

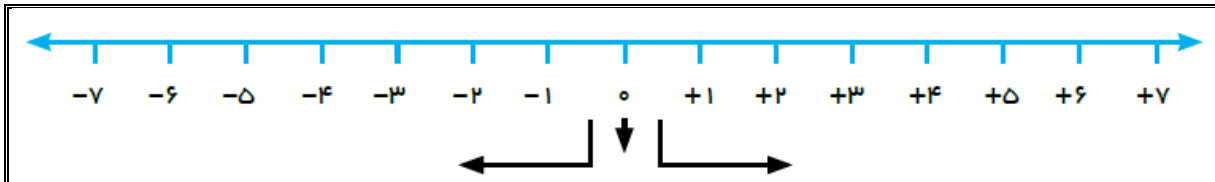
فصل ۲

عددهای صحیح

به اجتماع مجموعه اعداد طبیعی، قرینه اعداد طبیعی و عدد صفر مجموعه اعداد صحیح (عدد های علامت دار) گفته میشود. این مجموعه را با حرف Z نشان می دهند.

$$Z = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$$

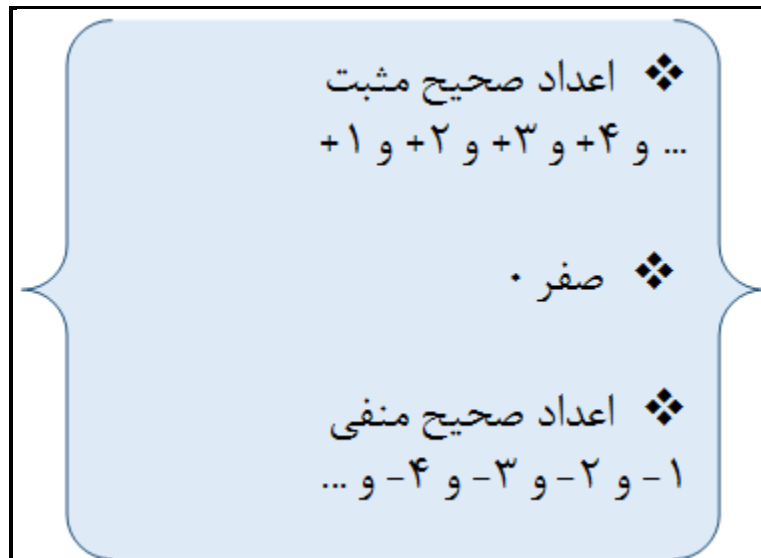
محور مجموعه اعداد صحیح به صورت مقابل می باشد:



از عددهای صحیح علامت دار برای بیان وضعیت دمای هوا (گرم و سرما)، عمق و ارتفاع زمین نسبت به سطح دریا استفاده می شود.



❖ پس نتیجه می گیریم اعداد صحیح علامت دار به سه دسته تقسیم می شوند:



نکته 1: در مجموعه اعداد صحیح کوچکترین و بزرگترین عضو نا مشخص می باشد.

نکته 2: دقت کنید که عدد صفر نه مثبت است و نه منفی. این عدد مبدا محور اعداد صحیح می باشد.

نکته 3: هنگام نوشتن اعداد صحیح مثبت، اغلب علامت عدد را نمی نویسیم. مثلاً به جای نوشتن عدد $(+7)$ می نویسیم (7) و به جای $(+4) + (6+)$ می نویسیم $4 + 6$.

❖ به عنوان مثال:

در مجموعه اعداد صحیح مثبت $\{1, 2, 3, \dots\}$ ، بزرگترین عضو نا مشخص است و کوچکترین عضو آن عدد (1) است.

یا در مجموعه اعداد صحیح منفی $\{-1, -2, -3, \dots\}$ ، کوچکترین عضو نا مشخص است و بزرگترین عضو عدد (-1) است.

❖ قرینه اعداد صحیح

برای قرینه کردن اعداد صحیح کافی است که پشت عدد مربوطه (سمت چپ عدد) علامت منفی را اضافه نموده، در این صورت علامت عدد مربوطه تغییر می یابد. علامت منفی ((-)) نشان دهنده قرینه است.

