

فصل پنجم - اندازه گیری

درس اول - طول و سطح

می دانیم که برای اندازه گیری مقداری از هر چیز، نیاز به واحد داریم. برای مثال برای اندازه گیری قد یک انسان از واحد متر یا سانتی متر و برای اندازه گیری سنگینی یک جسم، از واحد گرم یا کیلوگرم استفاده می کنیم. معنی کلمات زیر را یاد بگیرید:

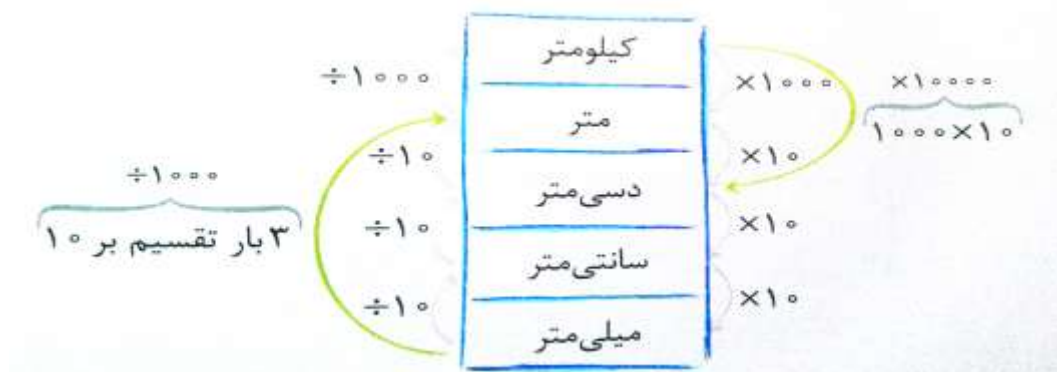
- کیلو یعنی هزار؛ مثال: کیلوگرم یعنی هزار گرم - کیلومتر یعنی هزار متر.
- دسی یعنی یک دهم؛ مثال: دسی متر یعنی یک دهم متر.
- سانتی یعنی یک صدم؛ مثال: سانتی متر یعنی یک صدم متر.
- میلی یعنی یک هزارم؛ مثال: میلی متر یعنی یک هزارم متر - میلی گرم یعنی یک هزارم گرم - میلی لیتر یعنی یک هزارم لیتر که معادل یک سی سی یا یک سانتی متر مکعب است.

در جدول زیر واحدهایی را که به طور معمول از آن ها استفاده می کنیم، بیان شده است.

واحد اندازه گیری (از کوچک به بزرگ)	
طول	میلی متر - سانتی متر - دسی متر - متر - کیلومتر
سطح (مساحت)	میلی متر مربع - سانتی متر مربع - دسی متر مربع - متر مربع - هکتار - کیلومتر مربع
حجم	میلی لیتر (سانتی متر مکعب یا سی سی) - لیتر (دسی متر مکعب) - متر مکعب
جرم	گرم - کیلوگرم - تن
زاویه	درجه
زمان	ثانیه - دقیقه - ساعت - روز - هفته - ماه - سال - قرن

تبدیل واحدهای طول

با استفاده از جدول زیر به راحتی می توان واحدهای طول را تبدیل کرد.



مثال: $\frac{3}{4}$ متر، چند سانتی متر است؟

پاسخ: با استفاده از جدول می دانیم که هر متر ۱۰۰ سانتی متر است و برای تبدیل از واحد بزرگ (متر) به واحد کوچک (سانتی متر) باید از عمل ضرب استفاده کنیم.

$$\frac{3}{4} \text{ متر} \times 100 = 340$$

روش دیگر تبدیل واحدها، استفاده از جدول تناسب است:

مثال: ۱۷ متر چند کیلومتر است؟

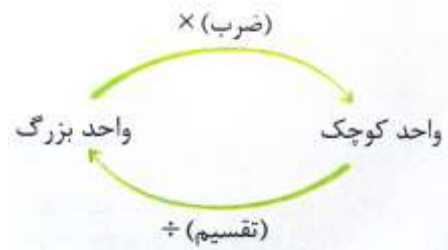
پاسخ:

متر	1000	17
کیلومتر	1	<input type="text"/>

$17 \div 1000 = 0.017$ کیلومتر

$$\text{کیلومتر} = \frac{17 \times 1}{1000} = \frac{17}{1000} = 0.017$$

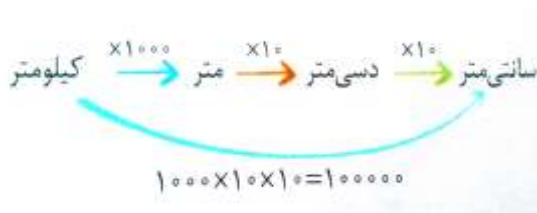
نکته: برای تبدیل واحدها از روش زیر استفاده می کنیم.



پاسخ:

یعنی برای تبدیل واحد بزرگ به واحد کوچک از عمل ضرب و برای تبدیل واحد کوچک به واحد بزرگ از عمل تقسیم استفاده می شود.

مثال: یک کیلومتر چند سانتی متر است؟



(واحد کیلومتر از واحد سانتی متر بزرگ تر است.)

یعنی یک کیلومتر ۱۰۰۰۰۰ سانتی متر است.

مثال: 0.16 کیلومتر یعنی چند سانتی متر؟

$$0.16 \times 100000 = 16000$$

پاسخ:

واحدهای سطح (مساحت)

می دانیم که مساحت مربع، برابر است با یک ضلع ضرب در خودش.

اگر مربعی به ضلع یک سانتی متر داشته باشیم، مساحت آن برابر است با ۱ سانتی متر مربع.



$$۱ \text{ سانتی متر مربع} = ۱ \text{ سانتی متر} \times ۱ \text{ سانتی متر} = \text{مساحت مربع}$$

اگر مربعی به ضلع یک متر داشته باشیم، مساحت آن برابر است با ۱ متر مربع.

دسی متر مربع $۱۰۰ = ۱۰ \text{ دسی متر} \times ۱۰ \text{ دسی متر} = ۱ \text{ متر} \times ۱ \text{ متر} = ۱ \text{ متر مربع}$

→ دسی متر مربع $۱ = ۱۰۰ \text{ دسی متر مربع}$

سانتی متر مربع $۱۰۰۰۰ = ۱۰۰ \text{ سانتی متر} \times ۱۰۰ \text{ سانتی متر} = ۱ \text{ متر} \times ۱ \text{ متر} = ۱ \text{ متر مربع}$

→ سانتی متر مربع $۱ = ۱۰۰۰۰ \text{ سانتی متر مربع}$

میلی متر مربع $۱۰۰۰۰۰۰ = ۱۰۰۰ \text{ میلی متر} \times ۱۰۰۰ \text{ میلی متر} = ۱ \text{ متر} \times ۱ \text{ متر} = ۱ \text{ متر مربع}$

→ میلی متر مربع $۱ = ۱۰۰۰۰۰۰ \text{ میلی متر مربع}$

سانتی متر مربع $۱۰۰ = ۱۰ \text{ سانتی متر} \times ۱۰ \text{ دسی متر} = ۱ \text{ دسی متر} \times ۱ \text{ دسی متر} = ۱ \text{ دسی متر مربع}$

→ سانتی متر مربع $۱ = ۱۰۰ \text{ دسی متر مربع}$

میلی متر مربع $۱۰۰۰۰ = ۱۰۰ \text{ میلی متر} \times ۱۰۰ \text{ دسی متر} = ۱ \text{ دسی متر} \times ۱ \text{ دسی متر} = ۱ \text{ دسی متر مربع}$

→ میلی متر مربع $۱ = ۱۰۰۰۰ \text{ دسی متر مربع}$

A square with side length 1 meter, labeled "۱ متر". Inside the square, it says "متر مربع مساحت = ۱ x ۱ = ۱ متر مربع".

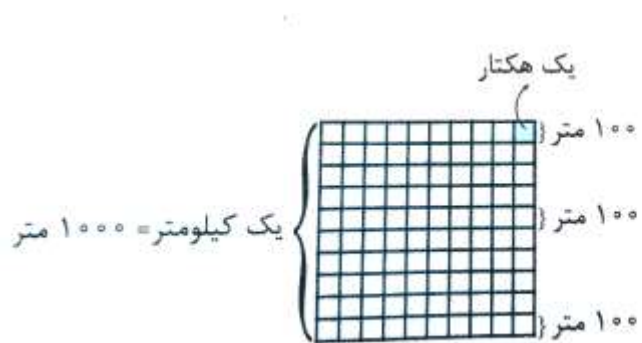
برای اندازه گیری مساحت مزرعه ها، پارک ها و جنگل ها از واحد بزرگ تری به نام هکتار استفاده می شود.

یک هکتار، مساحت مربعی است که اندازه ی هر ضلع آن ۱۰۰ متر است.

$$\text{متر مربع } ۱۰۰۰۰ = ۱ \text{ هکتار} \rightarrow \text{متر مربع } 10000 = 100 \text{ متر} \times 100 \text{ متر} = 1 \text{ هکتار}$$

برای اندازه گیری سطح های بزرگ تر مانند مساحت شهرها، کشورها، قاره ها و اقیانوس ها از واحد بزرگ تری به نام کیلومتر مربع استفاده می شود. یک کیلومتر مربع، مساحت مربعی است که اندازه ی هر ضلع آن یک کیلومتر یا ۱۰۰۰ متر است.

