



فصل ۵

شمارنده‌ها و اعداد اول

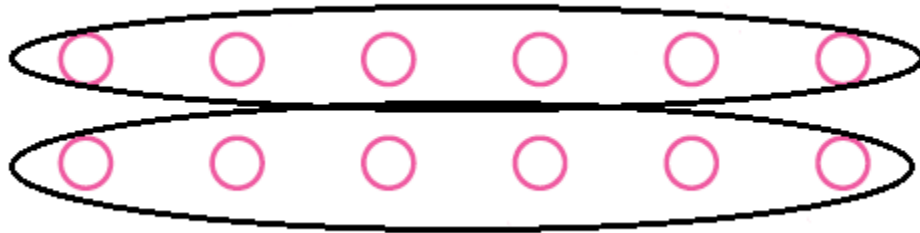
ما در زندگی روزمره خودمان برای شمارش اشیاء و ارقام و... از روش های خاصی استفاده میکنیم. در واقع برای شمارش اشیاء ((دسته بندی)) هایی را انجام می دهیم.

به عنوان مثال در شکل زیر ما 12 تا دایره داریم که این دایره ها به صورت 2 تایی بسته بندی شده اند ، در واقع ما در اینجا خواسته ایم که 12 تا دایره را به صورت دو دو تا شمارش کنیم ، یعنی اگر 12 دایره را به صورت دوتایی شمارش کنیم به 6 بسته دوتایی می رسیم.



نکته 1: به عدد 2 در مثال بالا شمارنده عدد 12 می گویند.

یا می توانیم این 12 تا دایره را به صورت دو بسته شش تایی تقسیم بندی کنیم ، یعنی این دایره ها را به صورت ((شش تا شش تا)) شمارش کنیم. حال در این مثال عدد 6 به عنوان شمارنده 12 شناخته می شود.



سوال: به نظر شما آیا عدد 12 شمارنده های دیگری هم دارد؟ اگر دارد با رسم شکل توضیح دهید.

یعنی ۱۰ را می توان ۲ تا ۲ تا شمرد $۱۰ \div ۲ = ۵$

یعنی ۱۰ را می توان ۵ تا ۵ تا شمرد $۱۰ \div ۵ = ۲$

یعنی ۱۰ را می توان ۱۰ تا ۱۰ تا شمرد $۱۰ \div ۱ = ۱۰$

یعنی ۱۰ را می توان یکی یکی شمرد $۱۰ \div ۱۰ = ۱$

. تمرین: با توجه به مثال های گفته شده در بالا، با استفاده از شکل شمارنده های اعداد 15، 20، و 9 را مشخص کنید.

نکته 2: اگر عدد مانندی a شمارنده b باشد و b هم شمارنده عدد c باشد، آنگاه a هم شمارنده c است.

به عنوان مثال 2 شمارنده عدد 4 است و 4 شمارنده عدد 12 است، در این صورت 2 هم شمارنده عدد 12 است.

نکته 3: بزرگترین شمارنده هر عدد، خود آن عدد می باشد.

به عنوان مثال عدد 15 دارای شمارنده هایی مانند 3 و 5 می باشد ولی بزرگترین شمارنده آن خودش (یعنی عدد 15) می باشد. (بر اساس مثال دایره ها یعنی یک بسته 15 تایی دایره)

نکته 4: کوچکترین شمارنده هر عددی عدد 1 (یک) می باشد.

به عنوان مثال کوچکترین شمارنده عدد 5، عدد 1 (یک) می باشد. (بر اساس مثال دایره ها یعنی 5 بسته یک دونه ای!)

نکته 5: بعضی از عدد ها فقط دو شمارنده دارند، یکی خود آن عدد و دیگری عدد 1 (یک).

مانند اعداد 2، 3، 5، 7، 11، 13، 17

نکته بسیار مهم: به اعدادی مانند 2، 5، 7 و امثال اینها که فقط دو شمارنده دارند، اعداد اول می گویند.

❖ مثال: با توجه به شکل زیر عدد 12 را می توانیم به صورت حاصل ضرب دو عدد غیر از یک نوشت، یعنی حاصل ضرب 3 در 4 می شود 12، ولی عدد 17 را نمی توان به صورت حاصل ضرب دو عدد غیر از یک نوشت، یعنی فقط می توان نوشت: $17 = 1 \times 17$



. تمرین: مثال بالا را کامل کنید و مشخص کنید که کدامیک از آنها جزء ((اعداد اول)) هستند.

❖ تجزیه اعداد به حاصل ضرب عوامل اول

برای تجزیه یک عدد به حاصل ضرب عوامل اول، آن عدد را بر کوچکترین عدد اولی که بر آن بخش پذیر است تقسیم میکنیم، سپس خارج قسمت تقسیم را بر کوچکترین عدد اولی که بر آن بخش پذیر است تقسیم میکنیم و این عمل را تا جایی ادامه می دهیم که خارج قسمت تقسیم برابر با عدد 1 (یک) شود. در این صورت حاصل ضرب مقسوم علیه ها (اعداد اول بدست آمده) حاصل ضرب عوامل اول مورد نظر است.