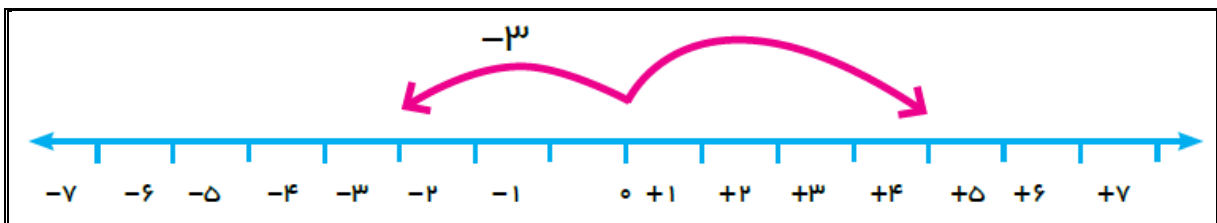
به عنوان مثال: می‌خواهیم قرینه عدد (-7) را بدست آوریم، برای اینکار علامت منفی ((-)) را پشت عدد قرار می دهیم، به صورت روبرو: $-(-7) = +7$

❖ نحوه نمایش عددهای صحیح علامت دار روی محور

برای اینکه بتوانیم عددهای صحیح علامت دار را روی محور نمایش دهیم، ابتدا روی محور از نقطه صفر (نقطه شروع) کار خود را آغاز میکنیم. به این صورت که اگر عدد مورد نظر ما منفی بود، از نقطه صفر به سمت چپ محور حرکت میکنیم و اگر عدد مورد نظر ما مثبت بود، از نقطه صفر به سمت راست محور حرکت میکنیم.

به عنوان مثال: در شکل زیر برای نمایش عدد (-3) در محور زیر، با توجه به اینکه عدد ما منفی است، از نقطه صفر به اندازه 3 واحد به سمت چپ محور حرکت میکنیم.

همچنین برای نمایش عدد $(+4)$ در محور زیر، با توجه به اینکه عدد ما مثبت است، از نقطه صفر به اندازه 4 واحد به سمت راست محور حرکت میکنیم.



نکته 4: اگر در روی محور اعداد صحیح نقطه شروع ما از نقطه صفر نبود، بنابر این در روی محور عملیات جمع و تفریق صورت میگیرد.

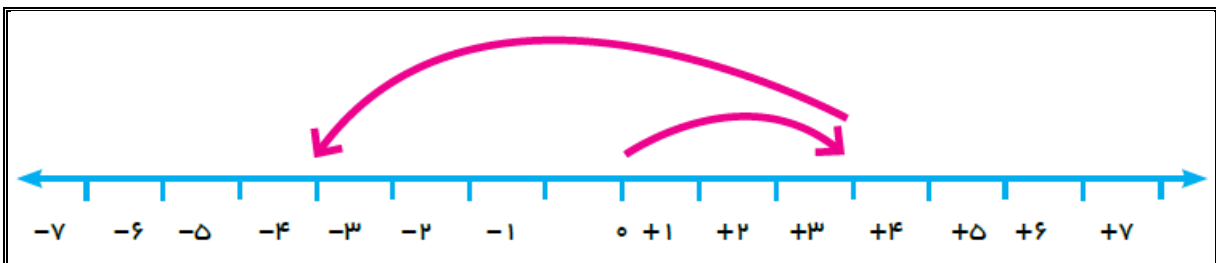
(باز هم اشاره میکنیم: اگر به سمت راست محور حرکت کنیم به تعداد واحد های حرکتان عملیات اضافه کردن (زیاد کردن) را داریم و اگر به سمت چپ محور حرکت کنیم به تعداد واحد های حرکتان عملیات کاستن (کم کردن) داریم.)

به عنوان مثال: در شکل زیر ما از نقطه صفر به اندازه 3 واحد به سمت راست حرکت کرده ایم پس ما عدد (+3) را نشان داده ایم. سپس ما از همین نقطه (+3) به اندازه 7 واحد به سمت چپ حرکت کرده ایم و در نقطه (-4) توقف کرده ایم.

