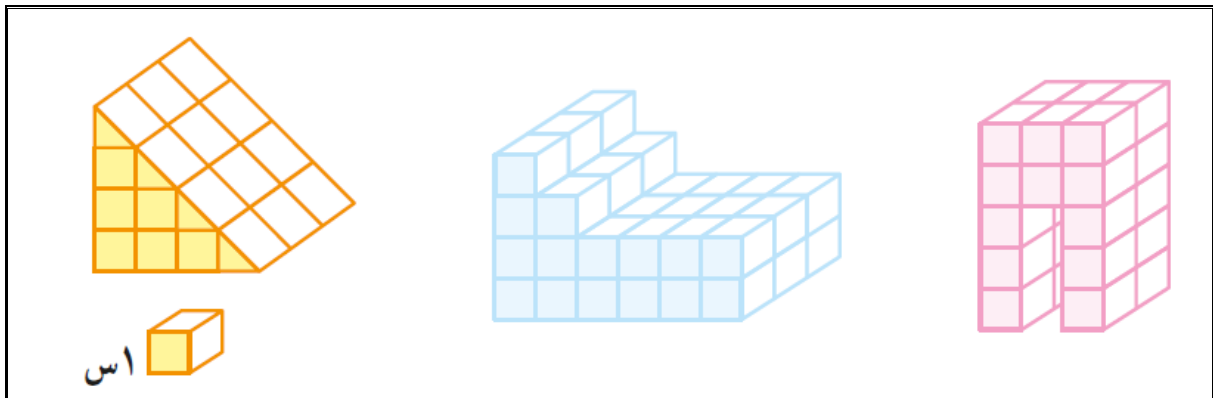




### تعریف حجم

در اصطلاح هندسه گنجایش و ظرفیت جسم و آن مقدار از فضا که جسم آنرا اشغال می کند، حجم گفته می شود.

به اشکال زیر دقت نمایید :

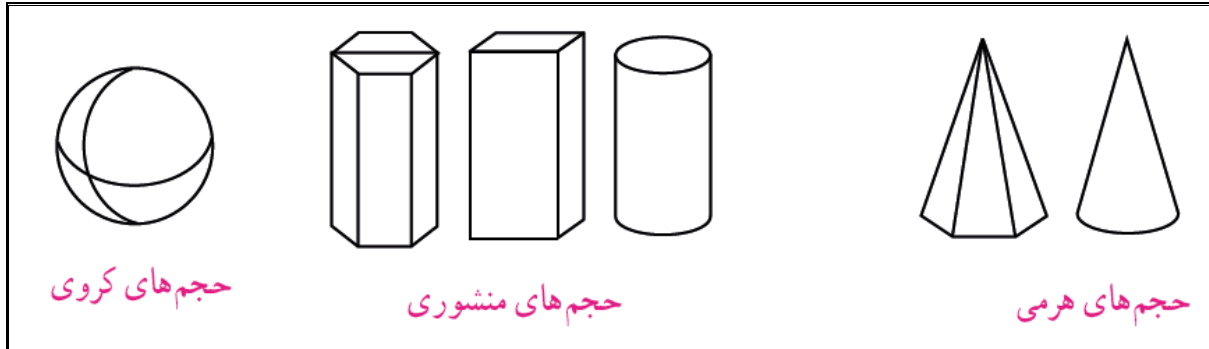


نکته 1: حجم مکعبی به ضلع یک سانتی متر، یک سانتی متر مکعب می باشد.

حجم را می توان به دو دسته هندسی و غیر هندسی تقسیم بندی کرد :

1- حجم های هندسی: این نوع از حجم ها دارای شکل های مشخص و تعریف شده ای هستند. حجم های هندسی را می توان به سه دسته تقسیم بندی کرد: منشوری - کروی - هرمی

2- حجم های هندسی ترکیبی: برخی از حجم های هندسی ترکیبی از حجم های هندسی (منشوری - کروی - هرمی) هستند.



نکته 2: حجم های منشوری بین دو صفحه موازی قرار می گیرند.

به دو سطح بالا و پایین آن قاعده و به سطح های اطراف آن وجه، و به گوشه ها که محل برخورد یال هاست، راس می گویند.



