

معادله

کلمه معادله هم خانواده کلمه های عدل ، عدالت ، عادل ، تعادل ، معادل و.... است.

معادله: به هر تساوی جبری ، که به ازای بعضی از عددها یا یک عدد به یک تساوی درست عددی تبدیل شود ، معادله گفته می شود.

? عبارت های $۲x + ۳ = ۵$ و $۱۴x + ۱ = ۳x - ۷$ معادله هستند.

منظور از حل معادله ، پیدا کردن عدد یا عدد هایی است ، که اگر در تساوی جبری به جای متغیر قرار گیرد تساوی عددی برقرار شود و دو طرف مساوی با هم برابر باشند.

یکی از روش های حل معادله ، راهبرد حدس و آزمایش است

? معادله $۳x + ۷ = ۱۶$ حل کنید.

حل : به جای x عددهای مختلفی قرار می دهیم تا به عدد مورد نظر برسیم.

x	$۳x$	$۳x + ۷$	بررسی
۱	۳	۱۰	$۱۰ \neq ۱۶ \times$
۲	۶	۱۳	$۱۳ \neq ۱۶ \times$
۳	۹	۱۶	$۱۶ = ۱۶ \checkmark$

چون به ازای $x = ۳$ تساوی برقرار شد بنابراین جواب معادله ۳ است.

ولی روش حدس و آزمایش برای حل خیلی از معادله ها سخت و طولانی است.

روش دیگر حل معادله انجام مراحل زیر است :

۱. ابتدا جمله های دارای مجهول (متغیر) را یک طرف و جمله های با عدد های معلوم را طرف دیگر مساوی می نویسیم .

۲. اگر جمله ای از یک طرف تساوی به طرف دیگر منتقل شود، علامت آن را **قرینه** می کنیم.

۳. جملات هر طرف تساوی را با هم جمع می کنیم تا به یک جمله در سمت چپ و یک جمله در سمت راست مساوی برسیم .

۴. در آخر عدد معلوم را به ضریب عددی مجهول تقسیم می کنیم تا مقدار مجهول به دست آید.

? معادله های زیر را حل کنید.

$$4x - 7 = 14x - 31$$

حل : ابتدا جمله های دارای مجهول (متغیر) را یک طرف و جمله های با عدد های معلوم را طرف دیگر مساوی می نویسیم .

$$4x - 14x = 31 - 7$$

اگر جمله ای از یک طرف تساوی به طرف دیگر منتقل شود، علامت آن را قرینه می کنیم.

$$4x - 14x = -31 + 7$$

جملات هر طرف تساوی را با هم جمع می کنیم تا به یک جمله در سمت چپ و یک جمله در سمت راست مساوی برسیم .

$$-10x = -24$$

عدد معلوم را به ضریب عددی مجهول تقسیم می کنیم تا مقدار مجهول به دست آید.

$$x = \frac{-24}{-10} = +2.4$$

$$3x + 7 = 22$$

$$3x = 22 - 7$$

$$3x = 15$$

$$x = \frac{15}{3} = 5$$

$$4t + 12 = 2t + 8$$

$$4t - 2t = +8 - 12$$

$$2t = -4$$

$$t = \frac{-4}{2} = -2$$

$$5x = 15$$

$$x = \frac{15}{5} = 3$$

$$x + 7 = 14$$

$$x = 14 - 7$$

$$x = 7$$

تذکره: اگر در معادله ای پرانتز وجود داشت ، ابتدا با ضرب کردن عدد یا علامت قبل از پرانتز در جملات داخل پرانتز، پرانتز را از بین برده و سپس معادله را حل می کنیم.

$$5(4x + 6) = 2x - 24$$

$$20x + 30 = 2x - 24$$

$$20x - 2x = -24 - 30$$

$$18x = -54$$

$$x = \frac{-54}{18} = -3$$

حل معادلات کسری :

برای حل معادلات کسری ، ابتدا بین تمام مخرج ها ، مخرج مشترک می گیریم و سپس آن را در تک تک ضرایب عددی ضرب می کنیم تا مخرج ها از بین برود و به یک معادله با ضرایب صحیح تبدیل شود ؛ سپس آن معادله را حل می کنیم.

? معادله های زیر را حل کنید.

$$\frac{3}{5}x + \frac{1}{2} = \frac{2}{3}x + 5$$

حل :

ابتدا بین 5 و 2 و 3 یک مخرج مشترک یعنی عددی که به هر سه آنها بخش پذیردر نظر می گیریم : 30
سپس عدد 30 را در تک تک ضرایب عددی ضرب می کنیم :

$$30 \times \frac{3}{5} = 18 \quad 30 \times \frac{1}{2} = 15 \quad 30 \times \frac{2}{3} = 20 \quad 30 \times 5 = 150$$

معادله جدید $18x + 15 = 20x + 150$ به دست می آید :

$$18x + 15 = 20x + 150 \Rightarrow 18x - 20x = 150 - 15 \Rightarrow -2x = 135 \Rightarrow x = \frac{135}{-2} = -67.5$$

امتحان درستی حل معادله :

برای اینکه بفهمیم معادله را درست حل کرده ایم یا نه ، باید مقدار به دست آمده را به جای مجهول در معادله قرار دهیم ، اگر دو طرف مساوی با هم برابر بودند یعنی معادله درست حل شده است در غیر این صورت معادله درست حل نشده است و مقدار به دست آمده جواب معادله نیست.