مساحت مربع شکل مقابل یک کیلومتر مربع است و مساحت مربعی که در بالا سمت راست رنگ شده، یک هکتار است.



$$۱ \text{ کیلومتر} \times ۱ \text{ کیلومتر} = ۱ \text{ کیلومتر مربع}$$

$$= ۱۰۰۰ \text{ متر} \times ۱۰۰۰ \text{ متر} = ۱۰۰۰۰۰۰ \text{ متر مربع}$$

$$\rightarrow ۱ \text{ کیلومتر مربع} = ۱۰۰۰۰۰۰ \text{ متر مربع}$$

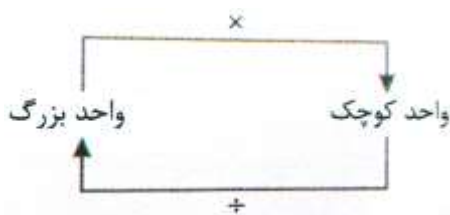
$$\frac{\text{کیلومتر مربع}}{\text{هکتار}} = \frac{۱۰۰۰۰۰۰ \text{ متر مربع}}{۱۰۰۰۰ \text{ متر مربع}} = ۱۰۰$$

$$\rightarrow ۱ \text{ کیلومتر مربع} = ۱۰۰ \text{ هکتار}$$

برای تبدیل واحدها دو روش وجود دارد:

۱- استفاده از ضرب و تقسیم

۲- استفاده از تناسب



مثال: $\frac{2}{3}$ متر مربع چند سانتی متر مربع است؟

پاسخ: الف) استفاده از ضرب و تقسیم

$$\text{سانتی متر مربع} \times \frac{2}{3} = ۲۳۰۰۰ \rightarrow \text{سانتی متر مربع} \times ۱۰۰۰۰ = ۱ \text{ متر مربع}$$

استفاده از تناسب

متر مربع	۱	$\frac{2}{3}$	→	=	$\frac{2/3 \times 100000}{1} = 23000$	=	۲۳۰۰۰ متر مربع
سانتی متر مربع	۱۰۰۰۰	□					

طول و سطح ۲

در سال ها قبل با مفهوم اندازه گیری و واحدهای مختلف برای اندازه گیری مواردی از قبیل طول، سطح و حجم و ... آشنا شدید. در این قسمت بعضی از واحدهای اندازه گیری را یادآوری می کنیم:

واحد اندازه گیری طول: کیلومتر - متر - دسی متر - سانتی متر - میلی متر

واحدهای اندازه گیری زمان: سال - ماه - هفته - روز - ساعت - دقیقه - ثانیه

واحدهای اندازه گیری جرم (وزن): تن - کیلوگرم - گرم

واحدهای اندازه گیری سطح: کیلومتر مربع - هکتار - متر مربع - دسی متر مربع - سانتی متر مربع - میلی متر مربع

واحدهای اندازه گیری حجم: متر مکعب - دسی متر مکعب - سانتی متر مکعب

واحدهای اندازه گیری گنجایش: لیتر - میلی لیتر

واحدهای اندازه گیری زاویه: درجه - (البته در کلاس های بالاتر با واحدهای رادیان و گراد هم آشنا می شوید).

همان طور که می دانید برای اندازه گیری در هر یک از موارد بالا باید از واحد مناسب آن استفاده کنیم. به طور مثال برای اندازه گیری طول یک اتاق بهتر است از واحد متر استفاده کنیم اما برای اندازه گیری فاصله ی بین دو شهر بهتر است از واحد کیلومتر و برای اندازه گیری ضخامت یک کتاب از واحد میلی متر استفاده کنیم. بس انتخاب واحد مناسب در اندازه گیری از اهمیت زیادی برخوردار است. حال اگر در انتخاب واحدها دقت نکنیم، مجبوریم از عددهای خیلی بزرگ و یا خیلی کوچک استفاده کنیم. به طور مثال فاصله ی تهران تا مشهد تقریباً ۹۰۰ کیلومتر است، این فاصله با واحد متر برابر ۹۰۰,۰۰۰ متر و با واحد سانتی متر برابر ۹۰,۰۰۰,۰۰۰ سانتی متر است.

تبدیل واحدهای طول

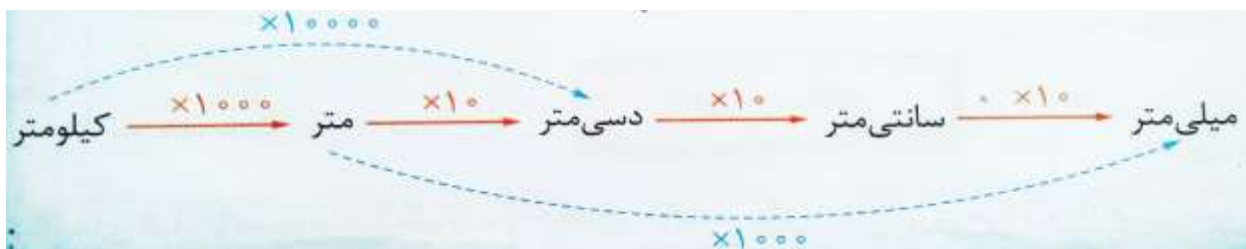
هر کیلومتر، برابر ۱۰۰۰ متر است.
(۱متر) $\times 1000 = 1$ کیلومتر

هر متر، برابر ۱۰ دسی متر است.
(۱دسی متر) $\times 10 = 1$ متر

هر دسی متر، برابر ۱۰ سانتی متر است.
(۱ سانتی متر) $\times 10 = 1$ دسی متر

هر سانتی متر، برابر ۱۰ میلی متر است.
(۱ میلی متر) $\times 10 = 1$ سانتی متر

نکته: پیشنهاد می کنیم که از الگوی زیر برای تبدیل واحدهای طول به یک دیگر استفاده کنید. همچنین می توانید از جدول تناسب هم در تبدیل واحدهای طول به یک دیگر استفاده کنید.



مثال ۱: الف) ۴۳۲ کیلومتر چند متر است؟

می دانیم که هر کیلومتر، برابر ۱۰۰۰ متر است. پس ۴۳۲ کیلومتر، برابر ۴۳۲×۱۰۰۰ یعنی ۴۳۲۰۰۰ متر است.

ب) ۵۲۷ متر چند کیلومتر است؟ می دانیم که هر کیلومتر، برابر ۱۰۰۰ متر است، بنابراین:

متر	۱۰۰۰	۵۲۷
کیلومتر	۱	?

$$\Rightarrow ? = \frac{1 \times 527}{1000} = \frac{527}{1000} = 0.527$$

ج) ۵۲۷ دسی متر چند کیلومتر است؟

طبق الگوی بالا هر کیلومتر، برابر ۱۰×۱۰۰۰ یعنی ۱۰۰۰۰ دسی متر است، بنابراین:

کیلومتر	۱	?
دسی متر	۱۰۰۰۰	۵۲۷

$$\Rightarrow ? = \frac{1 \times 527}{10000} = \frac{527}{10000} = 0.0527$$

د) ۳۷ دسی متر چند میلی متر است؟ طبق الگوی بالا هر دسی متر، برابر ۱۰×۱۰ یعنی ۱۰۰ میلی متر است، پس ۳۷ دسی متر، برابر ۳۷×۱۰۰ یعنی ۳۷۰۰ میلی متر است.

تبدیل واحدهای سطح



کیلومتر مربع، مساحت مربعی به ضلع یک کیلومتر است، از طرفی چون هر کیلومتر، برابر ۱۰۰۰ متر است بنابراین ۱ کیلومتر مربع، برابر ۱۰۰۰×۱۰۰۰ یعنی ۱۰۰۰۰۰۰ متر مربع می باشد. از واحد کیلومتر مربع برای بیان مساحت سطح های بزرگ مانند مساحت قاره ها، کشورها و شهرها استفاده می شود.



نکته: هر کیلومتر مربع برابر ۱۰۰ هکتار است.

یک هکتار، مساحت مربعی به ضلع ۱۰۰ متر است. پس هر هکتار برابر ۱۰۰×۱۰۰ یعنی ۱۰۰۰۰ متر مربع می باشد.

از واحد هکتار برای بیان مساحت زمین های کشاورزی و جنگل ها استفاده می شود.



یک متر مربع، مساحت مربعی به ضلع ۱ متر است. از این واحد برای بیان مساحت خانه ها و اتاق ها استفاده می شود.

به طور مثال، مساحت یک اتاق ۱۲ متر مربع و ۶ دسی متر مربع می باشد. که این مساحت با $۱۲/۰۶$ متر مربع برابر است.

یک دسی متر مربع، مساحت مربعی به ضلع ۱ دسی متر است. از طرفی چون هر دسی متر، برابر $۰/۱$ متر است پس هر دسی متر مربع برابر $۰/۱ \times ۰/۱$ یعنی $۰/۰۱$ متر مربع می باشد. از این واحد هم برای بیان مساحت اتاق ها استفاده می شود.



یک سانتی متر مربع، مساحت مربعی به ضلع ۱ سانتی متر است. از طرفی چون هر سانتی متر، برابر $۰/۰۱$ متر است، پس هر سانتی متر، برابر $۰/۰۱ \times ۰/۰۱$ یعنی $۰/۰۰۰۱$ متر مربع می باشد. از این واحد برای بیان مساحت سطح های کوچک مانند سطح کتاب استفاده می شود.

نکته: پیشنهاد می شود که از الگوی زیر برای تبدیل واحدهای سطح به یک دیگر و با کمک از جدول تناسب استفاده کنید.



مثال ۲: الف) ۲۵۶ متر مربع، چند هکتار است؟

می دانیم که هر ۱۰۰۰۰ متر مربع، برابر یک هکتار است بنابراین:

هکتار	۱	?
مترمربع	۱۰۰۰۰	۲۵۶

$$\Rightarrow ? = \frac{1 \times 256}{10000} = \frac{256}{10000} = 0.0256$$

ب) ۲۵۶ هکتار، چند متر مربع است؟

از آن جا که هر هکتار برابر ۱۰۰۰۰ متر مربع است، پس ۲۵۶ هکتار را برابر 256×10000 یعنی ۲۵۶۰۰۰۰ متر مربع می باشد.

ج) ۳۵۴ دسی متر مربع، چند سانتی متر مربع است؟

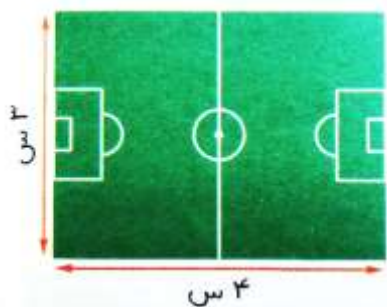
می دانیم که هر دسی متر، برابر ۱۰ سانتی متر است، پس با توجه به رابطه های زیر هر دسی متر مربع برابر ۱۰۰ سانتی متر مربع است.

100 سانتی متر مربع = 10 سانتی متر \times 10 سانتی متر و 1 دسی متر مربع = 1 دسی متر \times 1 دسی متر

سانتی متر مربع $354 = 354 \times 100 = 35400$ دسی متر مربع

د) ۷۸۹ هکتار چند کیلومتر مربع است؟ می دانیم که هر ۱۰۰ هکتار برابر یک کیلومتر مربع است، بنابراین:

کیلومتر مربع	۱	?
هکتار	۱۰۰	۷۸۹

$$\Rightarrow ? = \frac{1 \times 789}{100} = 7.89$$


مثال ۳: اگر مستطیل مقابل، نقشه ی یک زمین فوتبال باشد و هر یک سانتی متر روی شکل برابر ۲۵ متر بر روی زمین باشد، به سؤالات زیر پاسخ دهید.

