

تقارن صریحی  
تقارن محوری «خط تقارن»

تقارن نقطه‌ای «مرکز تقارن»

تقارن

محور تقارن «خط تقارن»

خط فرضی است که شکل را به دو قسمت مساوی تقسیم

می‌کند به طوری که هرگاه شکل را روی آن خط تابانید

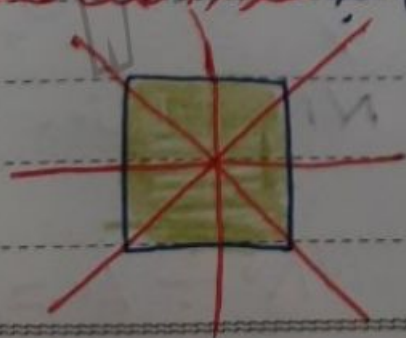
دو قسمت مساوی کاملاً بر روی هم منطبق می‌شوند



نکته

شکل‌های منظم «شکل‌هایی که ضلع‌هایش با هم مساوی

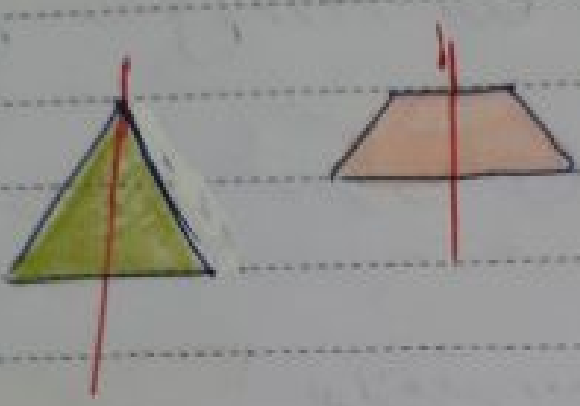
و زاویه‌هایش با هم مساوی است» به تعداد اضلاعشان



خط تقارن دارند

# شکله

مثلث متساوی الساقین و دوزنق متساوی الساقین



بیب خط تقارن دارند.

● خط بی نهایت خط تقارن دارد

● پاره خط دو خط تقارن دارد که یکی از آن ها روی خودش

منطبق است

● نیم خط بی خط تقارن دارد که روی خودش منطبق است

## مرکز تقارن بی شکل

وقتی شکلی حول نقطه ای دقیقاً جرخش ۱۸۰ درجه داشته

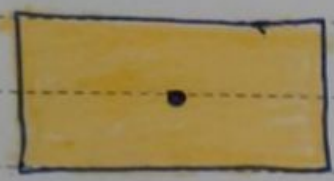
باشد و بعد از آن دقیقاً روی خودش منطبق گردد

نقطه بی مورد نظر مرکز تقارن شکل بی باشد مثلاً

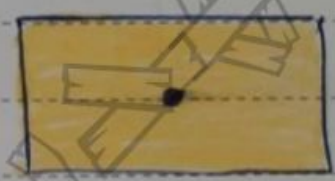
1 اگر شکل مستطیل زیر را حول نقطه‌ی مشخص شده بچرخانیم

3 شکل مستطیل دوباره روی خودش منطبق می‌گردد و

5 نقطه‌ی مورد نظر مرکز تقارن مستطیل می‌باشد



بعد از چرخش ۱۸۰ درجه



نکته

12 بعضی از شکل‌ها مانند مربع، مستطیل، لوزی،

14 متوازی الاضلاع و دایره دارای مرکز تقارن می‌باشند،

16 زیرا اگر این شکل‌ها را حول نقطه مشخصه ۱۸۰ درجه

18 بچرخانیم شکل روی خودش منطبق می‌گردد «مرکز تقارن»

20 شکل‌های زیر به حل بر خورد قطرهای می‌باشند



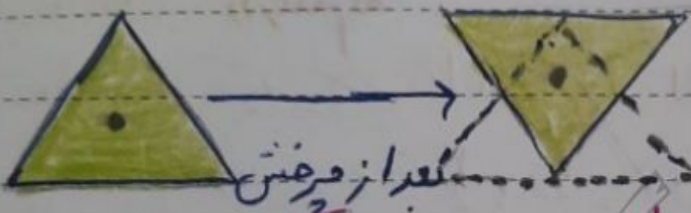
نقطه

یعنی از شکل‌ها مانند مثلث و ذوزنقه و ... دارای

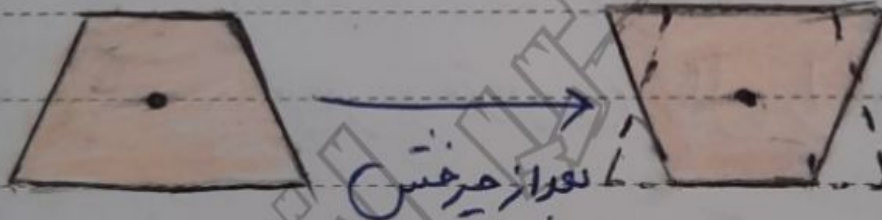
مرکز تقارن نمی‌باشند زیرا اگر این شکل‌ها را حول

