$

نکته ششم : اگر عددی منفی را به توان برسانیم وضعیت چگونه؟

$$\text{مثال 1) } (-2)^2 = (-2) \times (-2) = +4 \quad \text{و} \quad -2^2 = -2 \times 2 = -4$$

نکته هفتم : هر عدد را می توان بصورت گسترده و یک عدد توان دار نوشت.

مثال : گسترده هر یک از اعداد زیر را بنویسید .

$$1368 = 1000 + 300 + 60 + 8 = 1 \times 10^3 + 3 \times 10^2 + 6 \times 10^1 + 8 \times 10^0$$

$$1404 = 1000 + 400 + 0 + 4 = 1 \times 10^3 + 4 \times 10^2 + 0 \times 10^1 + 4 \times 10^0$$

$$1373 = 1000 + 300 + 70 + 3 = 1 \times 10^3 + 3 \times 10^2 + 7 \times 10^1 + 3 \times 10^0$$

ساده کردن عبارت های توان دار :

در ساده کردن عبارت های توان دار اگر در ضرب اعداد توان دار پایه ها برابر باشند یکی از پایه

های برابر را می نویسیم و توان ها را با هم جمع می کنیم .

اگر در ضرب اعداد توان دار با توان های مساوی را داشته باشیم یکی از توان های مساوی را می

نویسیم و پایه ها را در هم ضرب می کنیم .

سوال) حاصل هر یک از عبارت های زیر را بصورت توان دار بنویسید .

$$۱) ۵^۲ \times ۵^۳ = ۵^۵$$

$$۲) ۷^۳ \times ۷^۶ = ۷^۹$$

$$۳) ۵^۳ \times ۴^۳ = ۲۰^۳$$

$$۴) ۷^۳ \times ۲^۳ = ۱۴^۳$$

$$۵) ۲^۳ \times ۶^۳ \times ۳^۷ \times ۴^۷ = ۱۲^۳ \times ۱۲^۷ = ۱۲^{۱۰}$$

$$۶) ۳^۳ \times ۲^۴ \times ۳^۱ \times ۳^۴ = ۳^۴ \times ۶^۴ = ۱۸^۴$$

جذر و ریشه :

مجذور چی بود ؟ توان دوم هر عدد .

حالا اگر توان دوم عددی را داشته باشیم می توانیم خود عدد را بدست بیاوریم به این کار بدست آوردن جذر یا ریشه آن عدد می گویند .

مثال : جذر عدد ۱۶ برابر ۴ است چون توان دوم ۴ می شود ۱۶ .

$$\text{جذر } ۳۶ \text{ برابر } ۶ \text{ است چون } ۶ \times ۶ = ۶^۲ = ۳۶$$

جذر عدد ۲۵ می شود ۵

عبارت های بالا را با علامت رادیکال یا جذر $\sqrt{\quad}$ نمایش می دهیم پس:

$$\sqrt{۱۶} = ۴ \quad \text{و} \quad \sqrt{۳۶} = ۶ \quad \text{و} \quad \sqrt{۲۵} = ۵$$

از جذر اعداد کسری هم صحبت کنیم .

$$\sqrt{\frac{۱۶}{۲۵}} = \frac{\sqrt{۱۶}}{\sqrt{۲۵}} = \frac{۴}{۵}$$

$$\sqrt{۰./۰۱} = \sqrt{\frac{۱}{۱۰۰}} = \frac{\sqrt{۱}}{\sqrt{۱۰۰}} = \frac{۱}{۱۰}$$

حالا جذر عدد ۱۸ چند است ؟ عددی را مثال بزنید که در خودش ضرب شود و حاصل ۱۸ شود
برای این کار از جدول زیر کمک می گیریم .

۴	۴/۱	۴/۲	۴/۳	۴/۴	۴/۵	۴/۶	۴/۷	۴/۸	۴/۹	۵
۱۶	۱۶/۸۱	۱۷/۶۴	۱۸/۴۹	۱۹/۳۶	---	----	----	----	-----	۲۵

خوب عدد ما ۱۸ بود در جدول بالا جواب ما عدد ۴/۲ است چون از عدد ۱۸ مجذورش عبور
نکرده و نزدیک ترین عدد تقریبی به عدد ۱۸ است . جاهای خالی را نیز دیگر ادامه نمی دهیم چون
دیگر جواب ما پیدا شده و نیازی به محاسبه آنها نیست .

پس به این جذرها که نیاز به جدول دارد جذرهای تقریبی می گوئیم .

(سوال) جذر عدد ۲۳ را بصورت تقریبی بدست آورید .

۴	۴/۱	۴/۲	۴/۳	۴/۴	۴/۵	۴/۶	۴/۷	۴/۸	۴/۹	۵
۱	۱۶/۸	۱۷/۶	۱۸/۴	۱۹/۳	۲۰/۲	۲۱/۱	۲۲/۰	۲۳/۰	---	۲
۶	۱	۴	۹	۶	۵	۶	۹	۹		۵

جواب جذر برابر ۴/۷ است چون مجذورش در ردیف پایین به ۲۳ نمی رسد .

شاید بهتر این باشد که اول وسط این دو عدد یعنی ۴/۵ را مجذورش را پیدا می کردیم تا نصف
راست جدول را که به آن نیازی نداریم محاسبه نمی کردیم یعنی فقط جدول زیر را می نوشتیم

۴/۵	۴/۶	۴/۷	۴/۸	۴/۹	۵
۲۰/۲۵	۲۱/۱۶	۲۲/۰۹	۲۳/۰۹	---	۲۵