الف) مساحت کل این زمین فوتبال چند متر است؟

با توجه به این که هر یک سانتی متر روی نقشه، معادل ۲۵ متر در طبیعت (واقعیت) است پس طول و عرض زمین برابر است با:

$$\begin{aligned} \text{متر} \quad \text{طول زمین} &= 4 \times 25 = 100 \\ \text{متر} \quad \text{عرض زمین} &= 3 \times 25 = 75 \\ \text{متر مربع} \quad \text{مساحت زمین فوتبال} &= 100 \times 75 = 7500 \end{aligned}$$

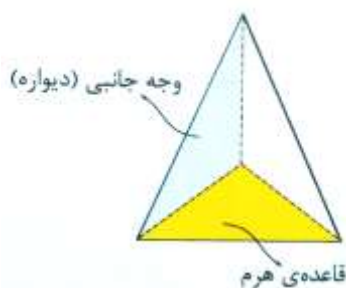
ب) مساحت نیمه ی زمین فوتبال چند هکتار است؟

$$\text{هکتار} \quad 0.375 = \text{متر مربع} \quad 3750 = 7500 \div 2 = \text{مساحت نیمه ی زمین فوتبال}$$

هکتار	۱	۲	$\Rightarrow ? = \frac{1 \times 375}{1000} = 0.375$
متر مربع	۱۰۰۰۰	۳۷۵	

درس دوم - حجم و جرم

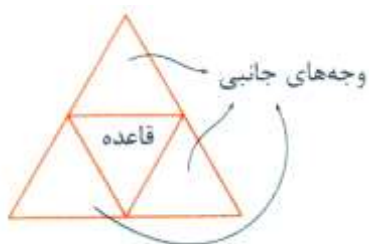
به شکل مقابل هرم می گویند.



قاعده ی هرم، یک چندضلعی است (مانند: مثلث، مربع، مستطیل، پنج ضلعی و ...)

به هر یک از سطح های تشکیل دهنده ی هرم، یک وجه می گویند.

گسترده ی هرم بالا به صورت مقابل است.

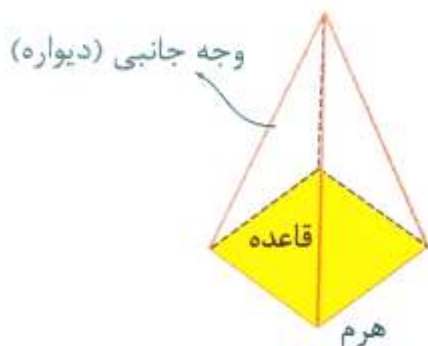


اگر گسترده هرم از چهار مثلث متساوی

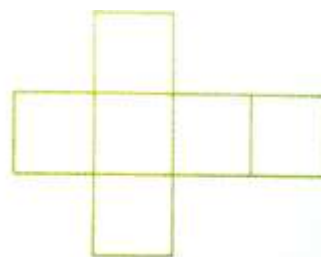
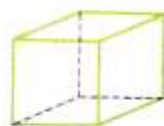
الاضلاع هم اندازه تشکیل شده باشد، به آن

چهاروجهی منتظم هم گفته می شود.

شکل زیر نوع دیگری از هرم و گسترده ی آن را نشان می دهد.



شکل زیر، یک مکعب و گسترده ی آن را نشان می دهد.



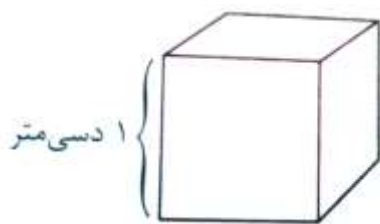
$$\text{ضلع} \times \text{ضلع} \times \text{ضلع} = \text{حجم مکعب}$$

$$\text{ضلع} \times \text{ضلع} \times 6 = \text{مساحت گسترده ی مکعب (مساحت کل مکعب)}$$

همه ی ضلع های مکعب با هم برابرند.

برای اندازه گیری حجم، واحدهایی مانند مترمکعب، دسی مترمکعب (لیتر) و سانتی مترمکعب (سی سی) وجود دارد.

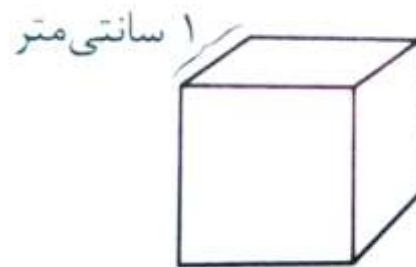
یک متر مکعب، حجم مکعبی است که اندازه ی هر ضلع آن یک متر باشد.



یک دسی مترمکعب (یا یک لیتر)، حجم مکعبی است که اندازه ی هر ضلع آن یک دسی متر یا ۱۰ سانتی متر باشد. این واحد برای اندازه گیری حجم مایعات بسیار مورد استفاده قرار می گیرد.

$$۱ \text{ لیتر یا یک دسی متر مکعب} = \text{حجم}$$

یک سانتی متر مکعب، حجم مکعبی است که اندازه ی هر ضلع آن یک سانتی متر باشد. نام های دیگر این واحد «سی سی» و «میلی لیتر» است.



۱ سانتی متر مکعب = حجم

واحدهای حجم

دسی متر مکعب $1000 = 10 \times \text{دسی متر} \times 10 \times \text{دسی متر} \times 10 \times \text{دسی متر} = 1 \times \text{متر} \times 1 \times \text{متر} \times 1 \times \text{متر} = 1 \text{ متر مکعب}$

لیتر $1000 = 1000 \text{ دسی متر مکعب} = 1 \text{ متر مکعب}$

سانتی متر مکعب $1000000 = 100 \times \text{سانتی متر} \times 100 \times \text{سانتی متر} \times 100 \times \text{سانتی متر} = 1 \times \text{متر} \times 1 \times \text{متر} \times 1 \times \text{متر} = 1 \text{ متر مکعب}$

میلی لیتر $1000000 = 1000000 \text{ سی سی} = 1000000 \text{ سانتی متر مکعب} = 1 \text{ متر مکعب}$

سانتی متر مکعب $1000 = 10 \times \text{سانتی متر} \times 10 \times \text{سانتی متر} \times 10 \times \text{سانتی متر} = 1 \times \text{دسی متر} \times 1 \times \text{دسی متر} \times 1 \times \text{دسی متر} = 1 \text{ دسی متر مکعب} = 1 \text{ لیتر}$

میلی لیتر $1000 = 1000 \text{ سی سی} = 1000 \text{ سانتی متر مکعب} = 1 \text{ دسی متر مکعب} = 1 \text{ لیتر}$

برای تبدیل واحدهای حجم می توان از دو روش ضرب و جدول تناسب استفاده کرد.

مثال: $\frac{3}{2}$ متر مکعب برابر چند لیتر است؟

پاسخ:

روش ۱: می دانیم که هر متر مکعب مساوی ۱۰۰۰ لیتر است؛ پس: لیتر $3200 = 3/2 \times 1000$

روش ۲: استفاده از جدول تناسب

متر مکعب	۱	$\frac{3}{2}$
لیتر	۱۰۰۰	<input type="text"/>

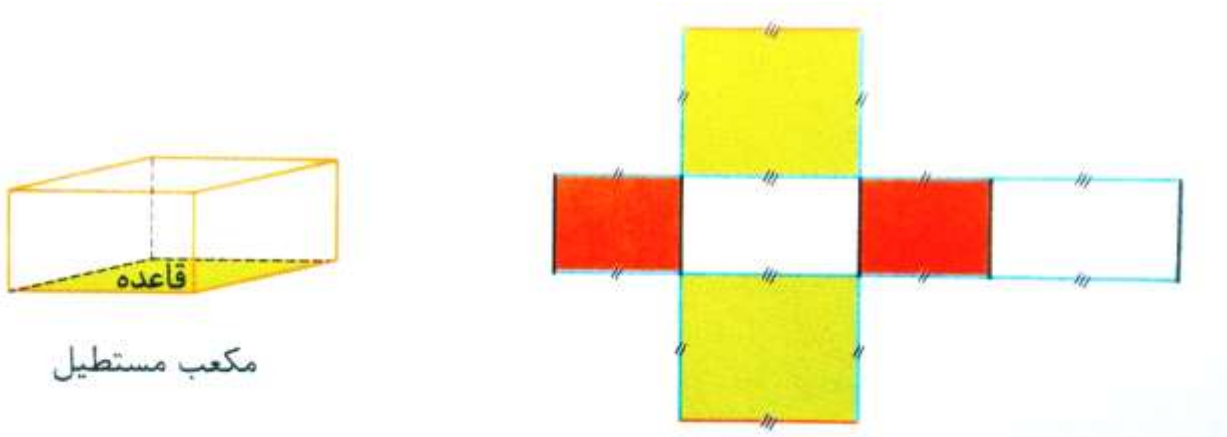
$\rightarrow \text{لیتر} = \frac{3/2 \times 1000}{1} = 3200$

مثال: حجم و مساحت گسترده ی مکعبی به ضلع ۵ سانتی متر را حساب کنید.

$$\text{حجم} = ۵ \times ۵ \times ۵ = ۱۲۵$$

$$\text{مساحت گسترده (مساحت کل)} = ۶ \times ۵ \times ۵ = ۱۵۰$$

شکل زیر یک مکعب مستطیل و گسترده ی آن را نشان می دهد. اضلاع برابر در گسترده ی شکل مشخص شده اند.



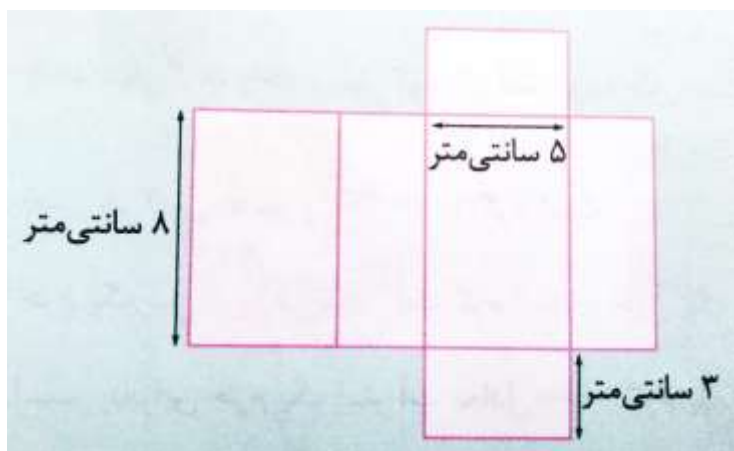
در گسترده ی مکعب مستطیل، سطح هایی (وجه هایی) که هم رنگ هستند، دارای مساحت های مساوی هستند. این سطح ها در مکعب مستطیل در مقابل هم قرار می گیرند.

اگر اضلاع مکعب مستطیل را به صورت مقابل نام گذاری کنیم، حجم و مساحت گسترده ی (مساحت کل) آن به صورت زیر محاسبه می شود.



$$\text{مساحت گسترده ی مکعب مستطیل (مساحت کل)} = ۲ \times [(\text{طول} \times \text{عرض}) + (\text{ارتفاع} \times \text{طول}) + (\text{ارتفاع} \times \text{عرض})]$$

مثال: شکل مقابل گسترده ی یک مکعب مستطیل است. با توجه به اندازه های روی آن، حجم و مساحت گسترده ی مکعب مستطیل را حساب کنید.