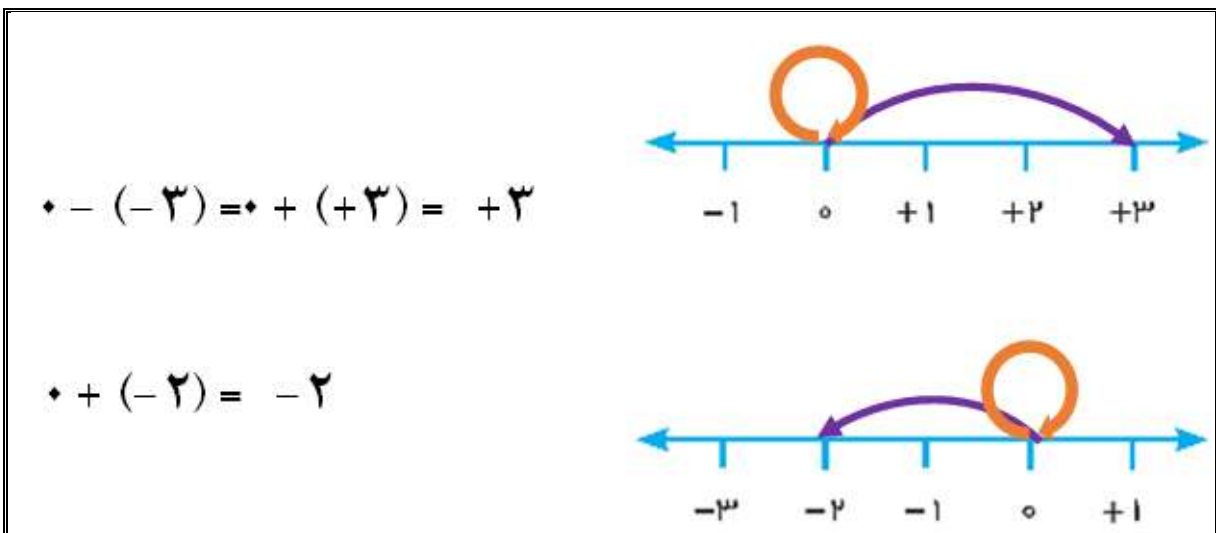
در واقع عدد (+3) را با عدد (-7) جمع نموده و حاصل عدد (-4) شده است.

حال میتوان جمله بالا را به صورت ریاضی نوشت:

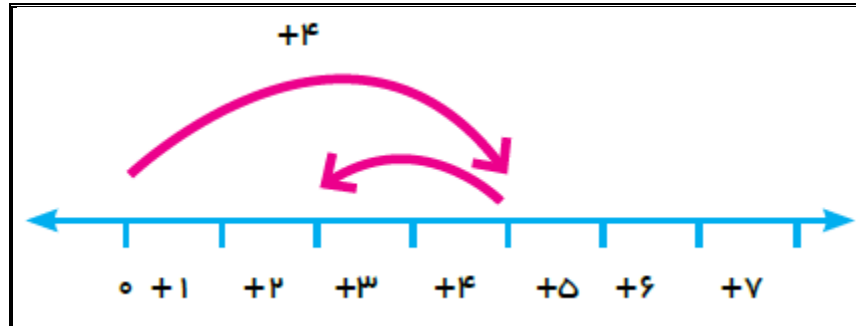
$$(+3) + (-7) = (-4)$$



. نکته 5: جمع هر عدد با صفر، برابر با خود آن عدد میشود.

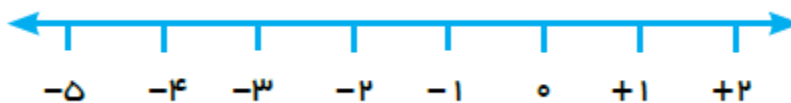


. تمرین: با توجه به شکل زیر توضیح دهید چه اتفاقی افتاده؟ آیا می توانید عملیات جمع و تفریق آن را بنویسید.



. تمرین: با توجه به اعداد نوشته و نوع عملیات بین آنها (جمع یا تفریق)، این جمع و تفریق را روی محور نشان دهید.

$$(-4) + (+6) = ?$$



❖ مقایسه بین اعداد صحیح علامت دار (کدام کوچکتر و کدام بزرگتر؟)

برای مقایسه بین عددهای صحیح علامت دار، باید به نکات زیر توجه نمود:

- 1- اعداد صحیح مثبت همیشه بزرگتر از اعداد صحیح منفی هستند، به عنوان مثال عدد (+4) بزرگتر از عدد (-6) است.
- 2- عدد صفر همیشه از اعداد صحیح منفی بزرگتر و از اعداد صحیح مثبت کوچکتر می باشد. به عنوان مثال صفر از (-3) بزرگتر است، یا عدد (+5) از صفر بزرگتر است.
- 3- در مقایسه بین اعداد صحیح هم علامت مثبت بایستی به خود عدد دقت نمود. به عنوان مثال عدد (+7) همیشه بزرگتر از عدد (+3) است.