تعداد وجه های جانبی: 4

رأس ها: 8

یال ها: 12

قاعده ها: 2

یال: محل برخورد دو سطح

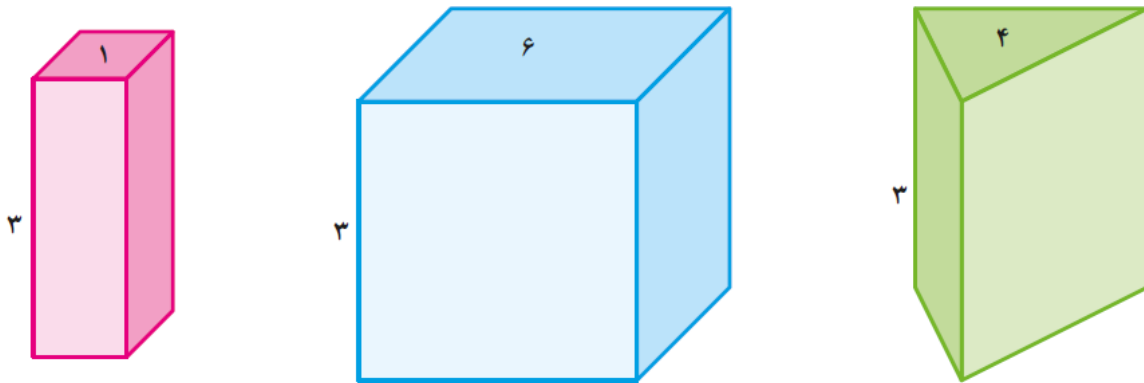
. تمرین: هر یک از منشورهای صفحه بعد چند وجه دارد، یال‌ها، راس و قاعده‌ها را نام ببرید.

|                              |   |                |   |
|------------------------------|---|----------------|---|
|                              | <p>تعداد وجه‌ها:<br/>                     رأس‌ها:<br/>                     یال‌ها:<br/>                     قاعده‌ها:</p> |                | <p>تعداد وجه‌ها:<br/>                     رأس‌ها:<br/>                     یال‌ها:<br/>                     قاعده‌ها:</p> |
| منشور سه پهلو                |   | منشور چهارپهلو |   |
|                              | <p>تعداد وجه‌ها:<br/>                     رأس‌ها:<br/>                     یال‌ها:<br/>                     قاعده‌ها:</p> |                | <p>تعداد وجه‌ها:<br/>                     رأس‌ها:<br/>                     یال‌ها:<br/>                     قاعده‌ها:</p> |
| منشور پنج پهلو منشور شش پهلو |   |                |   |

به اشکال زیر دقت کنید، شکل‌های زیر جزء حجم‌های منشوری هستند که مشخصات قاعده و ارتفاع یال‌ها داده شده است، برای بدست آوردن مقدار حجم این نوع از اجسام، مساحت قاعده را در ارتفاع شکل (ارتفاع یال) ضرب می‌کنیم.

$$\text{ارتفاع} \times \text{مساحت قاعده} = \text{حجم اجسام منشوری}$$

. تمرین: حجم هر یک از اشکال داده شده را بدست آورید.



برای مثال در تمرین بالا می خواهیم حجم شکلی را که قاعده آن مثلث است را بدست آوریم ،  
به این صورت که ابتدا مساحت قاعده یعنی مساحت مثلث را در ارتفاع عدد (3) ضرب می کنیم.  
در واقع داریم :

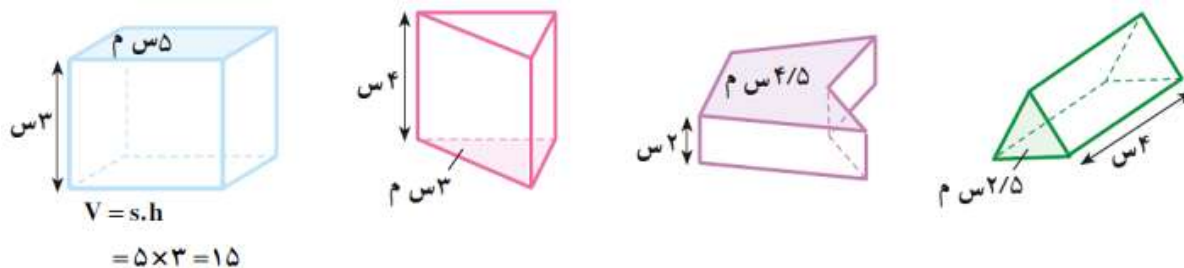
$$4\text{Cm}^2 = \text{مساحت قاعده (مساحت مثلث)}$$