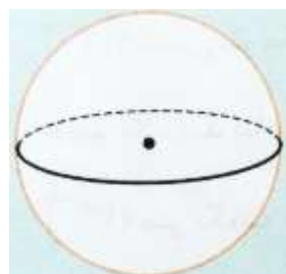
پاسخ:

$$\text{حجم} = ۸ \times ۵ \times ۳ = ۱۲۰ \text{ سانتی متر مکعب}$$

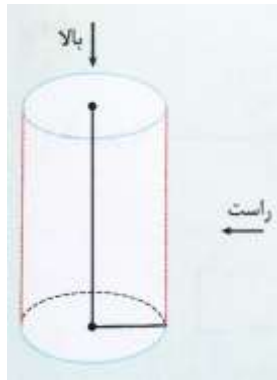
$$\text{مساحت گسترده (مساحت کل)} = ۲ \times \left[\underbrace{(۸ \times ۵)}_{۴۰} + \underbrace{(۸ \times ۳)}_{۲۴} + \underbrace{(۵ \times ۳)}_{۱۵} \right] = ۱۵۸ \text{ سانتی متر مربع}$$



شکل مقابل یک مخروط است. مخروط شبیه هرم است، فقط قاعده ی آن به شکل دایره است (چند ضلعی نیست).



شکل مقابل یک کره است. توپ فوتبال به شکل یک کره است. کره را از هر طرف نگاه کنیم، یک دایره می بینیم.



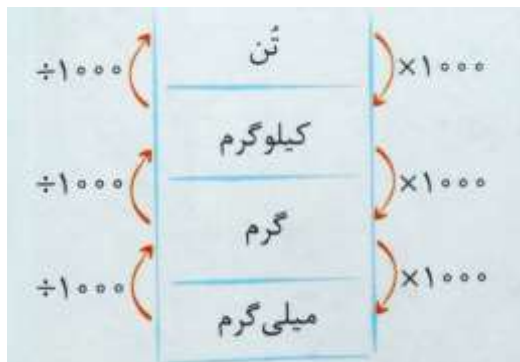
شکل مقابل یک استوانه است.

استوانه ی مقابل را اگر از بالا نگاه کنیم، یک دایره می بینیم و اگر از راست یا روبه رو نگاه کنیم، یک مستطیل می بینیم.

دو تصویر مختلف از این استوانه:



واحدهای اندازه گیری جرم: واحدهای معمول اندازه گیری جرم از کوچک به بزرگ، عبارت اند از:



میلی گرم - گرم - کیلوگرم - تن

جدول مقابل، رابطه ی بین این واحدها را نشان می دهد.

واحد میلی گرم، واحد بسیار کوچکی است و به طور معمول در صنایع داروسازی مورد استفاده قرار می گیرد.

یعنی هر ۱ تن، مساوی ۱۰۰۰۰۰۰ گرم است.

جرم یک سی سی آب تقریباً یک گرم است و چون یک لیتر مساوی ۱۰۰۰ سی سی است، بنابراین جرم یک

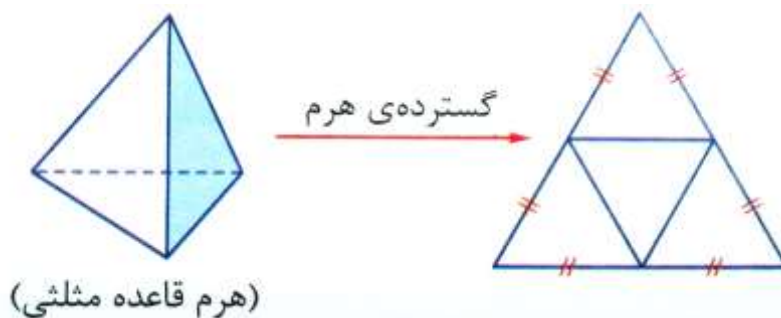
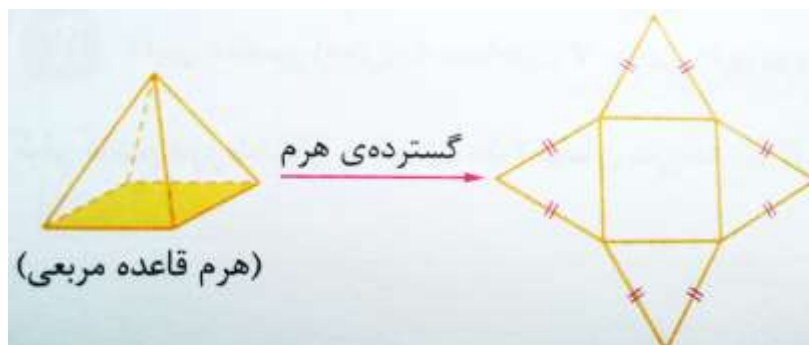
لیتر آب معادل ۱۰۰۰ گرم یا یک کیلوگرم است.



حجم و جرم ۲

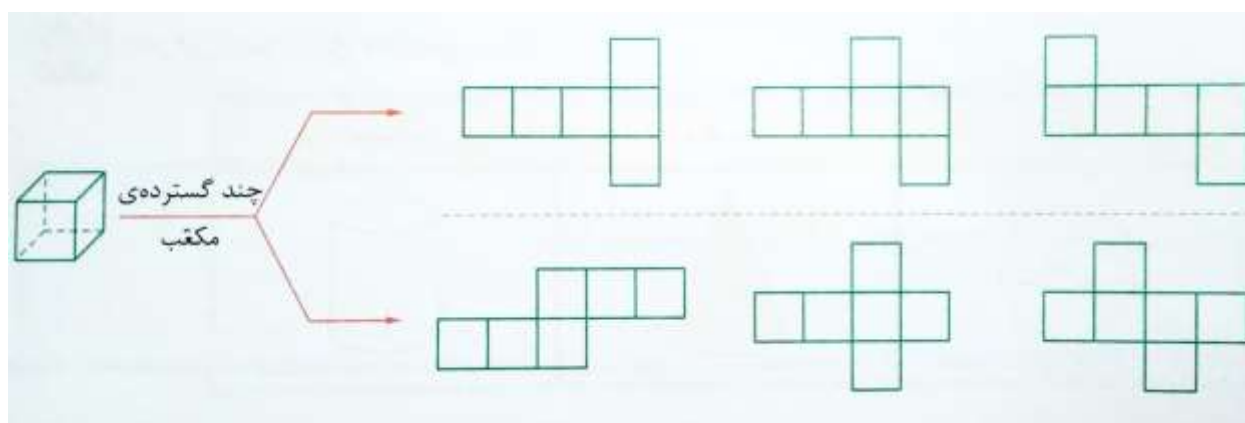
هرم

هرم یک شکل فضایی (چندوجهی) است که همه ی وجه های آن به جز یکی از آن ها در یک رأس مشترک هستند. به شکل های زیر دقت کنید.



مکعب

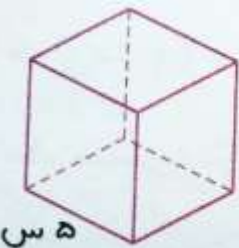
مکعب یک شکل فضایی شش وجهی است که تمامی وجه های آن از مربع های برابر هستند. هر مکعب دارای ۸ گوشته (رأس) و ۱۲ لبه (ضلع) است.



اندازه ی لبه (ضلع) را سه مرتبه نوشته و در هم ضرب کنید = حجم مکعب

مساحت یک مربع $\times 6 =$ مساحت یک وجه $\times 6 =$ مساحت گسترده ی مکعب

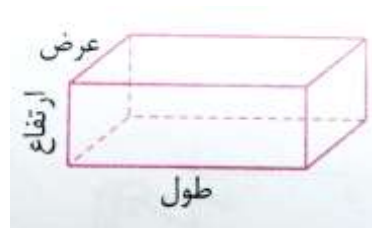
مثال ۱: یک مکعب به صورت مقابل است. حجم و مساحت گسترده ی این مکعب چه قدر است؟



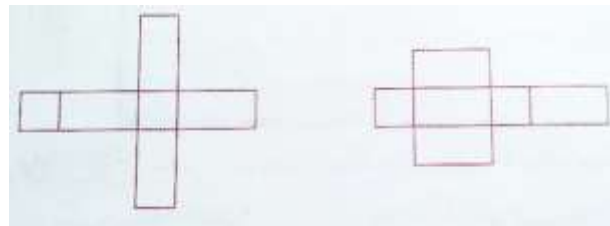
سانتی متر مکعب $۱۲۵ = ۵ \times ۵ \times ۵ =$ حجم

سانتی متر مربع $۱۵۰ = ۶ \times (۵ \times ۵) = ۶ \times ۲۵ =$ مساحت گسترده

مکعب مستطیل



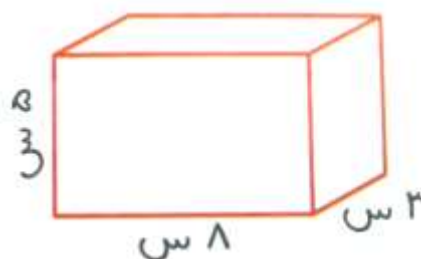
مکعب مستطیل یک شکل فضایی شش وجهی است که تمامی وجه های آن به شکل مستطیل هستند. هر مکعب مستطیل دارای ۸ گوشه (رأس) و ۱۲ لبه (ضلع) است. شکل های زیر چند حالت گسترده ی مکعب مستطیل را نمایش می دهند.



ارتفاع \times عرض \times طول = حجم مکعب مستطیل

$۲ \times [(طول \times عرض) + (ارتفاع \times طول) + (ارتفاع \times عرض)] =$ مساحت گسترده ی مکعب مستطیل

مثال ۲: حجم و مساحت گسترده ی مکعب مستطیل مقابل را به دست آورید.



سانتی متر مکعب $۱۲۰ = ۸ \times ۳ \times ۵ =$ حجم

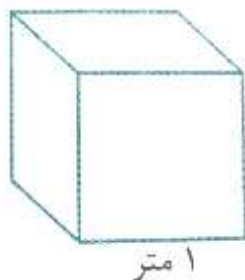
سانتی متر مربع $۱۵۸ = ۲ \times [(۸ \times ۳) + (۸ \times ۵) + (۳ \times ۵)] = ۲ \times [۲۴ + ۴۰ + ۱۵] = ۲ \times ۷۹ =$ مساحت گسترده

معرفی چند شکل هندسی دیگر

کره	مخروط	استوانه
		

معرفی و تبدیل واحدهای حجم

یک متر مکعب: اگر مکعبی به ضلع یک متر داشته باشیم، حجم آن یک متر مکعب می باشد.



$$۱ \text{ متر} \times ۱ \text{ متر} \times ۱ \text{ متر} = ۱ \text{ متر مکعب}$$

یک دسی متر مکعب: اگر مکعبی به ضلع یک دسی متر داشته باشیم حجم آن یک دسی متر مکعب می باشد.