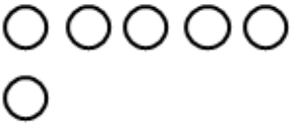

4- در مقایسه بین اعداد صحیح هم علامت منفی بایستی بیشتر به علامت منفی توجه کرد، به این صورت که عدد (-8) از عدد (-9) بزرگتر است، البته درست است که عدد 9 از 8 بزرگتر است ولی عدد 8 کمتر دروغ گفته است. (اونی که کمتر دروغ بگه آدم بزرگیه!)
تمرین: اعداد صحیح علامت دار زیر را با هم مقایسه کنید.




$4 \bigcirc -8$	$-27 \bigcirc 1$	$0 \bigcirc -14$	$3 \bigcirc 15$	$(-8) \bigcirc (+8)$
$100 \bigcirc -1$	$7 \bigcirc 7$			

❖ جمع و تفریق اعداد صحیح

برای جمع و تفریق اعداد صحیح بایستی به نکات زیر توجه نمود:

- 1- اگر دو عدد علامت دار مورد نظر با یکدیگر هم علامت باشند (یا هر دو مثبت و یا هر دو منفی)، آن دو عدد را با همدیگر جمع می کنیم. به عنوان مثال حاصل دو عدد (+5) و (+6) میشود (+11)، یا حاصل دو عدد (-4) و (-9) میشود (-13).
نتیجه 1: اگر هر دو عدد مثبت باشند، حاصل جمع آنها مثل جمع دو عدد طبیعی است.
نتیجه 2: اگر هر دو عدد منفی باشند، حاصل جمع آنها مثل جمع دو عدد طبیعی است. اما جواب علامت منفی دارد.
- 2- اگر دو عدد علامت دار مورد نظر با یکدیگر هم علامت نبودند (یعنی یکی از آنها مثبت و دیگری منفی باشد)، علامت عدد بزرگتر را نوشته و سپس آن دو عدد را از هم کم میکنیم. به عنوان مثال میخواهیم حاصل دو عدد (-7) و (+9) را بدست آوریم، برای این کار علامت عدد بزرگتر را نوشته (یعنی علامت عدد 9 که + (مثبت) است) و سپس دو عدد 9 و 7 را از هم کم میکنیم که میشود 2، در این صورت جواب (+2) است.

$(+2) + 4 = +2 + 4 = +6$	
$5 + 1 = +6$	
$(+3) + (+2) = +3 + 2 = +5$	

$-3 - 4 = -7$	
$-4 - (+1) = -4 - 1 = -5$	
$(-4) + (-2) = -6$	

نتیجه 3: اگر در جمع دو عدد صحیح یکی مثبت و دیگری منفی باشد و بدون در نظر گرفتن علامت ها عدد مثبت بیشتر باشد، برای جواب دو عدد را از هم کم و علامت مثبت را قرار می دهیم.

نتیجه 4: اگر در جمع دو عدد صحیح یکی مثبت و دیگری منفی باشد و بدون در نظر گرفتن علامت ها عدد منفی بیشتر باشد، برای جواب دو عدد را از هم کم و علامت منفی را قرار می دهیم.

$(+5) + (-8) = -3$	
$4 + (-6) = -2$	
$(+5) - (+7) = (+5) + (-7) = -2$	
$7 - 9 = -2$	

. لطفا به مثال های زیر دقت نمایید.

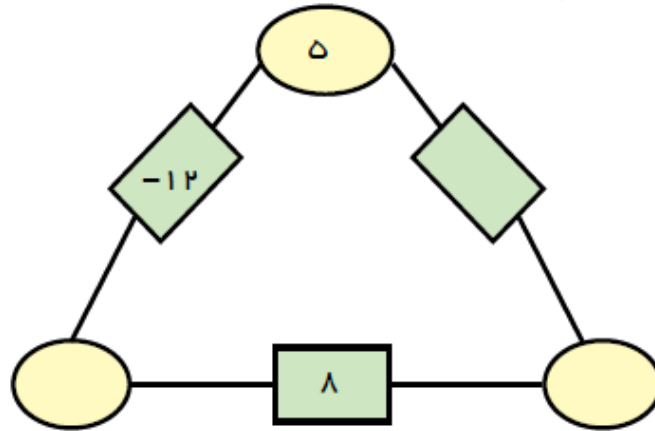
$(-15) + (-17) = -(15 + 17) = -32$
$120 + (-99) = +(120 - 99) = +21$
$(-188) + 150 = -(188 - 150) = -38$
$34 + (+16) = +(34 + 16) = +50$
$(-16) + (+40) + (-27) = (40 - 16) + (-27) = -(27 - 24) = -3$

. تمرین: حاصل جمع و تفریق های زیر را بدست آورید.

