

سورة الاحقاف

سورة الاحقاف



دبیرستان غیر دولتی نیک نام

ریاضی ۷ - فصل اول
راهبردهای حل مسئله

مدرس: جوان



فصل اول راهبردهای
حل مسئله

راهبرد رسم
شکل

راهبرد الگو
سازی

راهبرد حذف حالت
های نامطلوب

راهبرد الگو
یابی

راهبرد حدس
و آزمایش

راهبرد زیر
مسئله

راهبرد حل
مسئله ساده تر

راهبرد روش
های نمادین

مرور راهبردها

فصل ۱ - راهبردهای حل مسئله:

برای حل مسائل ریاضی، راهبردهای (روش‌های) متفاوتی وجود دارد که با تشخیص راهبرد مناسب برای هر مسئله می‌توان آن را به روش بهتری حل کرد. ممکن است یک مسئله را بتوان با راهبردهای متفاوتی حل کرد، اما تشخیص بهترین راهبرد، اهمیت زیادی دارد که فقط در اثر تمرین و تکرار می‌توان به این مرحله تشخیص و تسلط رسید.

انواع راهبردهای حل مسئله عبارتند از:

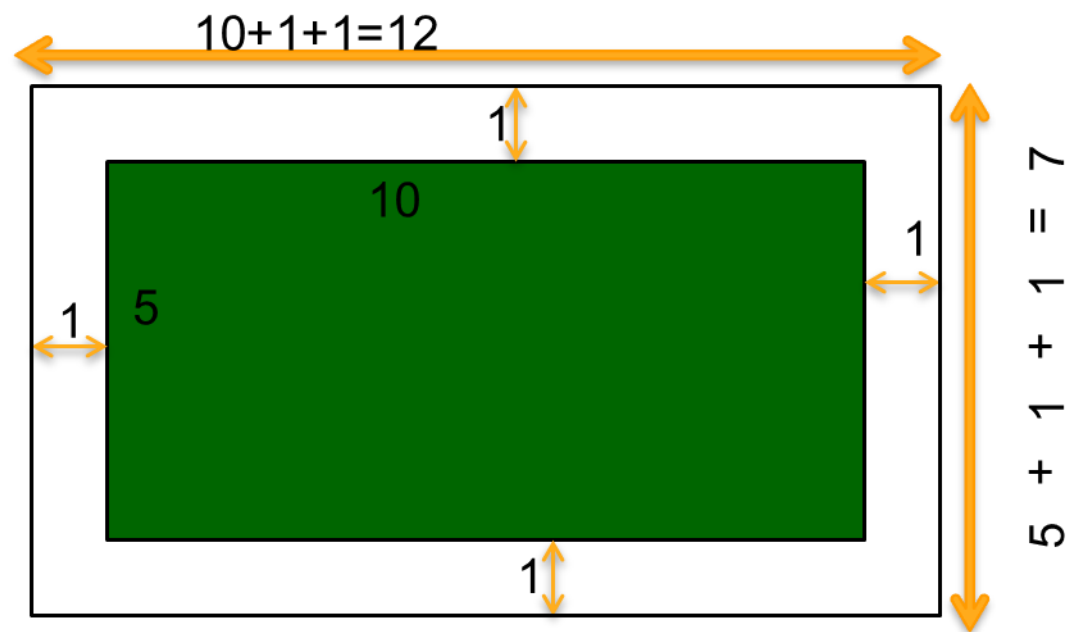
- ۱- رسم شکل ۲- الگوسازی
- ۳- حذف حالت‌های نامطلوب ۴- الگویابی
- ۵- حدس و آزمایش ۶- زیرمسئله
- ۷- حل (طرح) مسئله ساده‌تر
- ۸- روش‌های نمادین (استفاده از معادله یا مدل‌سازی)

۱- راهبرد رسم شکل:

کشیدن یک شکل مناسب می‌تواند به حل مسئله کمک یا به طور کامل آن را حل کند؛ به طوری که نیازی به نوشتن عملیات و محاسبه نباشد. ممکن است این شکل در ذهن شما باشد. منظور از رسم شکل نقاشی نیست؛

بنابراین از ترسیم‌های ساده برای درک بهتر و یا حل کردن مسئله استفاده کنید. در این روش سعی می‌کنیم که اطلاعات داده شده مسئله را روی شکل نشان دهیم تا نیاز به محاسبه و عملیات ریاضی به حداقل مقدار ممکن برسد.

یک باغچه مستطیل شکل به طول ۱۰ و عرض ۵ متر است. اگر به فاصله ۱ متر از لبه باغچه دور تا دور آن را نرده بکشیم چند متر نرده لازم است؟