یک سانتی متر مکعب: اگر مکعبی به ضلع یک سانتی متر داشته باشیم حجم آن یک سانتی متر مکعب می باشد.

هر متر برابر ۱۰ دسی متر است پس:

$$۱۰۰۰ \text{ دسی متر مکعب} = ۱۰ \text{ دسی متر} \times ۱۰ \text{ دسی متر} \times ۱۰ \text{ دسی متر} = ۱ \text{ متر مکعب}$$

هر متر برابر ۱۰۰ سانتی متر است پس:

$$۱۰۰۰۰۰۰ \text{ سانتی متر مکعب} = ۱۰۰ \text{ سانتی متر} \times ۱۰۰ \text{ سانتی متر} \times ۱۰۰ \text{ سانتی متر} = ۱ \text{ متر مکعب}$$

نکته:

۱- هر سانتی متر مکعب برابر یک سی سی است.

۲- هر دسی متر مکعب برابر یک لیتر است، پس هر لیتر برابر ۱۰۰۰ سی سی می باشد.

۳- هر متر مکعب برابر ۱۰۰ لیتر است.

مثال ۳: مخزنی داریم به شکل مکعب مستطیل و به ابعاد ۱ متر، ۵ دسی متر و ۳۰ سانتی متر، حجم این مخزن چند دسی متر مکعب است؟ در این مخزن چند لیتر آب می توان ریخت؟ ابتدا بهتر است تمامی واحدها را به دسی متر تبدیل کنیم. ۳ دسی متر = ۳۰ سانتی متر = ارتفاع مکعب مستطیل

۱۰ دسی متر = ۱ متر = طول مکعب مستطیل

$$\text{دسی متر مکعب} = ۱۰ \times ۵ \times ۳ = ۱۵۰ = \text{حجم مکعب مستطیل}$$

می دانیم که هر دسی متر مکعب با ۱ لیتر برابر است پس گنجایش این مخزن همان ۱۵۰ لیتر است.

تبدیل واحدهای جرم

تن: هر هزار کیلوگرم برابر یک تن است. پس یک کیلوگرم برابر $\frac{1}{1000}$ تن می باشد.

کیلوگرم: هر کیلوگرم برابر ۱۰۰۰ گرم است. پس یک گرم برابر $\frac{1}{1000}$ کیلوگرم می باشد.

گرم: هر گرم برابر ۱۰۰۰ میلی گرم است. پس هر میلی گرم برابر $\frac{1}{1000}$ گرم است.

نکته: برای تبدیل واحدهای جرم می توان از الگوی زیر استفاده کرد:



مثال ۴: الف) ۸۳۵۴ کیلوگرم چند تن است؟

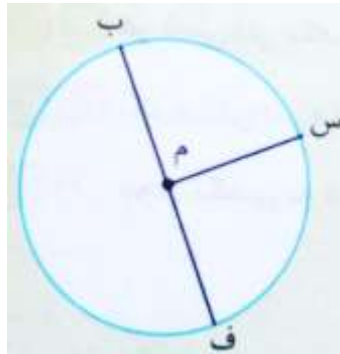
تن	۱	۲	$\Rightarrow ۲ = \frac{۱ \times ۸۳۵۴}{۱۰۰۰} = \frac{۸۳۵۴}{۱۰۰۰} = ۸/۳۵۴ \text{ تن}$
کیلوگرم	۱۰۰۰	۸۳۵۴	

ب) ۵۴۹ میلی گرم چند کیلوگرم است؟

کیلوگرم	۱	۲	$\Rightarrow ۲ = \frac{۱ \times ۵۴۹}{۱۰۰۰۰۰} = \frac{۵۴۹}{۱۰۰۰۰۰} = ۰/۰۰۰۵۴۹ \text{ کیلوگرم}$
میلی گرم	۱۰۰۰۰۰	۵۴۹	

درس سوم - مساحت دایره

شکل مقابل یک دایره را نشان می دهد.



نقطه ی «م» مرکز دایره است.

پاره خط «س» شعاع دایره است.

پاره خط «ب» قطر دایره است.

دایره دارای بی شمار شعاع و بی شمار قطر است.

شعاع های دایره با هم برابر و قطرهای دایره نیز با هم برابرند.

اندازه ی هر قطر دو برابر شعاع است، یعنی اندازه ی شعاع نصف قطر است.

$$\text{محیط دایره} = \frac{3}{14} \times \text{قطر}$$

$$\text{مساحت دایره} = \frac{3}{14} \times \text{شعاع} \times \text{شعاع}$$

عدد $\frac{3}{14}$ را عدد پی می گویند. (البته این عدد مقدار تقریبی عدد پی است.)

توجه: محیط ه ر شکل یعنی دوتا دور شکل، یعنی طول خطی که دو شکل را تشکیل می دهد.

مثال: در شکل های زیر، محیط هر شکل با خط قرمز مشخص شده است.



می دانیم که یک دایره کامل، یک زاویه ی ۳۶۰ درجه را نشان می دهد. اکنون به شکل های زیر که در آن ها دایره ها به قسمت های مساوی تقسیم شده اند و اندازه ی زاویه های هر بخش دقت کنید.



مثال: محیط و مساحت نیم دایره ی شکل مقابل را حساب کنید.



$$10 \times 10 \times 3/14 = 314 \text{ سانتی متر مربع}$$

پاسخ: مساحت دایره ی کامل:

$$314 \div 2 = 157 \text{ سانتی متر مربع}$$

مساحت نیم دایره:

اندازه ی قطر د س، + طول خط منحنی = محیط نیم دایره

$$\text{طول خط منحنی} = \frac{X \times 10 \times 3/14}{X} = 31/4$$

$$\text{محیط نیم دایره} = 31/4 + 20 = 51/4$$

اندازه ی قطر د س،

مثال: محیط و مساحت شکل مقابل را حساب کنید.



پاسخ: شکل مقابل $\frac{3}{4}$ یک دایره است.

$$\text{مساحت شکل} = \frac{3}{4} \times \frac{5}{100} \times 20 \times 2 / 14 = 3 \times 1000 \times 2 / 14 = 3 \times 31$$

$$\text{محیط شکل} = 2 \times \frac{5}{100} \times 20 + 2 \times 20 = 94 / 2 + 40 = 134 / 2$$

مجموع دو شعاع طول خط منحنی

مساحت دایره ۲

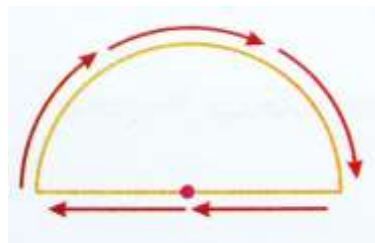
یادآوری

در سال های گذشته با محیط دایره و نحوه ی محاسبه ی آن آشنا شدید:



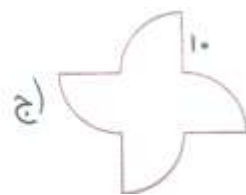
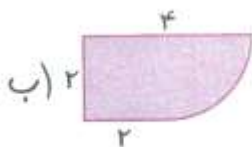
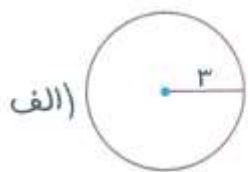
$$\text{عدد پی} \times \text{شعاع} \times 2 = \text{عدد پی} \times \text{قطر} = \text{محیط دایره}$$

با توجه به رابطه ی بالا نصف محیط دایره برابر است با حاصل ضرب شعاع در عدد پی، اما دقت داشته باشید که محیط یک نیم دایره از رابطه ی زیر به دست می آید.



$$\text{قطر} + (\text{عدد پی} \times \text{شعاع}) = \text{محیط نیم دایره}$$

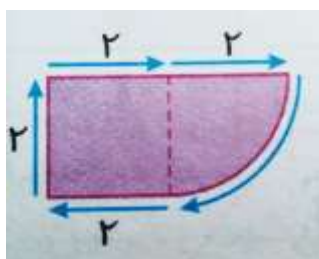
مثال ۱: محیط هر یک از شکل های زیر را به دست آورید.



الف) در این شکل کافی است که محیط یک دایره کامل به شعاع ۳ واحد را حساب کنیم.

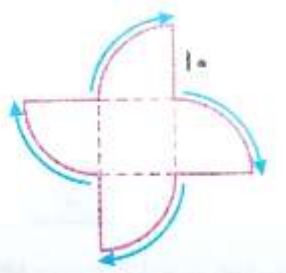
$$\text{محیط شکل} = 2 \times \frac{3}{14} = 18/14$$

ب) اگر شکلی را به صورت مقابل تقسیم بندی کنیم به این ترتیب محیط شکل برابر است با:



$$\text{محیط شکل} = 4 \times 2 + \text{ربع محیط دایره} = 8 + \frac{2 \times 2 \times 3/14}{4} = 8 + 3/14 = 11/14$$

ج) اگر در شکل مقابل ۴ کمان مشخص شده را به هم بچسبانیم، به این ترتیب باید محیط یک دایره کامل و ۴ پاره خط ۱۰ واحدی را با هم جمع کنیم.



$$\text{محیط شکل} = 4 \times 10 + \text{محیط یک دایره کامل} = 40 + (2 \times 10 \times 3/14) = 40 + 62/8 = 102/8$$

مساحت دایره

در کتاب درسی چگونگی اثبات رابطه ی مساحت دایره بیان شده است و در این جا فقط به بیان این رابطه می پردازیم.



$$\text{مساحت دایره} = \text{شعاع} \times \text{شعاع} \times \text{عدد پی}$$

بنابراین:

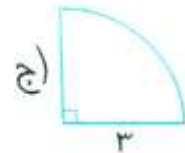
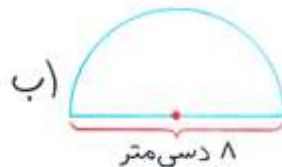
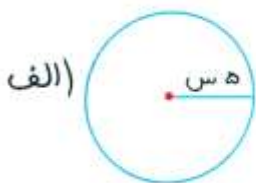


$$\text{مساحت نیم دایره} = (\text{شعاع} \times \text{شعاع} \times \text{عدد پی}) \div 2$$



$$\text{مساحت ربع دایره} = (\text{شعاع} \times \text{شعاع} \times \text{عدد پی}) \div 4$$

مثال ۲: مساحت هر یک از شکل های زیر را به دست آورید.