$(-25) + (-4) =$
$80 - 110 =$
$(+40) - (-60) + (-34) - 55 =$

. تمرین: دمای هوای شهر کرد 3 درجه زیر صفر است، اردبیل 9 درجه از شهر کرد سردتر است، دمای هوای اردبیل چند درجه است؟

تمرین: در مثلث زیر، عدد روی هر ضلع از مجموع دو راس های مجاور ضلع بدست می آید، جاهای خالی را کامل کنید.



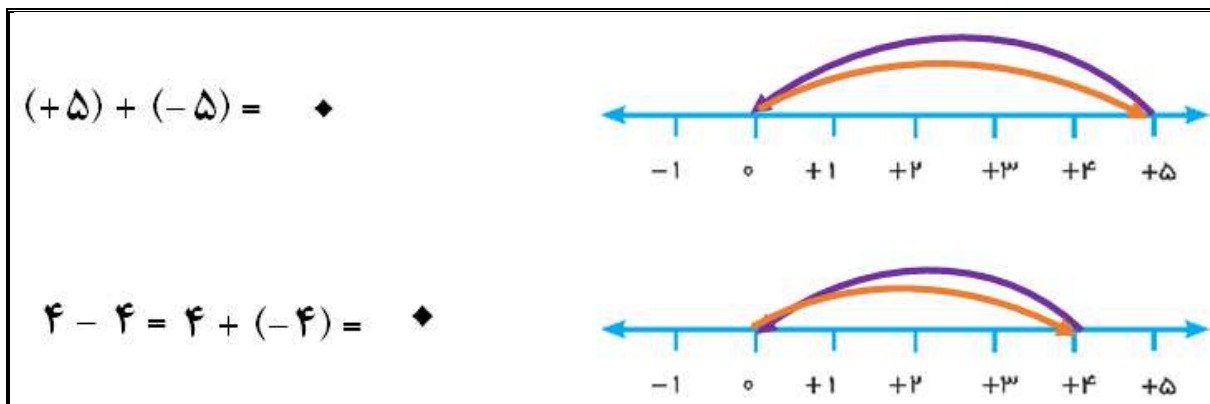
❖ چند خاصیت مهم از جمع و تفریق اعداد صحیح

1- جمع اعداد صحیح دارای خاصیت جابجایی (تعویض پذیری) می باشد.

$$(-7) + (+3) = (+3) + (-7) = -4$$

2- حاصل جمع هر عدد صحیح با قرینه اش برابر با صفر است.

$$(-11) + (+11) = 0$$



3- قرینه مجموع دو عدد با مجموع قرینه های آن دو عدد مساوی است.

$$-(a + b) = (-a) + (-b)$$

4- جمع اعداد صحیح دارای خاصیت شرکت پذیری است.

$$[(-5) + (-7)] + (+11) = (-5) + [(-7) + (+11)] = -1$$

5- جمع و تفریق اعداد دو رقمی و حتی چند رقمی به صورت زیر است: (در کلاس بحث نمایید)

	د	ی
-	۴	۳
+	۵	۱
-	۳	۴

$$-40 + (-3)$$

$$+50 + 1$$

$$-30 + (-4)$$

❖ ضرب اعداد صحیح

برای ضرب دو عدد صحیح همانند ضرب دو عدد طبیعی عمل میکنیم، با این تفاوت که بایستی علامت حاصل ضرب را نیز مشخص کنیم.

به دو مثال زیر توجه کنید:

$$(-11) \times (+20) = -220 \qquad (-13) \times (-9) = +117$$

نکته بسیار مهم: حاصل ضرب دو عدد هم علامت (مثبت در مثبت یا منفی در منفی) همیشه یک عدد مثبت است و حاصل ضرب دو عدد غیر هم علامت (مثبت در منفی یا منفی در مثبت) همیشه یک عدد منفی است.