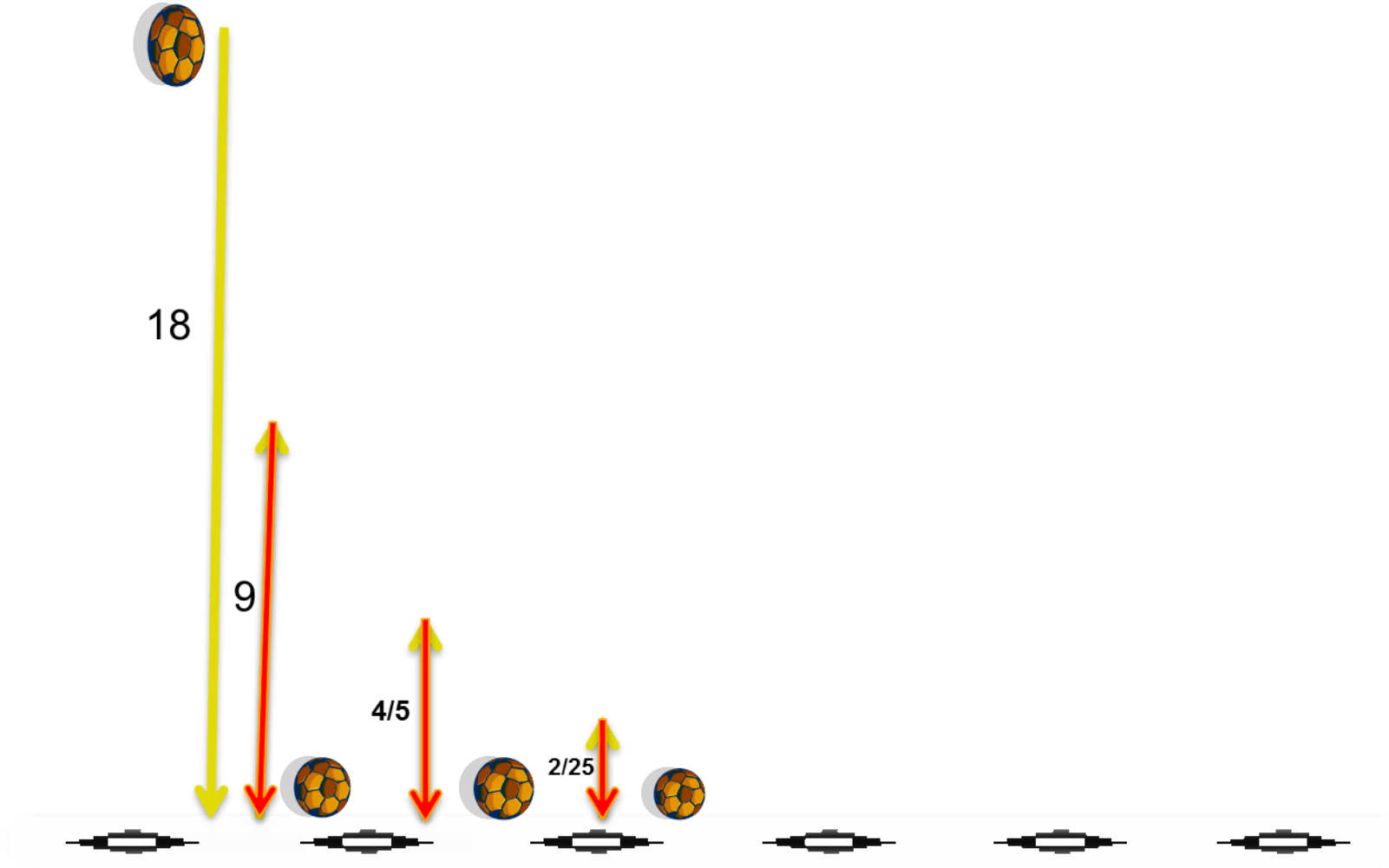


$$7+12+7+12=38$$

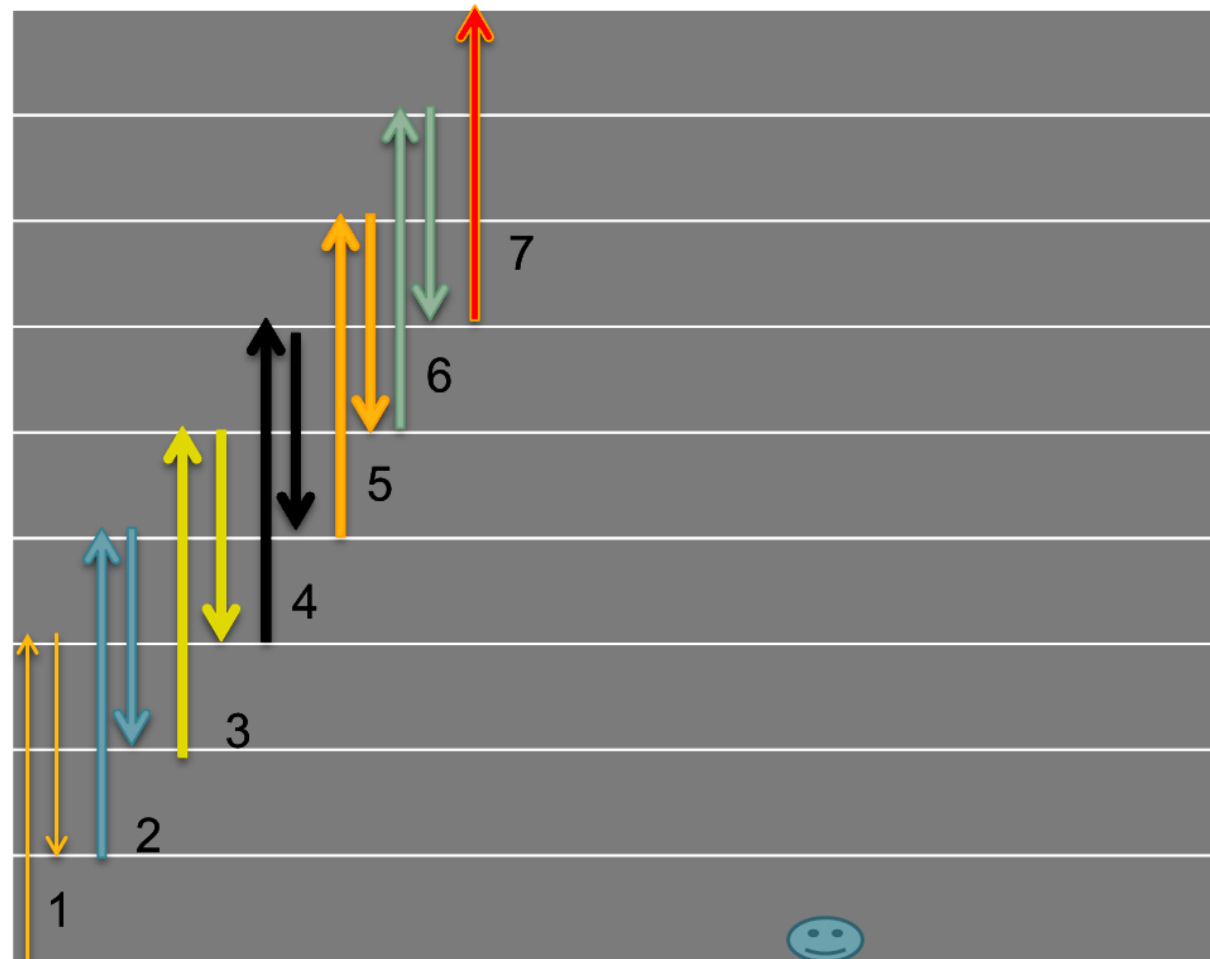
یا

$$2 \times (7+12) = 38$$

توپى از ارتفاع ۱۸ متری سطح زمین رها میشود و پس از زمین خوردن نصف ارتفاع قبلى خود بالا می آید. این توپ از لحظه رها شدن تا سومین مرتبه ای که به زمین میخورد چند متر حرکت کرده است؟



قورباغه ای میخواهد از یک دیوار عمودی بالا رود. او با هر جهش ۳ متر بالا میرود و هر بار ۲ متر سر میخورد و پایین می آید. اگر ارتفاع دیوار ۹ متر باشد او با چند جهش به بالای دیوار میرسد؟



۲- راهبرد الگوسازی:

برای حل بعضی از مسائل مجبوریم همه حالت های ممکن را بنویسیم، اما برای جلوگیری از تکرار یا این که حالتی را از قلم بیندازیم، باید برای نوشتن حالت ها، نظم و ترتیب خاصی را رعایت کنیم، این نظم و ترتیب در نوشتن حالت های مختلف را، الگوسازی می گویند.

راهبرد الگوسازی

دو عدد طبیعی پیدا کنید که حاصل ضرب آنها ۲۴ و حاصل جمع آنها کمترین مقدار باشد؟

اولین عدد	دومین عدد	حاصل جمع
۱	۲۴	۲۵
۲	۱۲	۱۴
۳	۸	۱۱
۴	۶	۱۰

کوچکترین مقدار حاصل جمع

راهبرد الگوسازی

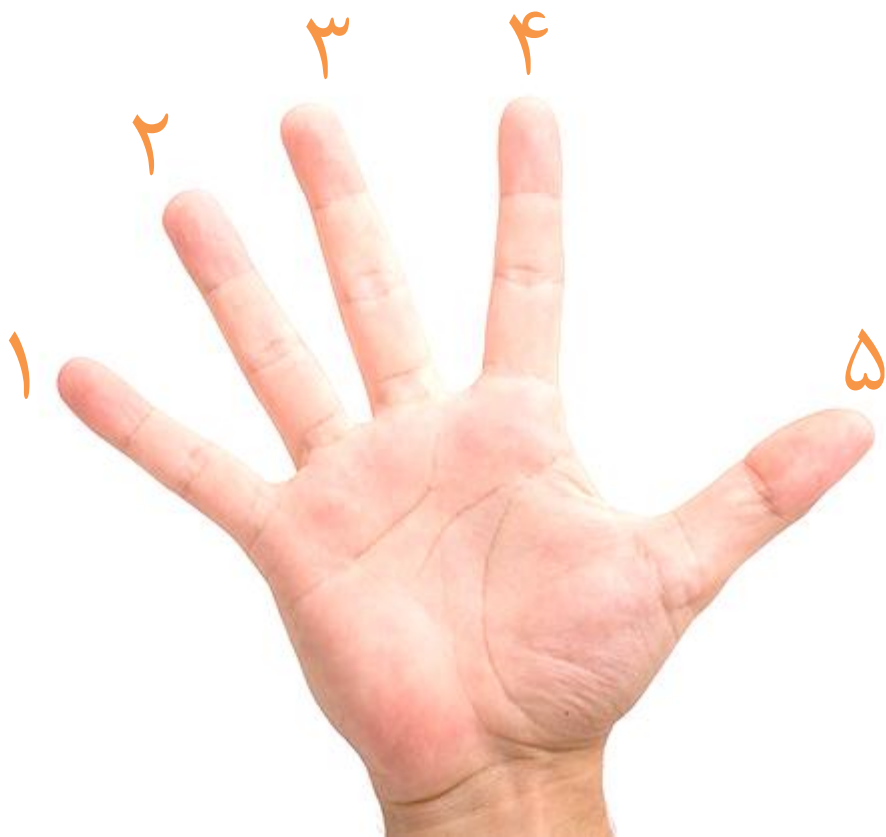
با انگشتان یک دست به ۵ صورت می توان عدد ۱ را نشان داد، به چند صورت می توان عدد ۲ را نشان داد؟

انگشت ها	انگشت های جفت شده	تعداد حالات
انگشت ۱	۲ و ۳ و ۴ و ۵	۴ حالت
انگشت ۲	۳ و ۴ و ۵	۳ حالت
انگشت ۳	۴ و ۵	۲ حالت
انگشت ۴	۵	۱ حالت
انگشت ۵	قبلا با همه جفت شده	-----

به ۱۰ حالت می توان عدد ۲ را با انگشتان یک دست نشان داد.