الف) مساحت دایره به شعاع ۵ سانتی متر مربع $۷۸/۵ = ۲۵ \times ۳/۱۴ = ۵ \times ۵ \times ۳/۱۴$


ب) دقت داشته باشید که در این نیم دایره، اندازه ی قطر داده شده است لذا ابتدا باید اندازه ی شعاع را حساب کنیم:

$$\text{دسی متر} ۴ = ۸ \div ۲ = \text{شعاع نیم دایره به قطر ۸ دسی متر}$$

$$\Rightarrow \text{مساحت نیم دایره} = \frac{۴ \times ۴ \times ۳/۱۴}{۲} = ۸ \times ۳/۱۴ = ۲۵/۱۴ \text{ دسی متر مربع}$$

$$\text{ج) مساحت ربع دایره به شعاع ۳ واحد} = \frac{۳ \times ۳ \times ۳/۱۴}{۴} + ۴ = \frac{۹ \times ۳/۱۴}{۴} = \frac{۲۸/۲۶}{۴} = ۷/۰۶۵$$

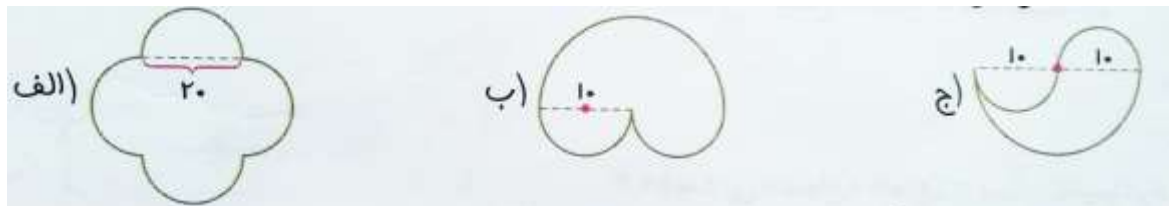
یادآوری مساحت چند شکل مهم

 <p>مساحت مستطیل = عرض × طول</p>	 <p>مساحت مربع = خودش × یک ضلع</p> <p>مساحت مربع = $(\text{قطر} \times \text{قطر}) \div 2$</p>	 <p>مساحت لوزی = حاصل ضرب دو قطر</p>
 <p>مساحت متوازی الاضلاع = ارتفاع × قاعده</p>	 <p>مساحت مثلث = $(\text{ارتفاع} \times \text{قاعده}) \div 2$</p>	 <p>مساحت ذوزنقه = $(\text{ارتفاع} \times \text{جمع دو قاعده}) \div 2$</p>

مساحت شکل های ترکیبی

گاهی اوقات برای محاسبه ی یک شکل باید آن را به دو یا چند شکل که رابطه مساحت آن ها را می دانیم تقسیم بندی کنیم، سپس با محاسبه ی مساحت آن شکل ها، مساحت شکل اصلی را حساب کنیم.

مثال ۳: مساحت شکل های زیر را حساب کنید.



الف) با تقسیم شکل به صورت روبه رو، یک مربع و ۴ نیم دایره به وجود می آید، بنابراین:

دو برابر مساحت یک دایره + مساحت مربع = مساحت شکل

$$\text{مساحت شکل} = (20 \times 20) + 2 \times (10 \times 10 \times 3/14) = 400 + 428 = 828$$

ب) با تقسیم شکل به صورت روبه رو، یک نیم دایره به شعاع ۱۰ و دو نیم دایره به شعاع ۵ به دست می آید، بنابراین:

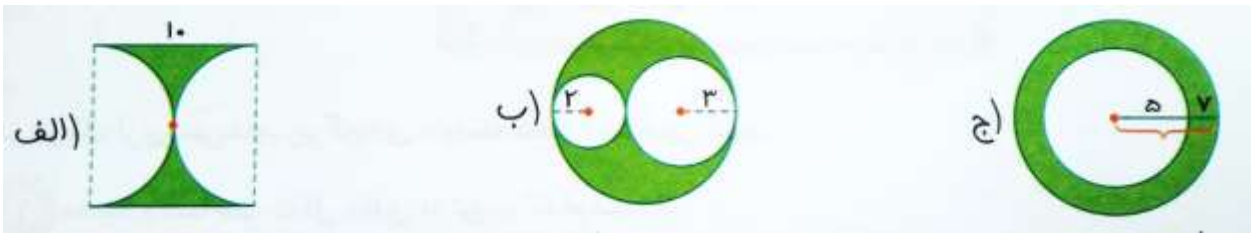
مساحت دایره به شعاع ۵ + مساحت نیم دایره به شعاع ۱۰ = مساحت شکل

$$= \frac{1}{2} \times 10 \times 3/14 + 5 \times 5 \times 3/14 = 157 + 78/5 = 235/5$$

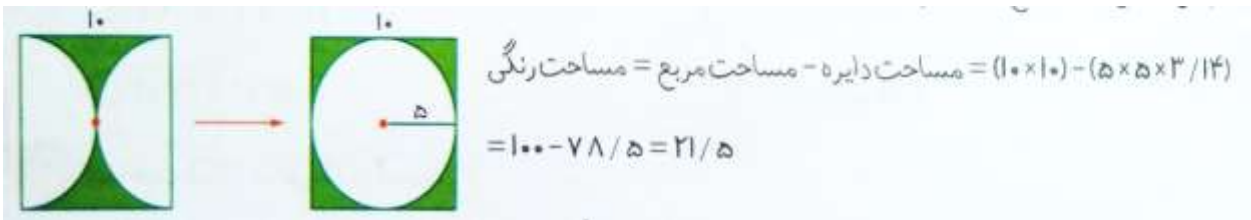
ج) با برش شکل و انتقال نیم دایره ی کوچک به قسمت سفید در نیم دایره ی بزرگ، ملاحظه می کنید که یک نیم دایره به شعاع ۱۰ واحد به وجود می آید.

مساحت نیم دایره = $\frac{10 \times 10 \times 3/14}{2} = \frac{314}{2} = 157$

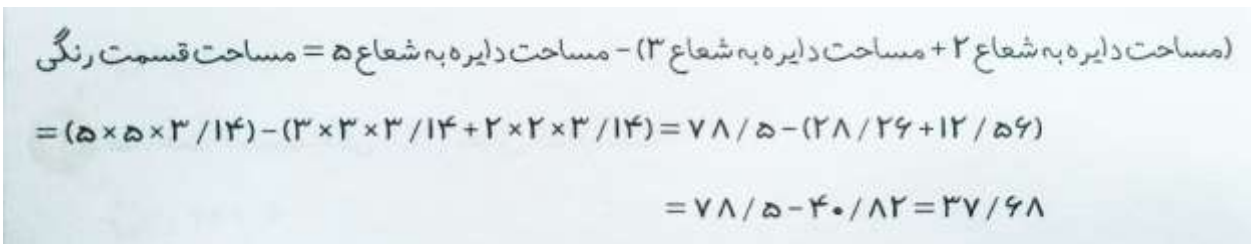
مثال ۴: در هر یک از شکل های زیر مساحت قسمت رنگی را به دست آورید.



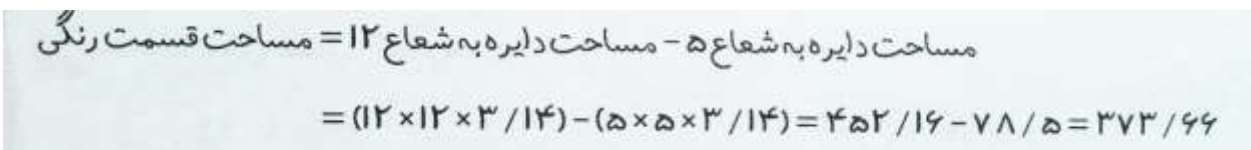
الف) در این شکل یک مربع و دو نیم دایره به قطر ۱۰ واحد دیده می شود که می توانیم شکل را به صورت مقابل تبدیل کنیم.



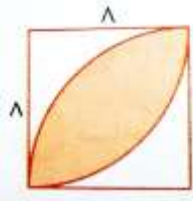
ب) در این شکل یک دایره به شعاع ۲، یک دایره به شعاع ۳ و یک دایره به شعاع ۵ واحد دیده می شود. بنابراین:







ج) در این شکل یک دایره به شعاع ۵ و یک دایره به شعاع (۵ + ۷) یعنی ۱۲ واحد دیده می شود. بنابراین:




مثال ۵: مساحت قسمت رنگی شکل مقابل را حساب کنید.




روش اول: اگر به شکل دقت کنید دو ربع دایره به صورت  و  دیده می شود که با روی هم گذاشتن آن ها شکل  به دست می آید. بنابراین دو تا ربع دایره به اندازه ی یک اضافه دارند تا تبدیل به مربع شوند. 

$$\text{مساحت شکل} = \underbrace{\text{مساحت دو تا ربع دایره}}_{\text{یک نیم دایره}} - \text{مساحت مربع} = \frac{8^2 \times 8 \times 3 / 14}{4} - (8 \times 8) = 100 / 48 - 64 = 36 / 48$$

روش دوم: اگر هر ربع دایره را به صورت مقابل برش بزنیم به این ترتیب؛



مساحت نیم برگ = مساحت مثلث - مساحت ربع دایره

$$\frac{8 \times 8 \times 3 / 14}{4} - \frac{8 \times 8}{2} = 50 / 24 - 32 = 18 / 24$$


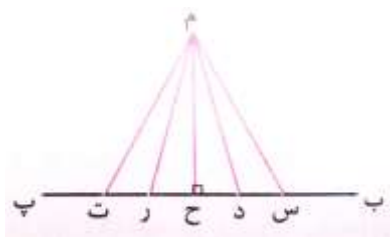
مساحت رنگی = $2 \times 18 / 24 = 36 / 48$

درس چهارم - خط و زاویه

فاصله ی بین دو نقطه، طول پاره خطی است که دو نقطه را به هم وصل می کند. در شکل روبه رو، فاصله ی دو نقطه ی «ب» و «س» برابر است با طول پاره خط «ب س».

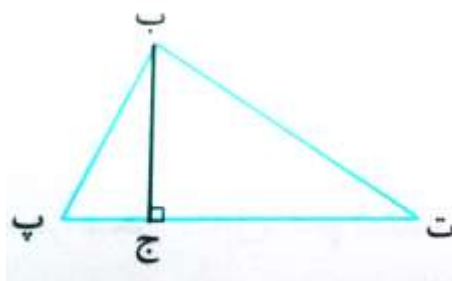


فاصله ی یک نقطه تا یک خط (پاره خط)، برابر است با طول پاره خط عمودی که از آن نقطه بر خط رسم می شود. در شکل زیر فاصله ی نقطه ی «م» از خط «ب پ» برابر است با طول پاره خط «م ج».



فاصله ی هر رأس مثلث از ضلع مقابل آن، برابر است با ارتفاع وارد بر آن ضلع.

در شکل زیر، «ب ج» فاصله ی نقطه ی «ب» از ضلع «پ ت» است، بنابراین «ب ج» ارتفاع وارد بر ضلع «پ ت» است.