$$3\text{Cm} = \text{ارتفاع (ارتفاع یال)}$$

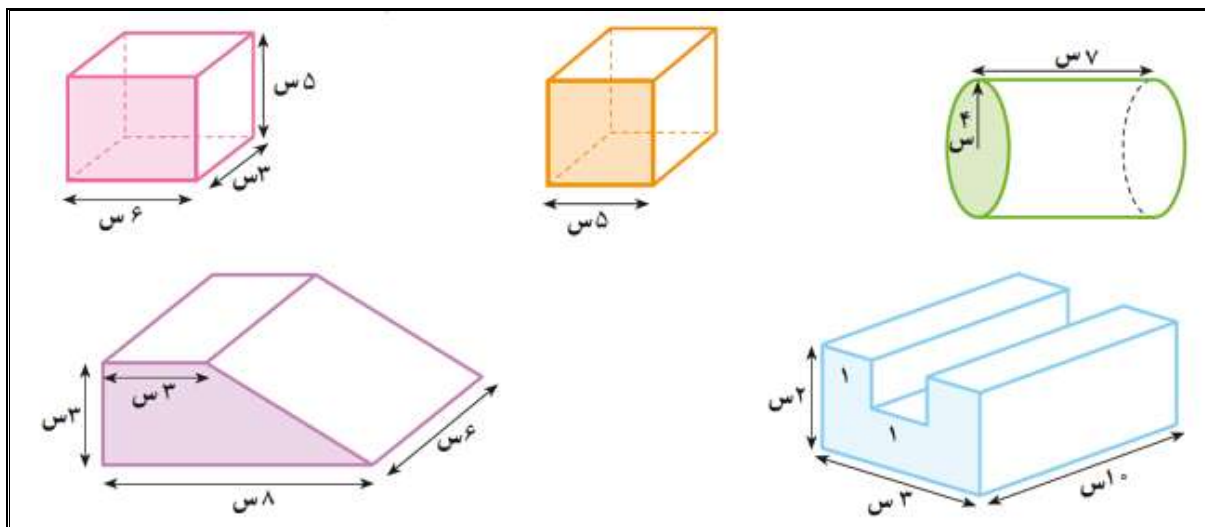
$$\text{حجم شکل منشوری} = 4\text{cm}^2 \times 3\text{Cm}$$

تمرین: حجم اشکل زیر را بدست آورید:

(مساحت را با  $S$  و ارتفاع را با  $h$  و حجم را با  $V$  نشان می دهیم.)



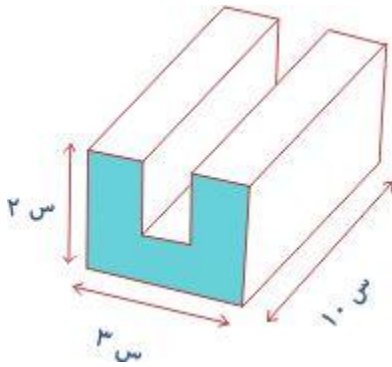
تمرین: ابتدا مساحت قاعده و سپس حجم هر یک از اشکال را بدست آورید.



