

فصل دوم، عددهای صحیح

معرفی عددهای علامت دار :

در سال های گذشته با اعداد طبیعی و اعداد حسابی آشنا شدیم، می دانیم اعداد ۱، ۲، ۳، ۴ و ... مجموعه اعداد طبیعی نامیده می شوند و با N آن ها را نمایش می دهیم، همچنین مجموعه اعداد ۰، ۱، ۲، ۳ و ... را مجموعه اعداد حسابی می نامیم و با W آن ها را نمایش می دهیم.

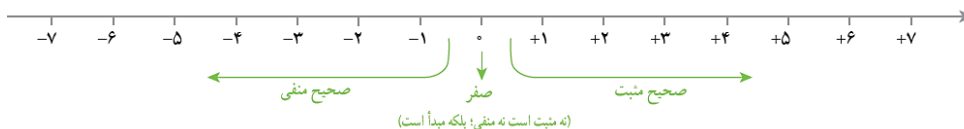
$$N = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$$

$$W = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$$

حال اگر عدد صفر و اعداد منفی را به مجموعه اعداد طبیعی اضافه کنیم، مجموعه اعداد صحیح تشکیل می شود که آن را با Z نمایش می دهیم.

$$Z = \{\dots, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, \dots\}$$

هر عدد صحیح را می توان با یک نقطه روی محور مشخص کرد.



همچنین با قرینه و مفهوم آن آشنا شدیم، می دانیم قرینه هر عدد منفی، عددی مثبت و قرینه هر عدد مثبت، عددی منفی است و قرینه صفر، خود صفر است. همچنین برای نمایش قرینه از علامت (-) استفاده می کنیم.

مثال ۱ :

$$-(+4) =$$

$$-(-5) =$$

$$-(-2) =$$

$$-(0) =$$

$$-(-(+7)) =$$

$$-(-(-3)) =$$

$$-(-(-(-3))) =$$

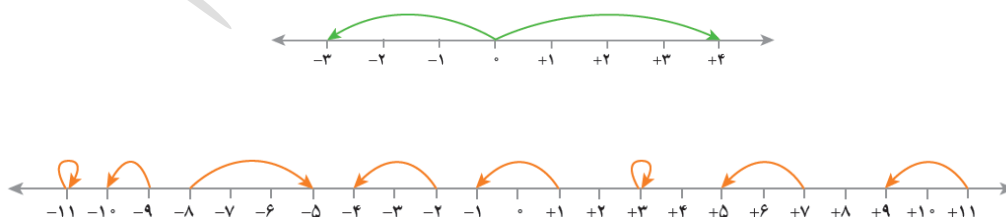
$$-(-(-(+1))) =$$

نکته: قرینه ی قرینه ی یک عدد با خود عدد مساوی است.

نکته:

نمایش اعداد صحیح روی محور: هر عدد صحیح را می توان به یک حرکت روی محور نمایش داد. حرکت به سمت راست نمایانگر عددی مثبت و حرکت به سمت چپ نشان دهنده عددی منفی است.

مثال ۲: برای هر حرکت روی محور یک عدد بنویسید.



نمایش جمع اعداد روی محور: روی محور وقتی دو حرکت پشت سر هم انجام می شود، می توان برای آن یک جمع نوشت. باید توجه کنیم که نقطه شروع حرکت نقطه صفر است.

مثال ۳: جمع های زیر را روی محور نمایش دهید.

الف) $2+3 =$

ب) $4+(-5) =$

ج) $-2 + 3 =$

$2-4 = 2 + (-4)$

نکته: برای محاسبه تفریق، آن را به جمع تبدیل می کنیم، مانند:

مثال ۴: تفریق های زیر را به جمع تبدیل کنید، سپس روی محور نمایش دهید.

الف) $-2-3 =$

ب) $1-(-1) =$

نکته: برای مقایسه اعداد صحیح، هر چه یک عدد روی محور سمت راست تر باشد، عددی بزرگتر است، یا به عبارت دیگر اگر روی محور از چپ به راست حرکت کنیم، اعداد بزرگتر می شوند.

مثال ۵: اعداد زیر را باهم مقایسه کنید.