راه حل میانبر : چون در اینجا ارتباط دو به دو بین هر جز داریم پس تعداد حالات برابر است با :

$$\text{تعداد حالات} = \frac{5 \times 4}{2} = 10$$



راهبرد الگوسازی

با سه رقم ۷ و ۲ و ۵ تمام عددهای سه رقمی ممکن را بنویسید؟
 ۲۷ عدد سه رقمی می توان نوشت

صدگان	دهگان	یکان
۷	۲	۵
۷	۵	۲
۷	۷	۲
۷	۲	۷
۷	۲	۲
۷	۷	۵
۷	۵	۷
۷	۵	۵
۷	۷	۷

صدگان	دهگان	یکان
۲	۷	۵
۲	۵	۷
۲	۲	۵
۲	۵	۲
۲	۵	۵
۲	۲	۷
۲	۷	۲
۲	۷	۷
۲	۲	۲

صدگان	دهگان	یکان
۵	۲	۷
۵	۷	۲
۵	۵	۲
۵	۲	۵
۵	۲	۲
۵	۵	۷
۵	۷	۵
۵	۷	۷
۵	۵	۵

راهبرد الگوسازی

با سکه های ۵۰ و ۱۰۰ تومانی به چند حالت می توان ۵۰۰ تومان درست کرد؟

تعداد سکه های ۱۰۰ تومانی	تعداد سکه های ۵۰ تومانی
۰	۱۰
۱	۸
۲	۶
۳	۴
۴	۲
۵	۰

به شش حالت می توان با این سکه ها ۵۰۰ تومان را درست کرد.

چند عدد دو رقمی وجود دارد که یکان آن اعداد فرد
و دهگان آن اعداد حسابی کمتر از ۴ باشد؟

$$\text{اعداد فرد} = \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

$$\text{حسابی کمتر از ۴} = \{0, 1, 2, 3\}$$

۱۱، ۱۳، ۱۵، ۱۷، ۱۹

۲۱، ۲۳، ۲۵، ۲۷، ۲۹

۳۱، ۳۳، ۳۵، ۳۷، ۳۹

چون عدد
دو رقمی می
خواهیم بنویسیم
پس اگر صفر در
دهگان باشد
عدد، دو
رقمی محسوب
نمی شود

دهگان	یکان	حل:
	۱	
	۳	
۱	۵	
۲	۷	
۳	۹	

$$3 \times 5 = 15$$

چند عدد ۳ رقمی وجود دارد که یکانش اعداد حسابی کمتر از ۴ و دهگانش اعداد زوج طبیعی و صدگانش اعداد فرد باشد.

حل:

صدگان	دهگان	یکان
۱	۲	۰
۳	۴	۱
۵	۶	۲
۷	۸	۳
۹		

$$5 \times 4 \times 4 = 80$$

۳- راهبرد حذف حالت‌های نامطلوب:

در این روش تمام حالت‌های ممکن را با استفاده از روش تفکر نظام‌دار می‌نویسیم و حالت‌های نادرست (نامطلوب) را حذف می‌کنیم تا به پاسخ درست با شرایط گفته شده در مسئله برسیم.

راهبرد حذف حالت های نامطلوب

مجموع سن سه نفر ۱۴ سال و حاصل ضرب سن آنها ۷۰ است؟ سن بزرگترین نفر چقدر است؟

نفر اول	نفر دوم	نفر سوم	مجموع سن ها
۱	۲	۳۵	۳۸ ❌
۱	۵	۱۴	۲۰ ❌
۱	۷	۱۰	۱۸ ❌
۲	۵	۷	۱۴ 😊

سن بزرگترین نفر ۷ سال است.

دوست شما یک عدد حسابی کوچکتر از ۱۰۰ را در نظر گرفته، شما باید با طرح چند سوال عدد مورد نظر را پیدا کنید، او فقط می‌تواند به سوالهای شما بله یا خیر بگوید. چگونه می‌توان عدد مورد نظر را یافت؟

- فرض می‌گیریم دوستان عدد ۲۶ را در نظر گرفته.

▪ دقت داشته باشید که با هر بار پرسش نیمی از اعداد احتمالی را حذف کردیم، بهترین سوال سوالی است که بتواند بیشترین عدد ممکن از احتمالات را حذف کند!



▪ سوالاتی را که طرح می‌کنیم:

۱ - عدد مورد نظر از ۵۰ بزرگتر است؟

۲ - عدد مورد نظر از ۲۵ بزرگتر است؟

۳ - عدد مورد نظر از ۳۷ بزرگتر است؟

۴ - عدد مورد نظر از ۳۱ بزرگتر است؟

۵ - عدد مورد نظر از ۲۸ بزرگتر است؟

۶ - عدد مورد نظر ۲۷ است؟

۷ - عدد مورد نظر ۲۶ است؟

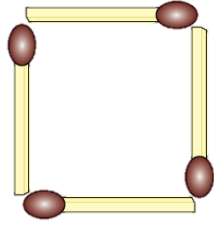
۴- راهبرد الگویابی:

در ریاضی با دو نوع الگوی عددی و یا هندسی مواجه می‌شویم.

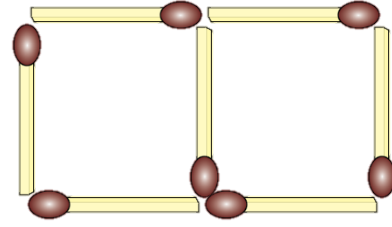
در این روش با الگوهای (نمونه‌های) عددی و هندسی سروکار داریم که بین هر دو عدد یا شکل متوالی در یک سری از اعداد یا اشکال، نظم و رابطه منطقی خاصی وجود دارد که این نظم برای کل سری باید برقرار باشد.