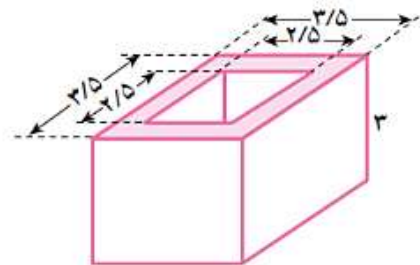
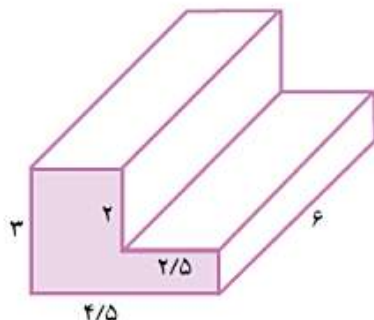
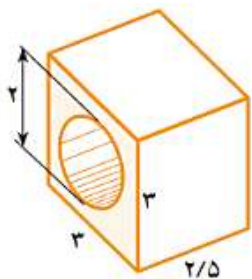
. به مثال زیر توجه کنید، می‌خواهیم حجم چنین شکلی را بدست آوریم:

مساحت مربع - مساحت مستطیل = مساحت قاعده

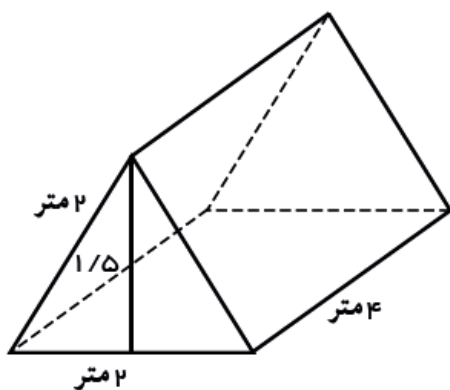
$$(2 \times 3) - (1 \times 1) = 5 \times 10 = 50 \quad (\text{سانتیمتر مکعب})$$



تمرین: حجم هر یک از اشکال زیر را بدست آورید.

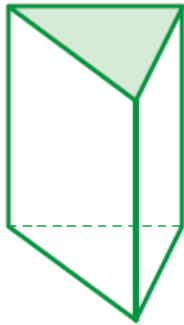


تمرین: یک چادر مسافرتی مطابق شکل زیر برای اسکان مسافران استفاده می شود، حجم این چادر را بدست آورید.

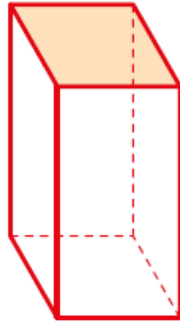


## ❖ مساحت جانبی و مساحت کل در منشورها

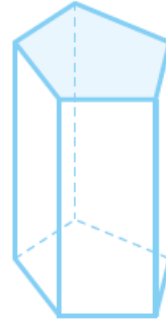
ابتدا مروری بر انواع شکل های منشور می کنیم. به اشکال زیر توجه کنید.



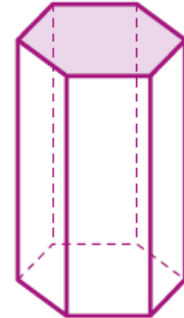
منشور ۳ پهلو



منشور ۴ پهلو



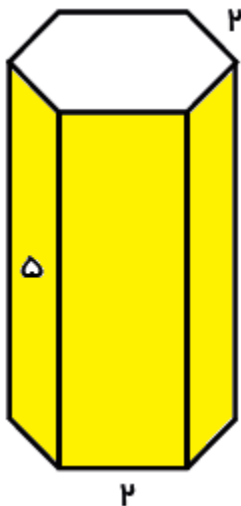
منشور ۵ پهلو



منشور ۶ پهلو

نکته 3: در یک منشور با جمع کردن مساحت پهلوها می توان اندازه مساحت سطح جانبی را بدست آورد. با جمع کردن مساحت سطح جانبی با مساحت دو قاعده منشور، اندازه سطح کل منشور بدست می آید.

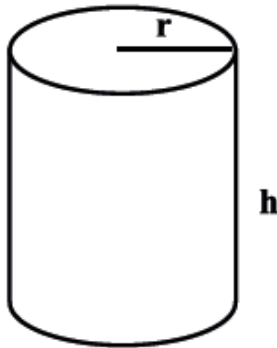
به عنوان مثال با توجه به شکل منشور زیر می خواهیم مقدار مساحت جانبی آن را بدست آوریم، پس داریم:



مساحت جانبی در منشور رو به رو همان قسمت های رنگ شده می باشد (6 مستطیل رنگ شده) که مساحت هر کدام از مستطیل ها  $(5 \times 2)$  است. در این صورت مساحت جانبی این منشور مقدار  $6 \times (5 \times 2)$  است. حال اگر مساحت دو قاعده این منشور را که دو شش ضلعی است با مقدار مساحت جانبی یعنی  $6 \times (5 \times 2)$  جمع کنیم، مقدار مساحت کل بدست می آید.