حاصل ضرب دو عدد غیر هم علامت	منفی = مثبت × منفی	حاصل ضرب دو عدد هم علامت	مثبت = مثبت × مثبت
	منفی = منفی × مثبت		مثبت = منفی × منفی

❖ چند خاصیت مهم از ضرب اعداد صحیح

1- ضرب اعداد صحیح دارای خاصیت جابجایی (تعویض پذیری) است.

$$(-5) \times (+7) = (+7) \times (-5) = -35$$

2- ضرب اعداد صحیح دارای خاصیت شرکت پذیری است.

$$[(-2) \times (+5)] \times (-4) = (-2) \times [(+5) \times (-4)] = +40$$

3- ضرب اعداد صحیح دارای خاصیت توزیع پذیری ضرب نسبت به عمل جمع و یا تفریق می باشد.

$$a \times (b \pm c) = ab \pm ac$$

$$\text{الف)} (-5) \times [(-7) + (+4)] = (-5) \times (-7) + (-5) \times (+4) = +15$$

$$\text{ب)} (-3) \times [(-4) - (+7)] = (-3) \times (-4) - (-3) \times (+7) = (+12) - (-21) = 33$$

4- حاصل ضرب هر عدد صحیح در معکوسش برابر با مقدار یک است.

$$(-17) \times \left(-\frac{1}{17}\right) = +1$$

5- حاصل ضرب هر عدد صحیح در قرینه معکوسش برابر با (-1) است.

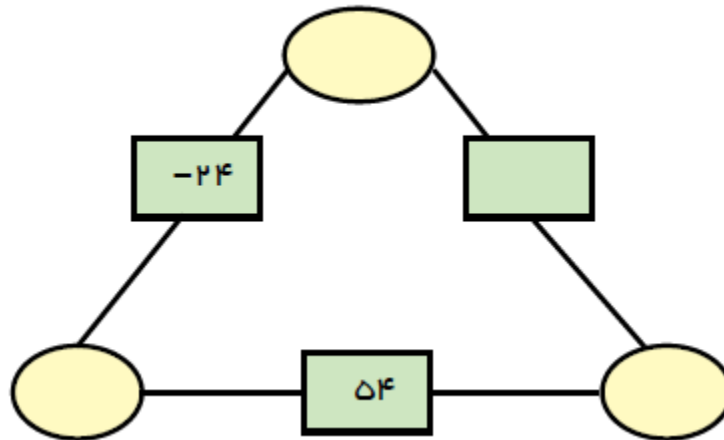
$$(+17) \times \left(-\frac{1}{17}\right) = -1$$

❖ تقسیم اعداد صحیح

در تقسیم اعداد صحیح همانند ضرب اعداد صحیح ابتدا تعیین علامت میکنیم ، سپس صرف نظر از علامت ها دو عدد را بر هم تقسیم میکنیم. به عنوان مثال داریم :

$$(-30) \div (+5) = -6, (-45) \div (-9) = +5$$

. تمرین: حاصل ضرب عدد های روی راس های مثلث، روی هر ضلع نوشته شده است. جاهای خالی را کامل کنید.



. تمرین: الف) دو عدد پیدا کنید که مجموع آنها $(+4)$ و حاصل ضرب آنها (-12) باشد.

ب) دو عدد پیدا کنید که مجموع آنها (-11) و حاصل ضرب آنها $(+24)$ باشد.

ج) دو عدد پیدا کنید که حاصل ضرب آنها 24 شود و حاصل جمع آنها کمترین

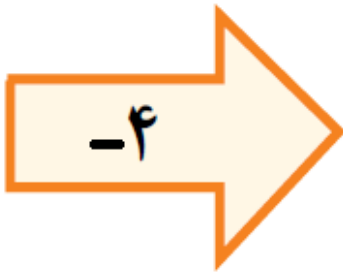
مقدار ممکن باشد.

. تمرین: در شهر همدان در یک شبانه روز پاییزی حداقل دما 8 درجه و حداکثر آن 12 درجه می باشد. میانگین دما چند درجه است؟

تمرین: حاصل عبارت $(6 - 6 \div 3 \times 2 + 1)$ چه مقداری است؟

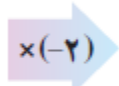
تمرین: جاهای خالی در جداول زیر را کامل کنید (جدول اول برای عملیات جمع و تفریق است و جدول دوم برای عملیات ضرب و تقسیم می باشد):

-۸		۴
-۲		۵



	۳	
۶		-۷
	۴	

		۸
۹		
	۷	۱۲



-۲۰	-۳۰	
	-۲۲	-۲۶
-۲۸		