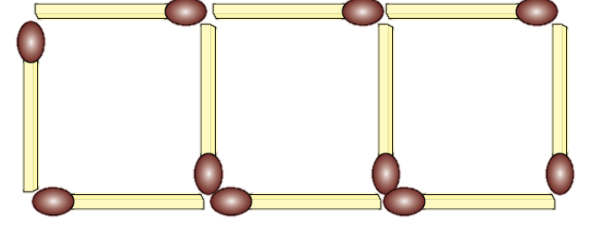
١



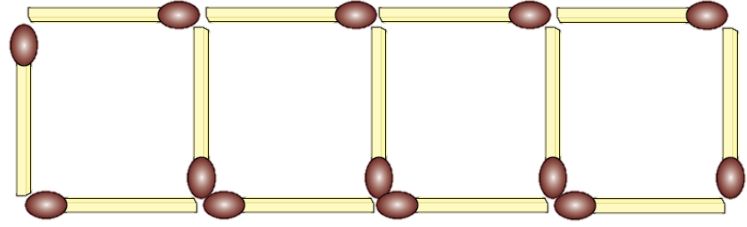
٤



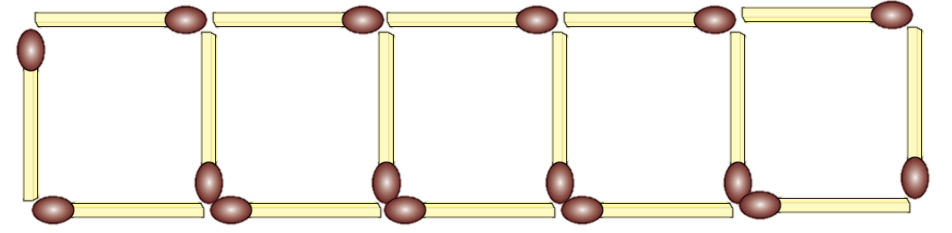
٧



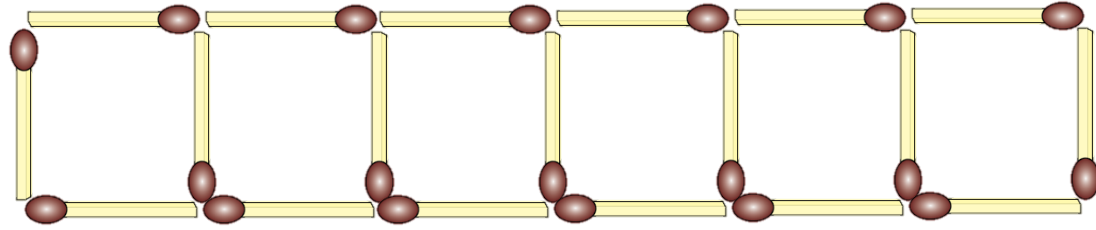
١٠



١٣



١٦



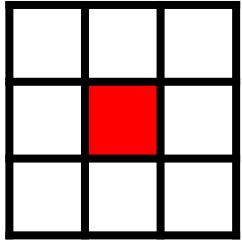
١٩

٢٢

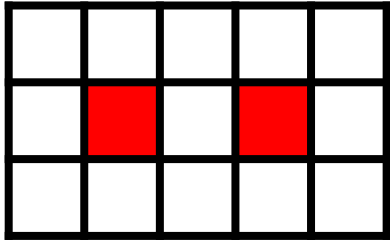
٢٥

٢٨

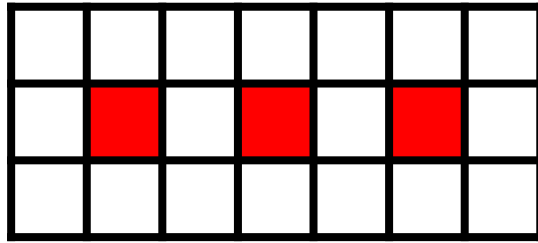
تكميل الگو



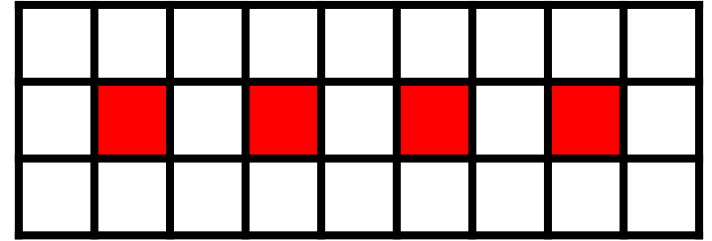
$$\frac{1}{9}$$



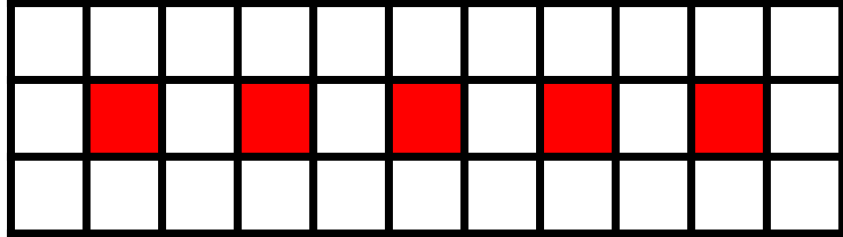
$$\frac{2}{15}$$



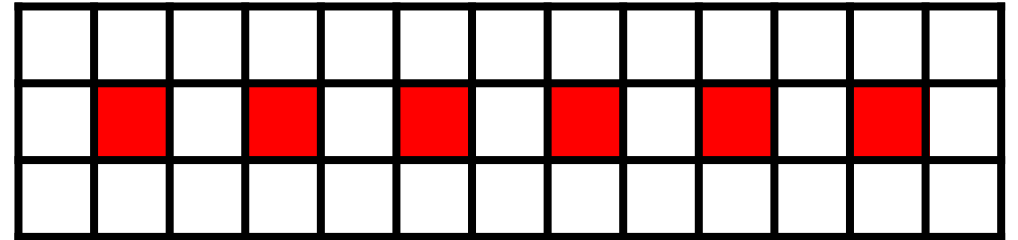
$$\frac{3}{21}$$



$$\frac{4}{27}$$



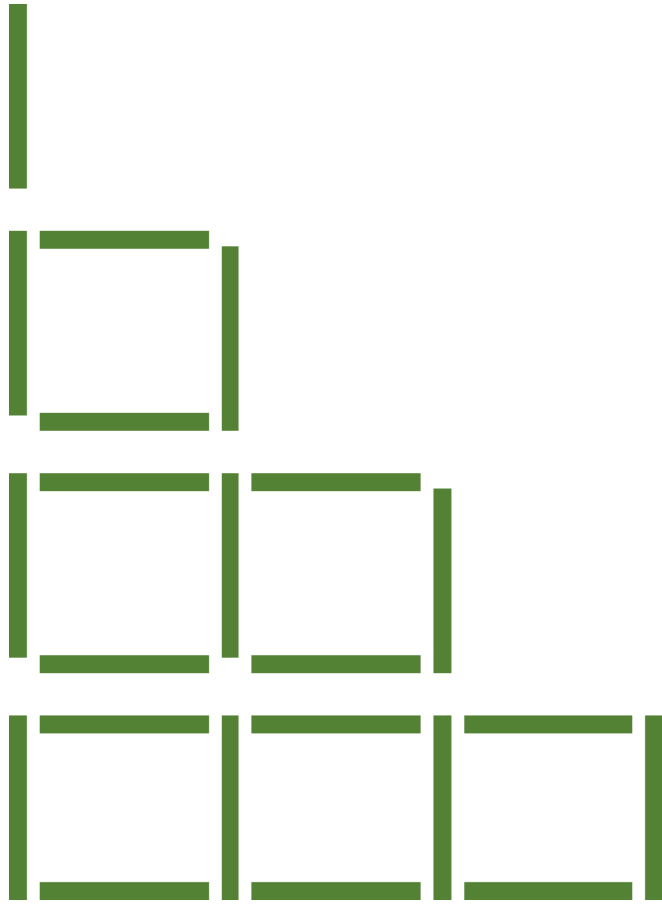
$$\frac{5}{33}$$



$$\frac{6}{39}$$

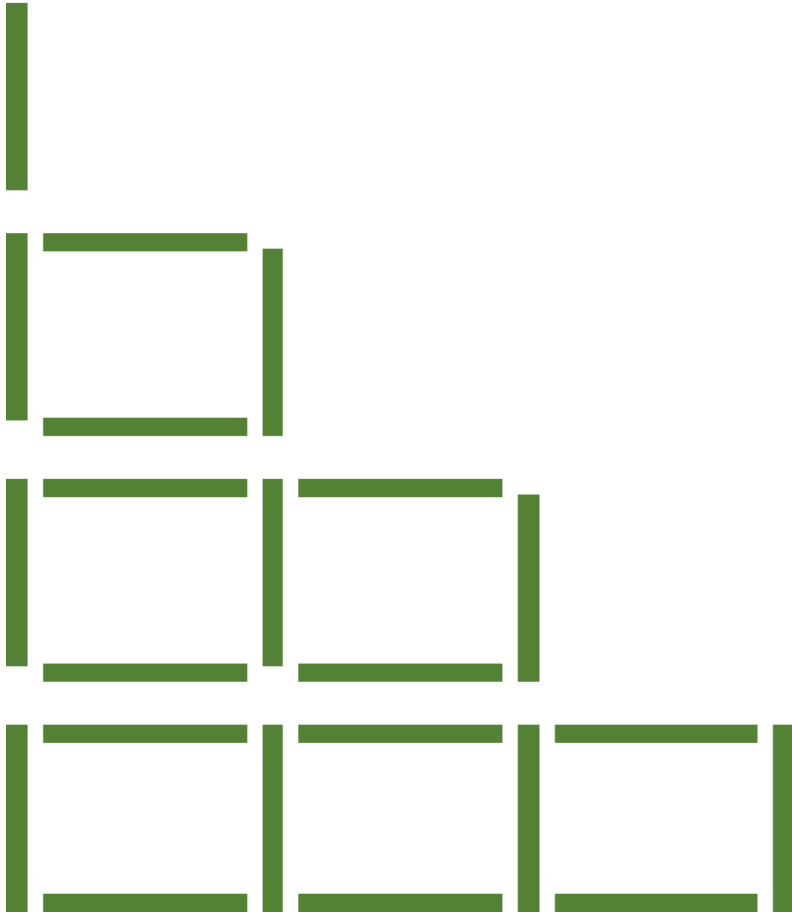
تكميل الگو

با توجه به شکل بگویید، شکل هزارم از چند چوب خط تشکیل شده است ؟

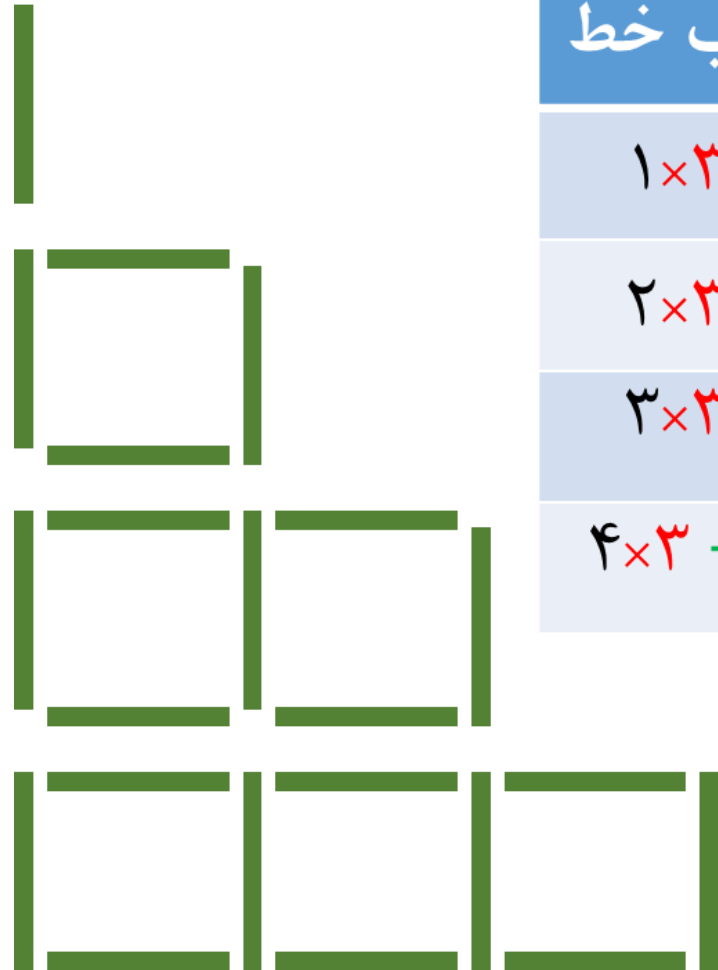


ابتدا با توجه به شماره شکل و شمردن تعداد چوب خطها جدولی مانند جدول زیر تهیه می کنیم. سپس مشاهده می کنیم که به هر شکل، نسبت به شکل قبلی، سه چوب خط اضافه شده است.