. تمرین: در مورد حجم و مقدار مساحت جانبی استوانه زیر که مشخصات آن در شکل داده شده است در کلاس بحث کنید.



❖ مسائلی در مورد حجم

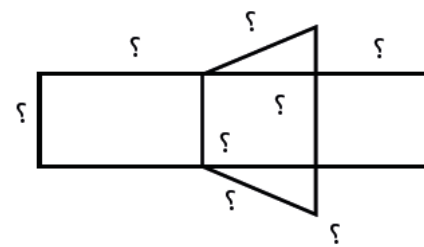
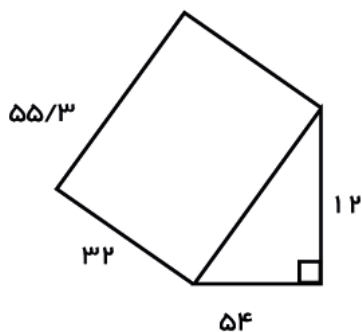
1- یک مخزن نفت به شکل استوانه ای است که شعاع قاعده آن 3 متر و ارتفاع آن 5 متر است، می خواهیم بدنه خارجی و سقف آن را رنگ بزنیم. اگر هزینه رنگ کردن هر متر مربع 3000 تومان باشد، برای رنگ کردن این مخزن چقدر باید هزینه کرد؟

2- چاهی به عمق 12 متر را حفر کرده اند، شعاع دهانه این چاه 0.4 متر است. خاک این چاه را در زمینی به شکل مستطیل به ابعاد 5 و 4 متر به طور یکنواخت پهن کرده اند. ارتفاع این خاک چه مقدار است؟

3- حوضی است به شکل مکعب مستطیل و ابعاد آن 4، 3 و 1.5 متر است. این حوض خالی است و می خواهند آن را با شیر آبی که در هر دقیقه 60 لیتر آب از آن وارد حوض می شود، پر کنند، چند ساعت طول می کشد تا حوض پر شود؟ (هر متر مکعب، هزار لیتر است.)

4- ستونی است به شکل یک منشور شش پهلو که هر ضلع قاعده آن 0.2 متر و ارتفاع آن 5 متر است، می خواهند به بدنه آن کاشی بچسبانند، برای این کار چند متر مربع کاشی نیاز است؟

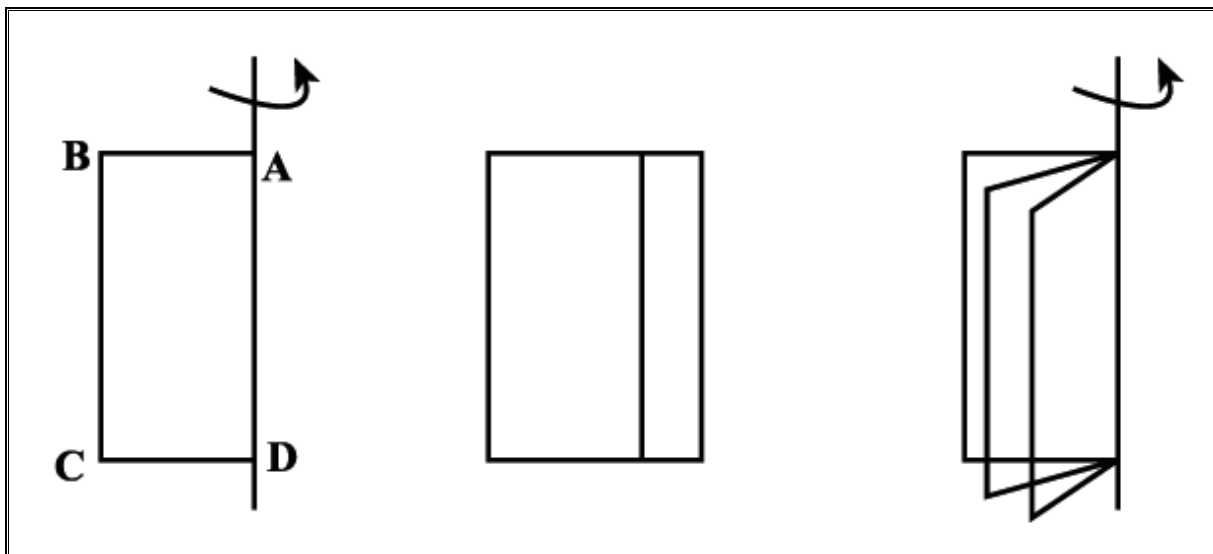
. تمرین: با توجه به حجم منشور و ابعاد آن، اندازه ضلع های گسترده آن را بنویسید.