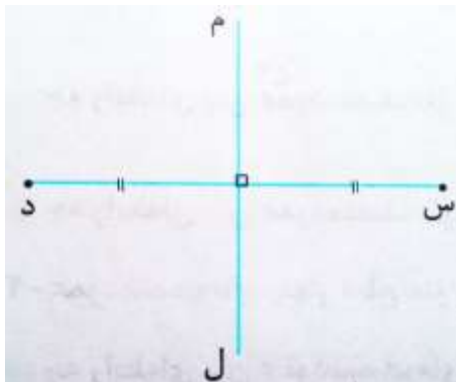


از هر نقطه روی یک خط (پاره خط) فقط یک خط عمود بر آن می توان رسم کرد.

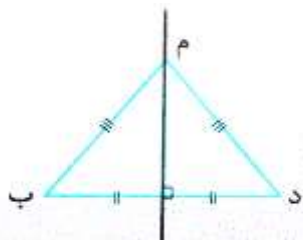
مثال: از نقطه ی «ج» روی خط «م د» فقط یک خط مانند «ب س» را می توان بر خط «م د» عمود رسم کرد.



عمودمنصف یک پاره خط، خطی است که از وسط پاره خط بگذرد و بر آن عمود رسم شود. در شکل مقابل خط «م ل» عمود منصف پاره خط «س د» است.



دقت کنید: چون هر پاره خط، فقط یک نقطه ی وسط دارد، بنابراین هر پاره خط فقط یک عمودمنصف دارد. نکته: هر نقطه روی عمود منصف پاره خط، از دو سر پاره خط به یک فاصله است، یعنی در شکل روبه رو «م د» با «ب» برابر است.

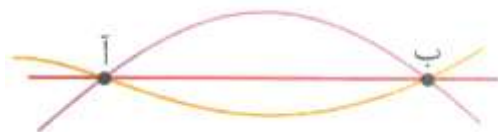


دقت کنید: چون خط و نیم خط اندازه ی مشخصی ندارند، بنابراین نقطه ی وسط آن ها نیز مشخص نیست. پس برای نیم خط و خط نمی توان عمودمنصف رسم کرد.

خط و زاویه ۲

فاصله ی دو نقطه از هم

می دانیم که از دو نقطه بی شمار خط خمیده می گذرد، اما از دو نقطه فقط یک خط راست عبور می کند که به این ترتیب طول پاره خطی که دو نقطه را به یک دیگر وصل می کند برابر فاصله ی بین این دو نقطه است. در شکل زیر طول پاره خط (آ ب) برابر فاصله بین دو نقطه ی (آ) و (ب) است.



نکته: فاصله ی دو نقطه، طول کوتاه ترین پاره خطی است که دو نقطه را به هم وصل می کند.

فاصله ی نقطه از خط

کوتاه ترین فاصله ی یک نقطه تا یک خط، برابر طول پاره خطی است که از نقطه ی مورد نظر بر آن خط عمود می شود، برای رسم پاره خط عمود از یک نقطه بر یک خط می توانیم از گونیا استفاده کنیم.

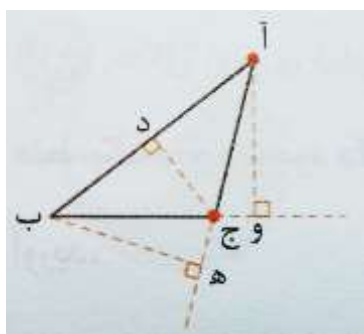
در شکل مقابل فاصله ی نقطه ی (آ) از خط (د م) برابر $\frac{1}{4}$ سانتی متر است.



نکته: فاصله ی نقطه از خط، طول پاره خطی است که از آن نقطه به خط عمود می شود.

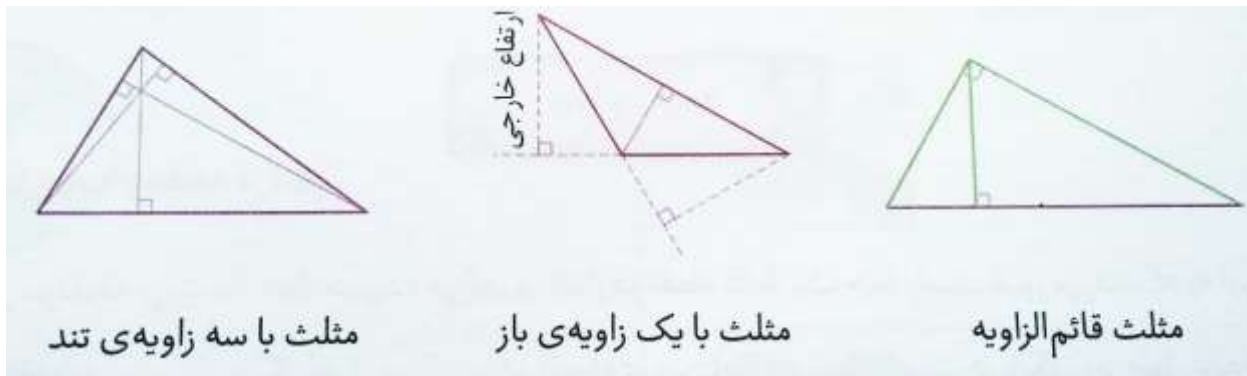
رسم ارتفاع در مثلث

نظیر ضلع (ج ب) می باشد که بر امتداد ضلع (ج ب) عمود شده است و این اتفاق زمانی می افتد که مثلث زاویه ی بزرگ تر از 90° درجه داشته باشد.



اگر در مثلثی از یک رأس بر ضلع مقابل آن عمود کنیم این پاره خط عمود، همان ارتفاع مثلث و ضلع مقابل به آن نیز قاعده ی نظیر آن ارتفاع می باشد. در شکل زیر از رأس (ج) بر ضلع مقابل آن یعنی ضلع (آ ب)، پاره خط (ج د) را عمود کرده ایم، به این ترتیب پاره خط (د ج) همان ارتفاع مثلث و ضلع (آ ب) نیز قاعده ی متناظر با آن ارتفاع می باشد. توجه داشته باشید که گاهی مجبوریم ارتفاع وارد بر یک ضلع را در خارج از مثلث بر امتداد آن ضلع رسم کنیم. در شکل زیر پاره خط (آ و) ارتفاع

هر مثلث دارای سه ارتفاع می باشد که همگی آن ها یک دیگر را در یک نقطه قطع می کنند. در شکل های زیر ارتفاع های سه نوع مثلث را نشان داده ایم، به ارتفاع هایی که در بیرون مثلث رسم می شوند ارتفاع خارجی می گوییم.

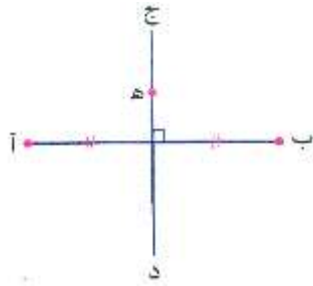


مثلث با سه زاویه ی تند

مثلث با یک زاویه ی باز

مثلث قائم الزاویه

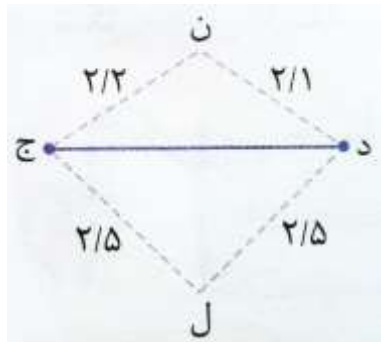
عمود منصف



در شکل مقابل خط (ج د) بر پاره خط (آ ب) عمود شده و آن را به دو قسمت مساوی تقسیم کرده است. به این خط (یعنی خط ج د)، عمود منصف پاره خط (ب آ) گفته می شود.

نکته:

- ۱- عمود منصف، خطی است که از وسط پاره خط بگذرد و بر آن عمود باشد.
 - ۲- هر نقطه روی عمود منصف یک پاره خط از دو سر آن پاره خط به یک فاصله است.
- در شکل بالا نقطه ی (ه) روی عمود منصف پاره خط (ب آ) قرار دارد از طرفی فاصله ی دو نقطه (ه آ) با فاصله ی دو نقطه ی (ه ب) برابر است، از این خاصیت می توان برای تشخیص عمود منصف بودن یک خط استفاده کرد.



به طور مثال در شکل مقابل خطی که از دو نقطه (ن) و (ل) می گذرد نمی تواند عمود منصف پاره خط (ج د) باشد زیرا فاصله ی نقطه ی (ن) از دو سر پاره خط به یک اندازه نیست.

انواع زاویه ۱



اندازه ی زاویه ی راست (قائمه)، برابر ۹۰ درجه است.

اندازه ی زاویه نیم صفحه، برابر ۱۸۰ درجه است.

اندازه ی زاویه تند، از صفر درجه بیشتر و از ۹۰ کم تر است.

اندازه ی زاویه باز، از ۹۰ درجه بیشتر و از ۱۸۰ درجه کم تر است.

اندازه ی زاویه ی تمام صفحه، مساوی ۳۶۰ درجه است.

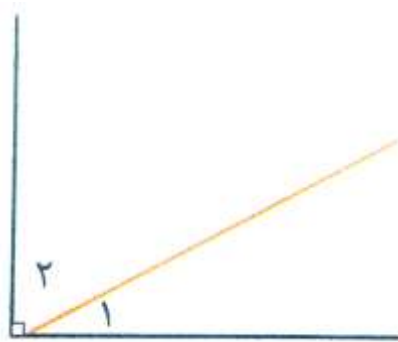


یعنی:

زاویه ی تمام صفحه < زاویه ی نیم صفحه < زاویه ی باز < زاویه ی راست < زاویه ی تند

دو زاویه ی متمم: اگر مجموع دو زاویه ۹۰ درجه باشد، آن دو زاویه را متمم گویند.

در شکل مقابل زاویه های ۱ و ۲ متمم اند.



در مثلث قائم الزاویه، دو زاویه ی تند متمم یکدیگرند.



مثال: اندازه ی متمم زاویه ی ۲۵ درجه را حساب کنید.

پاسخ:

$$90^\circ - 25^\circ = 65^\circ$$

یعنی زاویه ی ۶۵ درجه متمم زاویه ی ۲۵ درجه است.

اگر مجموع دو زاویه ۱۸۰ درجه باشد، آن دو زاویه را مکمل می گویند.

در شکل مقابل زاویه های ۱ و ۲ مکمل اند.



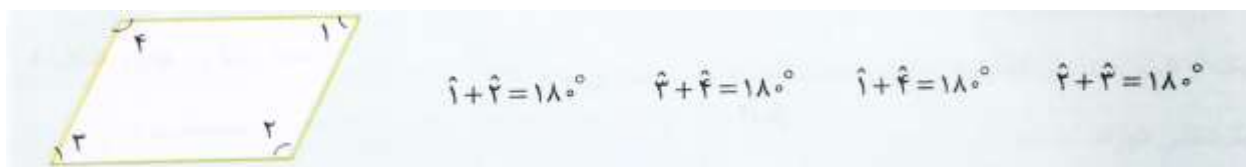
مثال: اندازه ی مکمل زاویه ی ۱۲۰ درجه را حساب کنید.