شماره شکل	تعداد چوب خط
۱	۱
۲	۴
۳	۷
۴	۱۰



با کمی دقت متوجه می شویم اگر شماره‌ی هر شکل را در عدد ۳ ضرب ، از حاصل ۲ واحد کم کنیم، تعداد چوب خط‌ها به دست خواهد آمد.



شماره شکل	تعداد چوب خط	محاسبه چوب خط
۱	۱	$1 \times 3 - 2 = 1$
۲	۴	$2 \times 3 - 2 = 4$
۳	۷	$3 \times 3 - 2 = 7$
۴	۱۰	$4 \times 3 - 2 = 10$

پس الگوی مناسب :

$$2 - 3 \times \text{شماره شکل} = \text{تعداد چوب خط}$$

با توجه به الگو، شکل هزارم از ۲۹۹۸ چوب خط تشکیل شده است.

$$۲ - ۳ \times \text{شماره شکل} = \text{تعداد چوب خط}$$

$$۱۰۰۰ \times ۳ - ۲ = ۲۹۹۸$$

۵- راهبرد حدس و آزمایش:

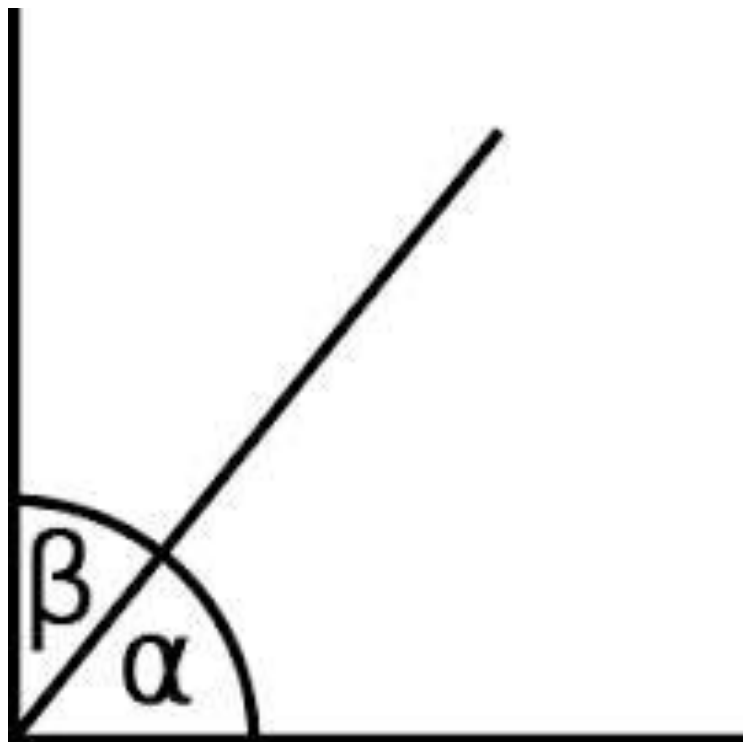
ممکن است یک مسئله روش و راه حل مستقیمی نداشته باشد و یا رسیدن به جواب طولانی و دشوار باشد. در این روش با استفاده از حدس‌های منطقی و متوالی و نتیجه‌گیری از هر حدس با توجه به شرایط مسئله، به جواب می‌رسیم.