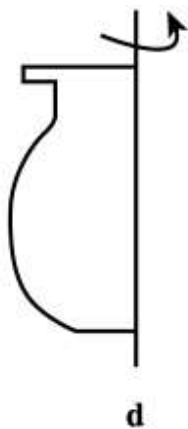
حرکت یک سطح در فضا

با توجه به شکل های زیر همانطور که ملاحظه می کنید با حرکت یک سطح در فضا حجم ساخته می شود.

این حرکت ممکن است حول یک محور (خط یا پاره خط و...) انجام شود.

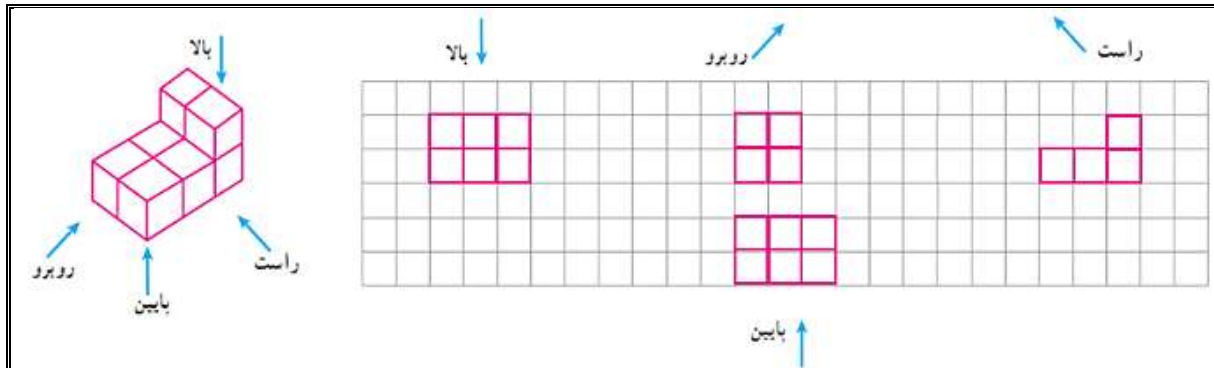


برای شکل های دیگر نیز می توان همین کار را انجام داد.

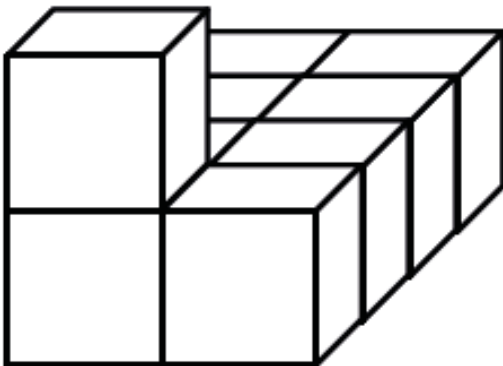


به صورت تقریبی شکل بالا را پس از چرخش رسم کنید.

. به شکل های زیر توجه نمایید ، نظر خودتان را در مورد این اشکال بگویید.



. تمرین: حجم زیر را از نمای بالا، راست و رو به رو رسم کنید.



تمرین: اگر یک حجم از بالا، سمت راست و رو به رو دیده شود، آن حجم را رسم کنید.