? آیا $x = 3$ جواب معادله $3x - 2 = 7$ است ؟ چرا ؟

$$3(3) - 2 \square 7$$

$$9 - 2 \square 7$$

$$7 = 7$$

بله جواب معادله هست ، چون هر دو طرف مساوی ، برابر 7 است.

? آیا $x = -1$ جواب معادله $5x - 7 = 3$ است ؟ چرا ؟

$$5(-1) - 7 \square 3 \Rightarrow -5 - 7 \square 3 \Rightarrow -12 \neq 3$$

خیر جواب معادله نیست ، چون یک طرف مساوی ، برابر 3 و طرف دیگر برابر 12- است.

آیا $x = 14$ جواب معادله $x \cdot x - \frac{x}{14} = 15$ است؟ چرا؟

$$15 = 15 \Rightarrow 15 - 1 = 14 - 1 \Rightarrow 15 - \frac{14}{14} = 14 - \frac{14}{14} \quad (14).$$

بله جواب معادله هست، چون هر دو طرف مساوی، برابر 15 است.

حل مسئله به کمک معادله

برای حل یک مسئله به کمک معادله، به صورت زیر عمل می‌کنیم:

ابتدا مجهول مسئله را با یک متغیر نشان می‌دهیم و سپس عبارت‌های کلامی داده شده در صورت سوال را به عبارت جبری تبدیل می‌کنیم و آن معادله را حل می‌کنیم.

اگر به سه برابر عددی پنج واحد اضافه کنیم، حاصل دو برابر همان عدد می‌شود آن عدد چند است؟

حل: عدد مورد نظر را با x نشان می‌دهیم و سپس عبارت جبری $3x + 5 = 2x$ را می‌نویسیم و آن را حل می‌کنیم.

$$3x + 5 = 2x \Rightarrow 3x - 2x = -5 \Rightarrow x = -5$$

یعنی آن عدد -5 است.

نیما برای خرید پنج دفتر، پنجاه هزار تومان به فروشنده داد و 7500 تومان پس گرفت؛ قیمت هر دفتر چقدر است؟

حل: قیمت هر دفتر را با x نشان می‌دهیم:

$$5x = 50000 \Rightarrow 5x + 7500 = 50000$$

معادله را حل می‌کنیم:

$$5x = 50000 - 7500 \Rightarrow 5x = 42500 \Rightarrow x = \frac{42500}{5} = 8500$$

یعنی قیمت هر دفتر 8500 تومان است.

مجموع سه عدد متوالی 14 شده است آن سه عدد کدام است؟

حل: سه عدد متوالی یعنی سه عدد پشت سر هم که فاصله هر دو تا از آنها با هم یک واحد است؛ یعنی اگر اولین عدد را x در نظر بگیریم عدد بعدی $x + 1$ و عددی بعد از آن $x + 2$ است، پس:

$$x + x + 1 + x + 2 = 14 \Rightarrow 3x = 14 - 2 - 1 \Rightarrow 3x = 11 \Rightarrow x = \frac{11}{3} = 7$$

پس آن سه عدد 7 و 8 و 9 هستند.

هریک از معادله های زیر را حل کنید. ❁

$$x + 7 = 13$$

$$x - 14 = -20$$

$$3b - 10 = 14$$

$$2x - 10 = 0$$

$$5x - 7 + x = 4x + 13$$

$$7 + 3x = -x + 5x - (1 - x)$$

$$\frac{4}{5}x + 1 = \frac{3}{4}x + \frac{7}{10}$$

$$\frac{2x+1}{3} = \frac{3x-4}{4}$$

❁ آیا $x = 5$ جواب معادله $x \cdot x - 2x = -35$ است ؟ چرا ؟

❁ آیا $x = -7$ جواب معادله $x(x + 7) = 0$ است ؟ چرا ؟

❁ چهار برابر عددی به اضافه ثلث فودش برابر ۳۹ است، آن عدد کدام است؟

❁ سپهر برای خرید ۴ دفتر و ۵ فودکار ۶۵۰۰۰ تومان به فروشنده داد و ۱۵۰۰ تومان پس گرفت، اگر قیمت هر فودکار ۱۵۰۰ تومان باشد، قیمت هر دفتر را با تشکیل معادله به دست آورید.

❁ مجموع سه عدد زوج متوالی ۲۷۰ است، آن سه عدد کدام اند؟

❁ مجموع سه عدد فرد متوالی ۲۰۱ است، آن سه عدد کدام اند؟

❁ در مثلث زیر، اندازه هر زاویه را پیدا کنید.