تعداد دوچرخه	تعداد سه چرخه	بررسی آزمایش (محاسبه تعداد چرخ ها)
۱۰	۱۰	$10 \times 2 + 10 \times 3 = 50$ ❌
۱۱	۹	$11 \times 2 + 9 \times 3 = 49$ ❌
۱۳	۷	$13 \times 2 + 7 \times 3 = 47$ ❌
۱۵	۵	$15 \times 2 + 5 \times 3 = 45$ 😊

۱۵ دوچرخه ۵ سه چرخه



زاویه اول	زاویه دوم	بررسی آزمایش (محاسبه متمم بودن)
۲۰	۶۰	$۲۰ + ۶۰ = ۸۰$ ❌
$۲۲/۵$	$۶۷/۵$	$۲۲/۵ + ۶۷/۵ = ۹۰$ 😊



$$۳ \square + ۱ \diamond = ۳۱$$

$$\blacksquare = ۷$$

عدد ■	بررسی آزمایش (محاسبه جواب)
۱۰	$۳ \times ۱۰ + ۱۰ = ۴۰$ ❌
۹	$۳ \times ۹ + ۱۰ = ۳۷$ ❌
۸	$۳ \times ۸ + ۱۰ = ۳۴$ ❌
۷	$۳ \times ۷ + ۱۰ = ۳۱$ 😊

۶- راهبرد زیرمسئله:

در این روش، مسائلی که دارای پیچیدگی یا چندمرحله‌ای هستند را به مسئله‌های ساده‌تر و کوچکتر تبدیل می‌کنیم، هر یک از این مسئله‌های کوچکتر را زیرمسئله می‌گویند و با حل هر مسئله‌ی کوچکتر، گام‌به‌گام به جواب نهایی می‌رسیم.

راهبرد زیر مسئله سازی

پس انداز هفتگی محمد ۳۰۰۰ تومان است، او حساب کرد ۵ هفته پس انداز او نصف قیمت کیفی است که دوست دارد بخرد. قیمت کیف چقدر است؟



الف - پس انداز ۵ هفته چقدر می شود؟

$$3000 \times 5 = 15000$$

ب - اگر این عدد نصف قیمت کیف باشد، قیمت کیف چقدر است؟

$$15000 \times 2 = 30000$$

طول و عرض و عمق یک استخر به ترتیب ۱۲، ۶، ۳ متر است. می خواهند کف و دیوار های این استخر را رنگ کنند، اگر برای هر مترمربع $\frac{1}{3}$ کیلوگرم رنگ لازم باشد، برای رنگ کردن این استخر چند کیلوگرم رنگ لازم است؟

الف - مساحت سطح دیوار و کف استخر چقدر می شود؟



$$\text{مساحت کف} = 12 \times 6 = 72 \text{ m}^2$$

$$\text{مساحت دیواره های کوچکتر} = 2 \times (6 \times 3) = 36 \text{ m}^2$$

$$\text{مساحت دیواره های بزرگتر} = 2 \times (12 \times 3) = 72 \text{ m}^2$$

$$\text{مساحت کل} = 72 + 36 + 72 = 180 \text{ m}^2$$

ب - برای رنگ کردن این مقدار سطح، چند کیلوگرم رنگ لازم است؟

$$\text{مقدار رنگ لازم} = 180 \times \frac{1}{3} = 54 \text{ kg}$$

میوه فروشی، امروز ۴۰ کیلوگرم سیب به قیمت هر کیلوگرم ۲۵۰۰ تومان، ۸۰ کیلوگرم پرتقال به قیمت هر کیلوگرم ۱۵۰۰ تومان خرید. او هر کیلوگرم سیب را ۳۰۰۰ تومان و هر کیلوگرم پرتقال را ۲۰۰۰ تومان فروخت، این میوه فروشی از این کار خود چقدر سود برده است؟

الف - چه مقدار از فروش سیب ها سود کرده است؟

$$\text{تومان } ۵۰۰ = ۳۰۰۰ - ۲۵۰۰ = \text{سود از هر کیلو سیب}$$

$$\text{تومان } ۲۰۰۰۰ = ۵۰۰ \times ۴۰ = \text{کل سود از سیب ها}$$

ب - چه مقدار از فروش پرتقال ها سود کرده است؟

$$\text{تومان } ۵۰۰ = ۲۰۰۰ - ۱۵۰۰ = \text{سود از هر کیلو پرتقال}$$

$$\text{تومان } ۴۰۰۰۰ = ۵۰۰ \times ۸۰ = \text{کل سود از پرتقال ها}$$

ج - کل سود میوه فروش از سیب ها و پرتقال ها چقدر است؟

$$\text{تومان } ۶۰۰۰۰ = ۲۰۰۰۰ + ۴۰۰۰۰ = \text{کل سود}$$



۷- راهبرد حل مسئله ساده‌تر:

در این روش ابتدا مسئله (مسئله‌هایی) ساده‌تر و مشابه سؤال اصلی را طرح و حل می‌کنیم و سپس با استفاده از همان روش به حل مسئله‌ی اصلی می‌پردازیم. برای ساده کردن مسئله می‌توان از عددهای تقریبی یا عددهای کوچکتر استفاده کرد.

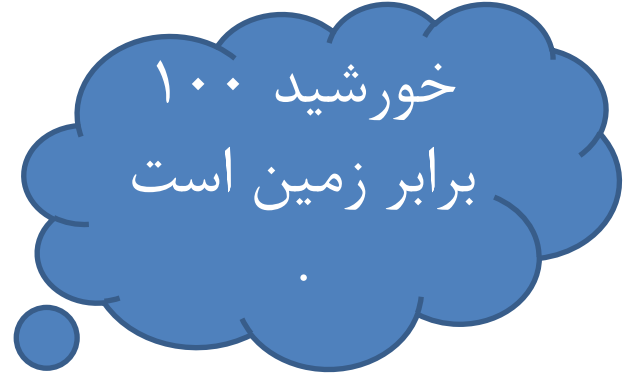


قطر خورشید ۱۳۹۲۵۳۰
کیلو متر

تقریبا برابر

۱ ♦ ♦ ♦ ♦

?

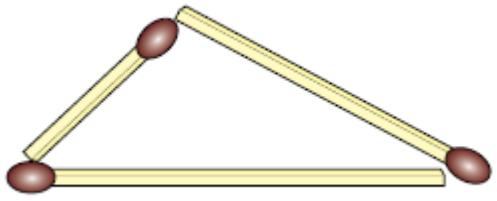


قطر زمین ۱۲۷۵۶/۶
کیلو متر

تقریبا برابر

۱ ♦ ♦ ♦ ♦

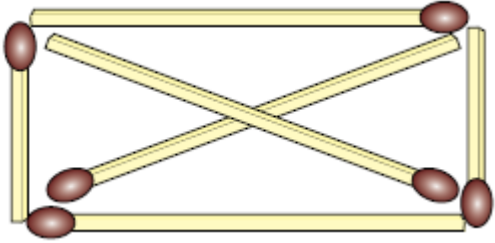
$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots + \frac{1}{1024} = \\
 & \underbrace{\frac{1}{2} + \frac{1}{4}}_{\frac{3}{4}} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots + \frac{1}{1024} = \\
 & \underbrace{\frac{3}{4} + \frac{1}{8}}_{\frac{7}{8}} + \frac{1}{16} + \dots + \frac{1}{1024} = \\
 & \underbrace{\frac{7}{8} + \frac{1}{16}}_{\frac{15}{16}} + \dots + \frac{1}{1024} = \\
 & \underbrace{\frac{15}{16} + \dots + \frac{1}{1024}}_{\frac{1023}{1024}} = \frac{1023}{1024}
 \end{aligned}$$



۳ نقطه



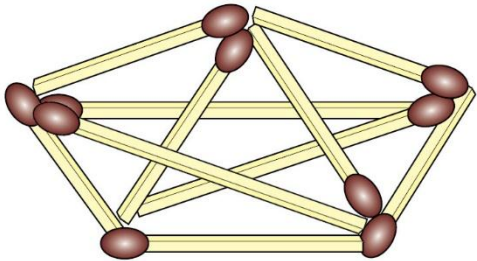
۳ پاره خط



۴ نقطه



۶ پاره خط



۵ نقطه



۱۰ پاره خط

الگو

تعداد نقاط ضرب یک رقم کمتر تقسیم به ۲

۸- راهبرد روش‌های نمادین (استفاده از معادله یا مدل‌سازی):

در این روش با استفاده از نمادهای جبری، صورت مسئله را به زبان ریاضی تبدیل می‌کنیم و سپس با استفاده از عملیات ریاضی، مسئله را حل می‌کنیم. تبدیل مسئله به یک شکل هندسی و حل هندسی آن نیز نوعی روش نمادین یا مدل‌سازی به شمار می‌رود.