پاسخ:

$$180^{\circ} - 120^{\circ} = 60^{\circ}$$

یعنی زاویه ی ۶۰ درجه مکمل زاویه ی ۱۲۰ درجه است.

در متوازی الاضلاع، زاویه های مجاور مکمل اند، یعنی:



مثال:

الف) اندازه ی زاویه ی متمم و مکمل زاویه ۳۵ درجه را حساب کنید.

ب) اختلاف مکمل و متمم این زاویه چند درجه است؟

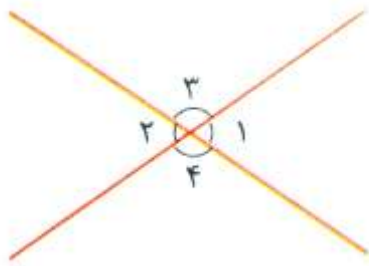
پاسخ:

$$90^{\circ} - 35^{\circ} = 55^{\circ} \text{ متمم زاویه}$$

$$180^{\circ} - 35^{\circ} = 145^{\circ} \text{ مکمل زاویه}$$

$$145^{\circ} - 55^{\circ} = 90^{\circ}$$

نکته: اختلاف مکمل و متمم هر زاویه ای همیشه ۹۰ است.

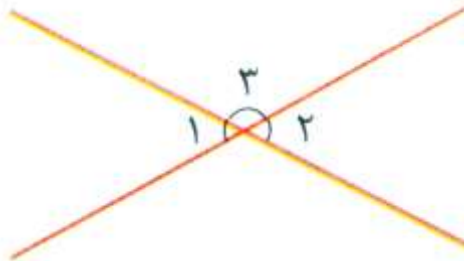


اگر دو خط راست یکدیگر را قطع کنند، زاویه ۴ درست می شود که زاویه های روبه رو، دوجه دو متقابل به رأس هستند، یعنی در شکل مقابل زاویه های ۱ و ۲ متقابل به رأس هستند. زاویه های ۳ و ۴ نیز متقابل به رأس هستند.

دو زاویه ی متقابل به رأس با هم برابرند، یعنی در شکل بالا:

$$\hat{1} = \hat{3} \quad , \quad \hat{2} = \hat{4}$$

مثال: در شکل مقابل مجموع ۱ و ۲ مساوی ۶۰ درجه است. اندازه ی زاویه ی ۳ چند درجه است؟

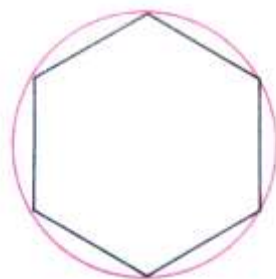


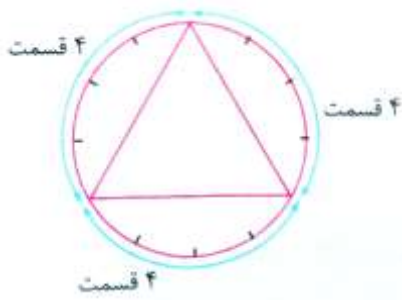
پاسخ:

$$۶۰^\circ \div ۲ = ۳۰^\circ \leftarrow \text{اندازه ی } \hat{1} \text{ و } \hat{2}$$

$$۱۸۰^\circ - ۳۰^\circ = ۱۵۰^\circ \leftarrow \text{اندازه ی } \hat{3}$$

دایره ی شکل مقابل، به شش قسمت مساوی یا به شش کمان مساوی تقسیم شده است. اگر نقطه های کنار هم روی دایره را به هم وصل کنیم، شش پاره خط به وجود آمده نیز مساوی اند، یعنی پاره خط های مربوط به کمان های مساوی، با هم برابرند.





تعداد قسمت ها $۱۲ \div ۳ = ۴$

مثال: دایره ی شکل مقابل به ۱۲ قسمت مساوی تقسیم شده است. اگر بخواهیم یک مثلث متساوی الاضلاع داخل دایره رسم کنیم، چون مثلث متساوی الاضلاع ۳ ضلع برابر دارد، پس باید دایره به ۳ قسمت برابر تقسیم شود.

انواع زاویه ۲

در سال های قبل با انواع زاویه آشنا شده اید که در این قسمت آن ها را یادآوری می کنیم.

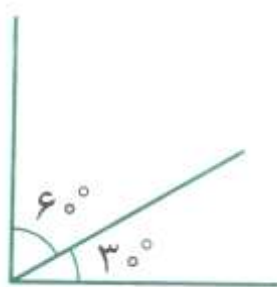


نکته:

- ۱- زاویه ی تند از زاویه ی راست (قائمه) کوچک تر است.
- ۲- زاویه ی باز از زاویه ی راست بزرگ تر و از زاویه ی نیم صفحه (۱۸۰ درجه) کوچک تر است.
- ۳- زاویه ی نیم صفحه $<$ زاویه ی باز $<$ زاویه ی راست $<$ زاویه ی تند

دو زاویه ی متمم

به هر دو زاویه ای که مجموع آن ها ۹۰ درجه باشد، دو زاویه متمم می گویند. به طور مثال دو زاویه ی ۳۰ درجه و ۶۰ درجه متمم یک دیگر هستند.



مثال ۱: متمم زاویه ۳۷ درجه را حساب کنید.

چون مجموع دو زاویه ی متمم ۹۰ درجه است، بنابراین با انجام تفریق زیر می توانیم زاویه ی ۳۷ درجه را

$$۳۷^\circ \text{ متمم زاویه} = ۹۰^\circ - ۳۷^\circ = ۵۳^\circ$$

پیدا کنیم.

مثال ۲: دو زاویه ی متمم مشخص کنید که اندازه ی یکی از آن ها ۵ برابر دیگری باشد.

با توجه به این که اندازه ی یکی از زاویه ها، پنج برابر دیگری است لذا در ابتدا باید ۹۰ درجه را به ۶ قسمت مساوی تقسیم کنیم تا اندازه ی زاویه کوچک تر به دست آید.

$$\text{اندازه ی زاویه کوچک تر } ۹^\circ \div ۶ = ۱۵^\circ$$

$$\text{اندازه ی زاویه بزرگ تر } ۱۵^\circ \times ۵ = ۷۵^\circ$$

دو زاویه ی مکمل

به هر دو زاویه که مجموع آن ها ۱۸۰ درجه باشد، دو زاویه ی مکمل می گویند. به طور مثال دو زاویه ی ۳۰ درجه و ۱۵۰ درجه مکمل یک دیگر هستند.



مثال ۳: مکمل زاویه ی ۳۷ درجه را حساب کنید.

چون مجموع دو زاویه مکمل ۱۸۰ درجه است، بنابراین با انجام تفریق زیر می توانیم مکمل زاویه ی ۳۷ درجه

$$۳۷^\circ \text{ مکمل زاویه} = ۱۸۰^\circ - ۳۷^\circ = ۱۴۳^\circ$$

را پیدا کنیم.

مثال ۴: دو زاویه ی مکمل مشخص کنید که اندازه ی یکی از آن ها پنج برابر دیگری باشد.

چون اندازه ی یکی از زاویه های مکمل، پنج برابر دیگری است لذا در ابتدا باید ۱۸۰ درجه را بر ۶ قسمت مساوی تقسیم کنیم تا اندازه ی زاویه ی کوچک تر به دست آید.

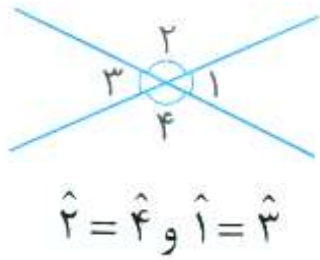
$$۱۸۰^\circ \div ۶ = ۳۰^\circ \rightarrow \text{اندازه ی زاویه کوچکتر} \quad \text{اندازه ی زاویه بزرگتر} = ۳۰^\circ \times ۵ = ۱۵۰^\circ$$

نکته: اختلاف متمم و مکمل هر زاویه ای برابر ۹۰ درجه است. به طور مثال متمم زاویه ی ۳۰ درجه برابر ۶۰

$$۱۵۰ - ۶۰ = ۹۰$$

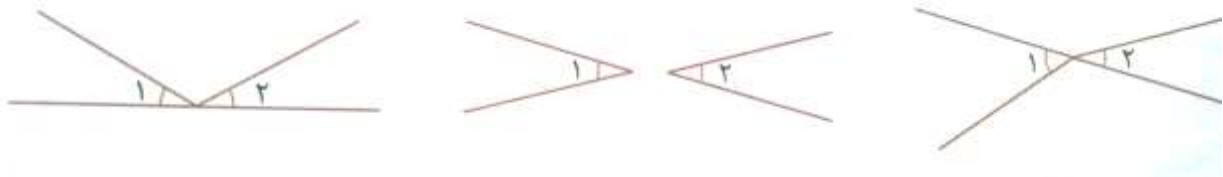
و مکمل این زاویه برابر ۱۵۰ درجه است و داریم:

دو زاویه ی متقابل به رأس



اگر دو خط هم دیگر را قطع کنند، چهار زاویه به وجود می آید که زاویه های روبه رو دو به دو با هم برابر هستند. به این زاویه ها متقابل به رأس می گویند. توجه داشته باشید که در زاویه های متقابل به رأس، ضلع ها باید در امتداد یک دیگر باشند.

با توجه به این که دو زاویه ی متقابل به رأس باید هم رأس باشند و همچنین اضلاع دو زاویه ی متقابل به رأس باید در امتداد یک دیگر باشد لذا در شکل های زیر زاویه ی متقابل به رأس وجود ندارد.



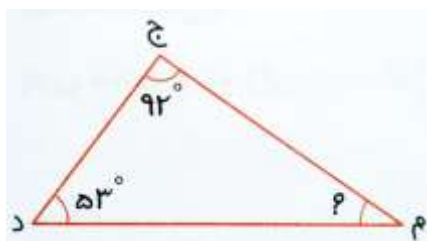
مثال ۵: مجموع دو زاویه ی متقابل به رأس ۶۴ درجه است. اندازه ی هر یک از آن ها چند درجه است؟
با توجه به این که دو زاویه ی متقابل به رأس با هم برابرند، بنابراین:

$$\text{اندازه ی هر یک از زاویه ها} = 64 \div 2 = 32^\circ$$

یادآوری

نکته: مجموع زاویه های داخلی هر مثلث ۱۸۰ درجه است.

مثال ۶: در شکل زیر اندازه ی زاویه ی «م» چند درجه است؟



می دانیم که مجموع همه ی زاویه های داخلی این مثلث باید ۱۸۰ درجه باشد، بنابراین:

$$\text{اندازه ی زاویه ی «م»} = 180^\circ - (92^\circ + 53^\circ) = 180^\circ - 145^\circ = 35^\circ$$

مریم عزیزی