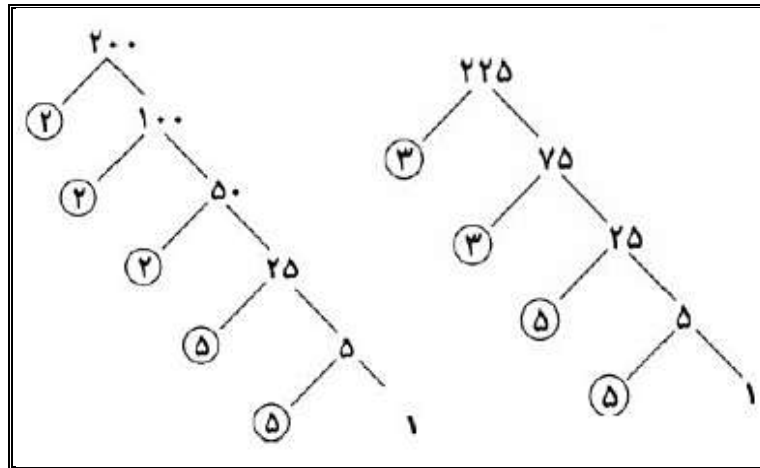
البته توضیحات بالا را می توان در دو روش ساده و روش درختی انجام داد.

به مثال های زیر دقت کنید:

1- روش ساده (تقسیم معمولی)

۲۰۰	۲		۲۲۵	۳	
۱۰۰	۲		۷۵	۳	
۵۰	۲	$200 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 = 2^3 \times 5^2$	۲۵	۵	$225 = 5 \times 5 \times 3 \times 3 = 5^2 \times 3^2$
۲۵	۵		۵	۵	
۵	۵		۱		
۱					

2- روش درختی (تقسیم به صورت درختی)



. تمرین: هر یک از اعداد 420، 729 و 1000 را به حاصل ضرب عوامل اول تجزیه کنید.

. تمرین: با تجزیه کردن صورت و مخرج هر یک از کسرها زیر به عوامل اول، کسرها را ساده کنید.

یاد آوری: به تجزیه کردن کسرها زیر دقت کنید.

$$\frac{4}{6} = \frac{\cancel{2} \times 2}{\cancel{2} \times 3} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{18}{27} = \frac{\cancel{2} \times \cancel{9}}{\cancel{3} \times \cancel{9}} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{20}{50} =$$

$$\frac{28}{42} =$$

$$\frac{81}{32} =$$

❖ مقسوم علیه های طبیعی یک عدد: تمامی اعداد طبیعی که عددی مانند a بر آن بخش پذیر است را مقسوم علیه های طبیعی عدد a می گویند.

به عنوان مثال عدد 30 بر مجموعه اعداد نشان داده شده بخش پذیر است.

$$30 \text{ مقسوم علیه های } 30 = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}$$

❖ مضرب طبیعی یک عدد: از ضرب هر عدد طبیعی در اعداد 1، 2، 3، ... مضرب های طبیعی آن عدد بدست می آید.

مانند مجموعه مضرب های طبیعی عدد 5:

$$5 \text{ مضرب های } 5 = \{5, 10, 15, 20, \dots\}$$

... و — و — و — و — و 6 و 4 و 2: مضرب های 2

: مضرب های 7

❖ بزرگترین مقسوم علیه مشترک دو عدد (معروف به م.م.ب)

بزرگترین عددی که دو عدد طبیعی a و b بر آن بخش پذیرند، بزرگترین مقسوم علیه مشترک آن دو عدد گفته می شود.

(م.م.ب) دو عدد a و b را با نماد $(a \text{ و } b)$ نشان می دهیم.

به عنوان مثال دو عدد 42 و 35 را در نظر بگیرید، این دو عدد بر بزرگترین شمارنده خودشان یعنی عدد 7 بخش پذیر هستند. پس عدد 7 را (م.م.ب) این دو عدد می نامیم. یا دو عدد 16 و 24 را در نظر بگیرید، با کمی دقت متوجه می شویم که این دو عدد بر بزرگترین شمارنده خودشان یعنی عدد 8 بخش پذیر هستند. پس عدد 8 (م.م.ب) این دو عدد می باشد.

. تمرین: شمارنده های دو عدد (30 و 24) را نوشته و بزرگترین مقسوم علیه مشترک این دو عدد را بیابید.

. نکته بسیار مهم: (م.م.ب) دو عدد اول همیشه (1) یک است.

. کوچکترین مقسوم علیه مشترک دو عدد (معروف به م.م.ک)

کوچکترین عدد طبیعی که هم بر عدد طبیعی a و هم بر عدد طبیعی b بخش پذیر می باشد را کوچکترین مقسوم علیه مشترک دو عدد گفته می شود.
(م.م.ک) دو عدد a و b را با نماد $[a \text{ و } b]$ نشان می دهیم.

نکته 6: برای بدست آوردن (ک.م.م) دو عدد، کافی است که آن دو عدد را در هم ضرب نموده و بر (ب.م.م) شان تقسیم کنیم.

به عنوان مثال دو عدد 35 و 42 را در نظر بگیرید، برای بدست آوردن (ک.م.م)، این دو عدد را در هم ضرب نموده $35 \times 42 = 1470$ و بر بزرگترین مقسوم علیه مشترکشان یعنی عدد 7 تقسیم می کنیم و حاصل عدد 210 می شود.

تمرین: (ک.م.م) دو عدد [300 و 150] را بدست آورید.

تمرین: (ب.م.م) و (ک.م.م) های خواسته شده را بدست آورید.

$(20 \text{ و } 30) =$	$(5 \text{ و } 7) =$	$(15 \text{ و } 3) =$	$[12 \text{ و } 4] =$
$[30 \text{ و } 50] =$	$(38 \text{ و } 19) =$	$[15 \text{ و } 30] =$	$(4 \text{ و } 9) =$
$[4 \text{ و } 9] =$	$[3 \text{ و } 2 \text{ و } 7] =$	$(3 \text{ و } 2 \text{ و } 7) =$	$[4 \text{ و } 6] =$