■ احمد ۳۰۰۰۰ تومان پول داشت، او ۴ دفتر خرید و ۲۰۰۰ تومان برایش باقی ماند. قیمت هر دفتر چقدر است؟

$$4 \times \square + 2000 = 30000$$

متن این سوال را می توان با عبارت روبرو نشان داد:

هر مربع نشان دهنده یک دفتر است.

باید حدس زد که به جای مربع چه عددی را قرار دهیم تا تساوی برقرار شود.

اگر $\square = 7000$ باشد تساوی برقرار می شود.

$$4 \times 7000 + 2000 = 30000$$

پس قیمت هر دفتر ۷۰۰۰ تومان است.



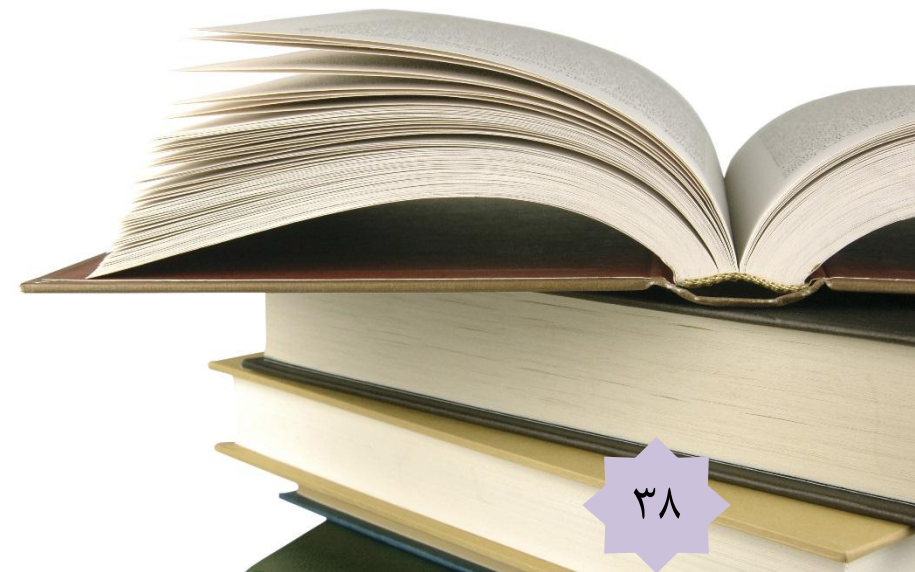
فاطمه کتاب داستانی را در ۶ ساعت مطالعه کرد و ۱۰ صفحه از آن باقی ماند. اگر این کتاب ۱۰۰ صفحه داشته باشد، فاطمه به طور متوسط در هر ساعت چند صفحه را مطالعه کرده است؟

اگر $\square = ۱۵$ باشد تساوی برقرار است.

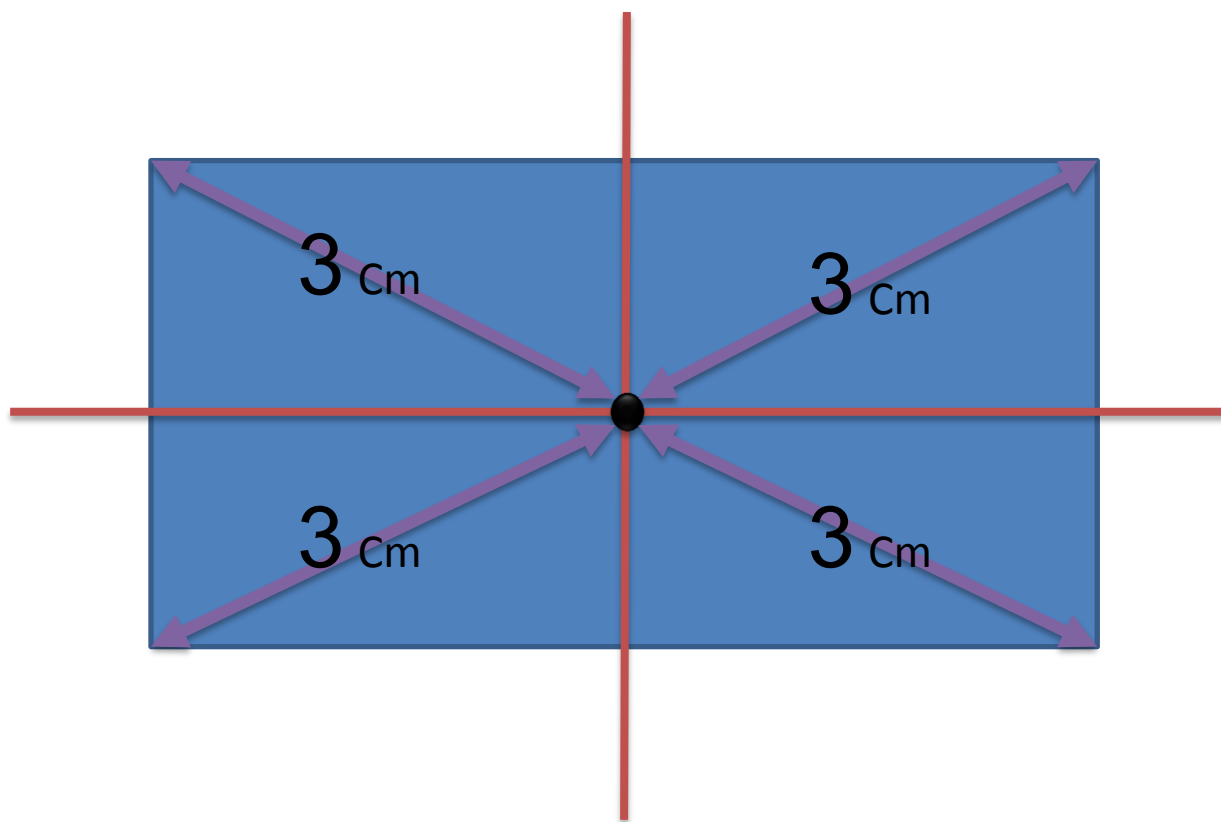
$$۶ \times \square + ۱۰ = ۱۰۰$$

$$۶ \times ۱۵ + ۱۰ = ۱۰۰$$

پس به طور متوسط در هر ساعت ۱۵ صفحه را مطالعه کرده.