-۴ \bullet -۸

-۲۷ \bullet ۱

۰ \bullet -۱۴

-۱۰۰ \bullet -۱

$+۷$ \bullet ۷

$+(-۸)$ \bullet $- (+۸)$

مثال ۶: گسترده اعداد زیر را به صورت یک جمع بنویسید.

الف) ۱۰۲۰

ب) -۷۵۳

جمع و تفریق اعداد صحیح :

برای محاسبه حاصل جمع دو عدد صحیح، دو حالت ممکن است پیش بیاید؛

الف) هر دو عدد هم علامت باشند، در این صورت بدون توجه به علامت اعداد را باهم جمع می کنیم و سپس علامت مشترک را نیز برای حاصل جمع قرار می دهیم؛

$$(+4) + (+3) = 4 + 3 = 7$$

$$(-4) + (-3) = -(4 + 3) = -7$$

ب) اعداد مختلف علامت باشند، در این صورت اعداد را از هم کم می کنیم، با علامت عدد بیشتر (عدد بیشتر را بدون توجه به علامت انتخاب می کنیم)؛

$$(+4) + (-3) = +(4 - 3) = 1$$

$$(-4) + (+3) = -(4 - 3) = -1$$

مثال ۷: حاصل عبارت های زیر را بیاید.

$$5 + (-3) =$$

$$4 + (+12) =$$

$$-8 + (-12) + (-4) =$$

$$(-7) + 5 =$$

$$-(-2) + (-7) =$$

$$25 + (-(-60)) =$$

$$-200 + 100 =$$

$$-85 + (-15) =$$

$$16 + (-16) =$$

نکته: حاصل جمع هر عدد با قرینه اش برابر صفر می شود.

نکته: حاصل جمع هر عدد با صفر، برابر خود عدد می شود.

مثال ۸: حاصل عبارت زیر را به دست آورید. (ویژه دانش آموزان تلامذ)

$$(-1) + (-2) + (-3) + (-4) + \dots + (-50) =$$

نکته: برای محاسبه میانگین چند عدد، اعداد را باهم جمع می کنیم و حاصل را بر تعداد تقسیم می کنیم.

مثال ۹: حاصل عبارت های زیر را حساب کنید.

$$-3 - (+3) =$$

$$-4 - (-12) =$$

$$-8 - 12 - 4 =$$

$$(-11) - (-5) + (-8) - 13 =$$

$$8 - (-2) - 15 - (-4 - 3 - 1) =$$

مثال ۱۰: دمای هوای تهران ۴۰ درجه بالای صفر و دمای هوای اهواز ۱۰ درجه از آن گرم تر است. اگر دمای هوای شهر کرد ۲۵ درجه از اهواز کمتر باشد، دمای هوای اهواز، شهر کرد و میانگین دمای این سه شهر را حساب کنید.

برای محاسبه جمع و تفریق اعداد صحیح روش های دیگری نیز وجود دارد که با حل یک مثال به توضیح این روش می پردازیم؛

حاصل عبارت $34+(-27)$ را به دست آورید؛

دهگان	یکان
۳	۴
۲	۷

$$\begin{array}{r} 30+4 \\ -20+(-7) \\ \hline 10+(-3)=10-3=7 \end{array}$$

مثال ۱۱: به استفاده از روش بالا، حاصل عبارت های زیر را به دست آورید.

الف) $25+(-42)=$

ب) $-32+(-16)=$

ج) $-73+21=$

مثال ۱۲: عبارت های زیر را ابتدا تعیین علامت کنید و سپس مقدار آن را به صورت تقریبی حساب کنید.

$-173 - 221 =$

$530+(-671)=$

$467+(-242)=$

مثال ۱۳: ساختمانی از ۱۵ طبقه روی همکف و ۳ طبقه زیر همکف تشکیل شده است. فردی ابتدا در طبق ۴ قرار دارد، او ابتدا ۲ طبقه بالا می رود، سپس ۸ طبقه پایین می آید و در نهایت ۱۰ طبقه بالا می رود. فرد در نهایت در کدام طبقه است؟

مثال ۱۴: در جای خالی عدد مناسب قرار دهید.

$$10 + \square = -20$$

$$-4 - \square = -8$$

$$10 + \square = 15$$

$$-3 - \square = +5$$

$$10 + \square = -5$$

$$2 - \square = -8$$

اعداد صحیح :