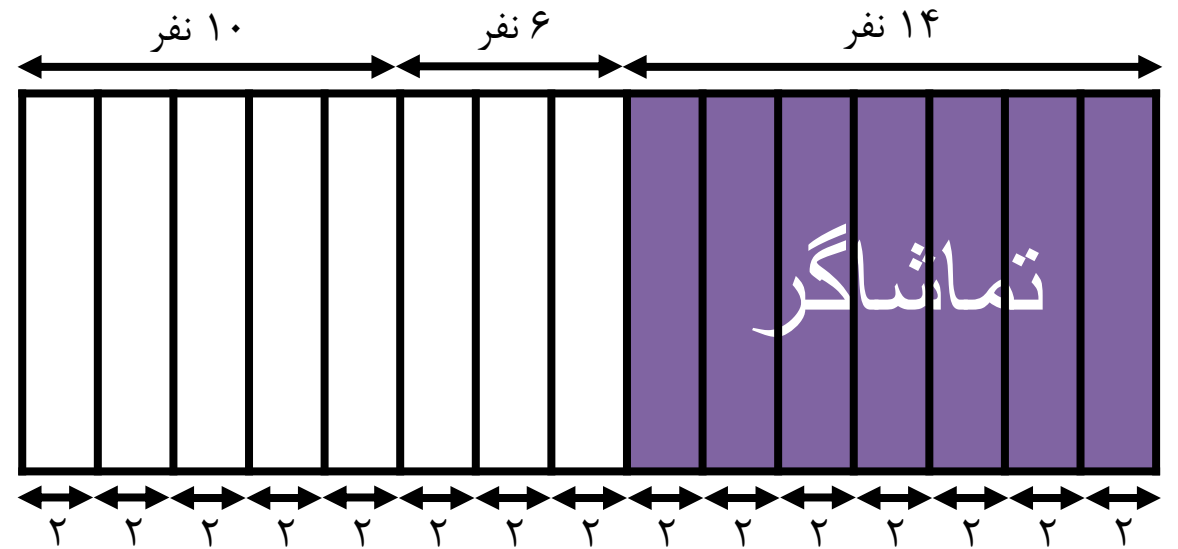


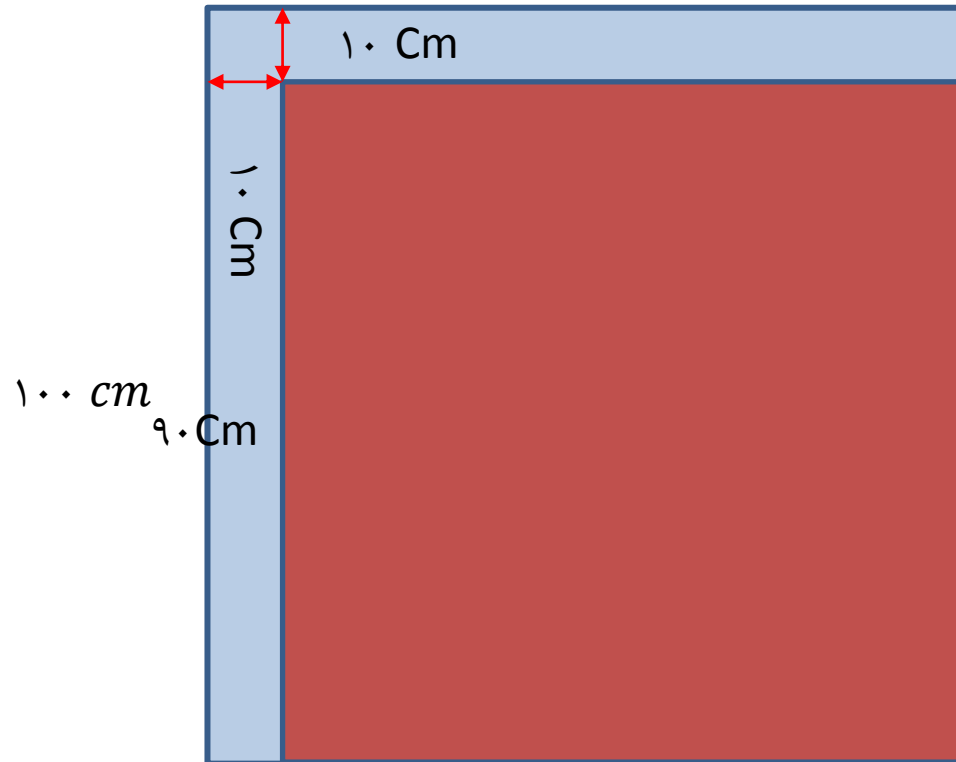
یک سالن مستطیل شکل است، می خواهند در مکانی از سقف این سالن دریچه کولر قرار دهند، به طوری که از چهار گوشه آن به یک فاصله باشد. محل دریچه را تعیین کنید.



۱- $\frac{1}{3}$ دانش آموزان کلاسی بسکتبال و $\frac{1}{5}$ دانش آموزان آن کلاس فوتبال بازی می کنند. سایر دانش آموزان که تعدادشان ۱۴ نفر است، بازی آنها را تماشا می کنند. این کلاس چند دانش آموز دارد؟

بسکتبال				
فعالیت دانش آموزان به تفکیک <ul style="list-style-type: none"> ▪ ۱۰ نفر بسکتبال ▪ ۶ نفر فوتبال ▪ ۱۴ نفر تماشاگر کل دانش آموزان کلاس برابر ۳۰ نفر				
فوتبال				





مساحت مربع اولیه = $100 \times 100 = 10000 \text{ Cm}^2$

مساحت مربع ثانویه = $90 \times 90 = 8100 \text{ Cm}^2$

$$\frac{8100}{10000} = \frac{81}{100} = 81\%$$

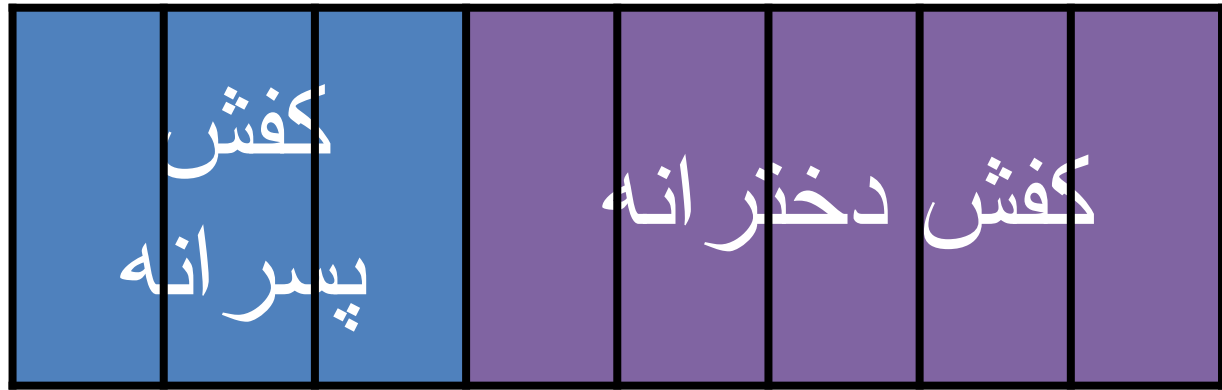
مربع ثانویه 81 درصد مربع اولی مساحت دارد.

$$100 - 81 = 19\%$$

پس 19 درصد از مساحت مربع اولیه کاسته شده است.

۵- در یک کارگاه تولید کفش ۴۹۶۰ جفت کفش تولید شده است. $\frac{3}{8}$ آنها پسرانه و بقیه دخترانه است. اگر قیمت هر جفت کفش پسرانه ۲۷۰۰۰ تومان و قیمت هر جفت کفش دخترانه ۳۴۰۰۰ تومان باشد، درآمد این کارگاه چقدر است؟

۴۹۶۰ جفت کفش



۶۲۰ ۶۲۰ ۶۲۰ ۶۲۰ ۶۲۰ ۶۲۰ ۶۲۰ ۶۲۰

۱۸۶۰ جفت کفش پسرانه

۳۱۰۰ جفت کفش دخترانه

$$\text{درآمد کفش پسرانه} \quad 1860 \times 27000 = 50,220,000$$

$$\text{درآمد کفش دخترانه} \quad 3100 \times 34000 = 105,400,000$$

$$\text{درآمد کارگاه} \quad 50,220,000 + 105,400,000 = 155,620,000$$

سوال ۹ مرور راهبردها

- به ۵ حالت حاصل ضرب دو عدد طبیعی ۳۶ می شود

عدد اول	عدد دوم	حاصل جمع
۱	۳۶	۳۷
۲	۱۸	۲۰
۳	۱۲	۱۵
۴	۹	۱۳
۶	۶	۱۲

← کمترین مقدار حاصل جمع