ضرب و تقسیم

برای محاسبه ضرب و تقسیم اعداد صحیح ، مهمترین نکته تعیین علامت می باشد و بعد از اینکه تعیین علامت شد ، مانند اعداد طبیعی ضرب و تقسیم را انجام می دهیم .
برای تعیین علامت ضرب و تقسیم ، دو حالت ممکن است پیش بیاید ؛

الف) اعداد هم علامت باشند ، در این صورت جواب نهایی عددی مثبت است ، مانند ؛

$$3 \times 5 = 15$$

$$(-3) \times (-5) = +(3 \times 5) = 15$$

$$15 \div 5 = 3$$

$$(-15) \div (-5) = +(15 \div 5) = 3$$

ب) اعداد غیر هم علامت باشند ، در این صورت جواب نهایی عددی منفی است ، مانند ؛

$$3 \times (-5) = -(3 \times 5) = -15$$

$$(-3) \times 5 = -(3 \times 5) = -15$$

$$15 \div (-5) = -(15 \div 5) = -3$$

$$(-15) \div 5 = -(15 \div 5) = -3$$

مثال ۱۵ : حاصل عبارت های زیر را حساب کنید .

$$4 \times (-3) =$$

$$-12 \times (-1) =$$

$$8 \times (-(-5)) =$$

$$4 \times (-3) \times (-5) =$$

$$-1 \times (-2) \times (-16) =$$

$$-(-12 \times (-2)) =$$

$$2 \times (-8) \div (-4) =$$

$$-125 \div 25 =$$

$$-(-12) \div (-12) =$$

نکته : حاصل ضرب هر عدد صحیح در یک ، برابر خود عدد است .

نکته : اگر عدد ۱- در یک عدد صحیح دیگر ضرب شود ، آن عدد را قرینه می کند .

نکته : در ضرب اعداد ، نحوه دسته بندی (پرانتر گذاری) در حاصل ضرب تاثیری ندارد ، به این خاصیت ضرب ، خاصیت شرکت پذیری می گویند .

نکته : حاصل ضرب هر عدد صحیح در صفر ، برابر صفر می شود .

تقدم اعمال ریاضی : گاهی اوقات ممکن است به سوالاتی برخورد کنیم که چند عملیات ریاضی مختلف در آن ها وجود داشته باشد ، برای حل اینگونه سوالات طبق اولویت های زیر عمل می کنیم ؛

اگر همه ی علامت ها در یک اولویت بودند، از سمت چپ به حل سوال می پردازیم. (به عنوان مثال اگر فقط ضرب و تقسیم داشتیم، از سمت چپ عبارت را حل می کنیم)

مثال ۱۶: حاصل عبارت های زیر را بیابید.

$$(2 + 3 \times 4 \times 1) \div (-7) =$$

$$5 + 2 \times (-1 - 2 - 3 \times (-1)) =$$

$$-14 + 1 \times 2 \times 4 \div (-8) \times (-16) =$$

مثال ۱۷: ضرب های زیر را روی محور نمایش دهید و تقسیم های متناظر با هر ضرب را بنویسید.

$$5 \times 2 = 10$$

$$3 \times (-4) = -12$$

نکته: اگر حاصل ضرب یک عدد طبیعی در یک عدد صحیح، منفی شود، آن عدد صحیح است.

نکته: اگر ضرب دو عدد صحیح منفی شود، حداقل یکی از آن ها است.

نمونه سوالات امتحانی فصل دوم :

۱- درستی یا نادرستی هر عبارت را مشخص کنید.

(الف) حاصل $(+۲)-(-۲)$ مساوی صفر است.

(ب) عددهای صحیح منفی از صفر بزرگ ترند.

(ج) حاصل جمع هر عدد با قرینه اش مساوی صفر است.

(د) حاصل ضرب دو عدد صحیح هم علامت، منفی است.

(ه) حاصل $((+۱)-(-(-۱)))$ مساوی $+۱$ است.

(و) هر عدد طبیعی یک عدد صحیح است.

۲- جملات زیر را کامل کنید.

(الف) عدد صفر از عددهای منفی..... است.

(ب) بزرگ ترین عدد صحیح منفی عدد..... است.

(ج) اگر از -۲ به اندازه ۱۲ حرکت کنیم به عدد..... می رسیم.

(د) قرینه ی قرینه ی هر عدد مساوی است با.....

(ه) اگر ضرب دو عدد صحیح صفر شود یکی از آن ها..... است.

۳- دور اعداد صحیح خط بکشید.

$$-۳۰۰ ، ۰ ، \frac{۳}{۵} ، -\frac{۲}{۲} ، \frac{۰}{۵} ، \frac{۲}{۵}$$

۴- علامت \leq بگذارید.

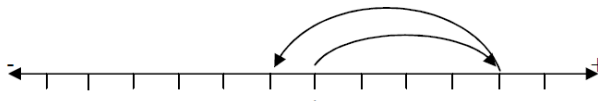
$$-۲ \bigcirc -۱۰۰$$

$$-۳۰۰ \bigcirc -(-۶)$$

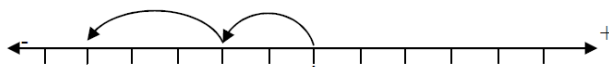
$$۶ \bigcirc +۶$$

$$+(-۱۴) \bigcirc -(+۱۴)$$

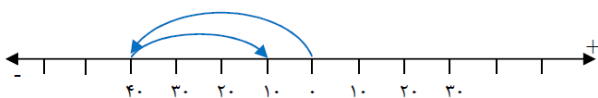
۵- برای هر حرکت یک جمع بنویسید.



.....



.....



.....

۶ - در جاهای خالی عدد مناسب قرار دهید.

$$-۴ + \square = -۲۰$$

$$-۶ - \square = ۰$$

$$۴۸ - \square = ۵$$

$$-۸ - \square = ۱۰$$

$$-۴۸ + \square = -۴۸$$

$$۵ + \square = -۶$$

۷ - حاصل جمع و تفریق های زیر را بدست آورید.

$$(-۹) + (-۴) =$$

$$-۸ + ۸ - ۱۱ =$$

$$(-۲۵) - (-۵) =$$

$$۲۴ - (+۱۰) - (-۶) =$$

$$-۱۹ + ۲۲ =$$

$$-۷ - ۲ - ۱ =$$

۸ - دمای هوای آبادان ۴۵ درجه بالای صفر و دمای هوای مشهد ۱۰ درجه سردتر است .

الف (دمای هوای مشهد را حساب کنید .

ب (میانگین دمای این دو شهر را حساب کنید .

ج (اگر دمای زنجان ۱۵ درجه از میانگین دمای این دو شهر خنک تر باشد، دمای زنجان چقدر است؟

۹ - دمای ۴ شهر استان تهران به ترتیب ۲۵، ۲۲، ۳۵ و ۳۰ درجه است . میانگین دمای این ۴ شهر را حساب کنید .

۱۰ - ضرب های زیر را روی محور نمایش دهید .

الف) $4 \times 3 = 12$

ب) $5 \times (-20) = -100$

۱۱- علی در طبقه ۳- یک ساختمان ۲۰ طبقه قرار دارد. او ابتدا ۱۵ طبقه بالا می رود، سپس ۴ طبقه دیگر نیز بالا رفته و در نهایت ۱۶ طبقه پایین می آید. او در طبقه چندم قرار دارد؟

۱۲- حاصل ضرب و تقسیم های زیر را بدست آورید.

$$+20 \div (-5 \times 2) =$$

$$(-8) \times ((-15) \div (-3)) =$$

$$(-6) \times (-5) \div (-10) =$$

$$(-2) \times (+20) \div (-8) =$$

۱۳- حاصل عبارت های زیر را بدست آورید.

$$(-3) \times (10 + (-2)) =$$

$$(11 - (-4)) \div (-5 + 2) =$$

$$(-5 - 4) \times (-6) =$$

$$(-80 - 40) \times (-40 \div 5) =$$

۱۴- حاصل عبارت های زیر را به روش ارزش مکانی بدست آورید.

الف) $-81 + 35$

ب) $-43 + 51 - 34 =$

پایان فصل دوم

فصل سوم؛ جبر و معادله :