هر نقطه‌ی مشخصی  $180^\circ$  درجه بچرخانیم، شکل روی

خودش منطبق نمی‌گردد



خطوط نقطه‌بین نشان دهنده‌ی شکل قبل از چرخش



می‌باشند

نقطه

نقطه‌یک مرکز تقارن دارد

خط بی‌شمار مرکز تقارن دارد

پاره خط یک مرکز تقارن دارد

نیم خط مرکز تقارن ندارد

# تقارن مرکزی

قرینه‌ی هر شکل نسبت به یک نقطه را تقارن مرکزی

می‌گویند

روش اول به دست آوردن قرینه‌ی یک شکل نسبت

و افقی

رسم تقارن مرکزی با استفاده از انتقال شکل نسبت به محور عمودی

می‌خواهیم قرینه‌ی شکل رو به رو را نسبت به نقطه‌ی (م)

به دست آوریم ابتدا از نقطه‌ی «م» دو خط عمود بر هم

رسم می‌کنیم سپس قرینه‌ی شکل را نسبت به محور عمودی

به دست می‌آوریم سپس قرینه‌ی شکل جدید را نسبت

به محور افقی به دست می‌آوریم شکل نهایی قرینه‌ی

شکل نسبت به نقطه‌ی «م» است



(۲)

قرینه‌ی شکل (۱) نسبت به محور عمودی

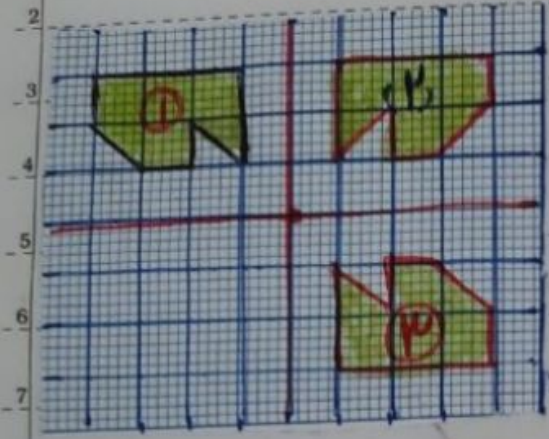
(م)



(۳)

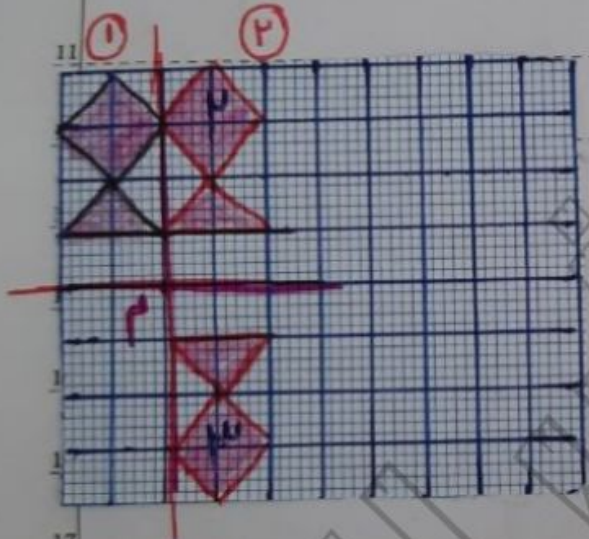
قرینه‌ی شکل (۲) نسبت به محور افقی

به کمک روش اول قرینه شکل را نسبت به نقطه م بردارید



آوردید  
یا سف  
از نقطه م دو خط عمود بر هم

رسم می کنید ابتدا قرینه شکل را نسبت  
به محور عمودی و سپس قرینه شکل به  
دست آمده نسبت به خط افقی را رسم می کنید



روش دوم: رسم تقارن مرکزی یا استفاده از انتقال رأس های  
شکل نسبت به نقطه م مورد نظر

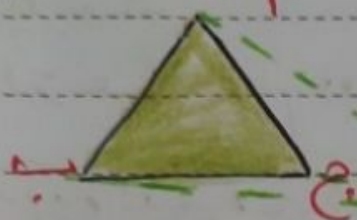
ابتدا رأس های شکل مورد نظر را مشخص کرده و در صورت

نیاز نام گذاری یا شماره گذاری کنید هر رأس را با

استناده از خط کش به نقطه م وصل کرده و به همان

1 اندازه ادا مر داده و مکان قرینیه رأس های مورد نظر را

3 مشخص کنید و با همان ترتیب شکل اولیه نقاط را بهم



5 وصل می کنیم



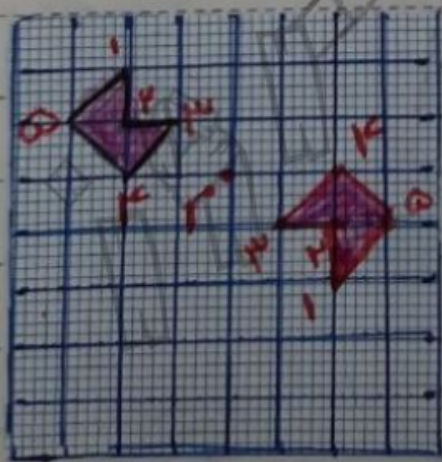
11 توجه

12 اگر در یک صفحه شطرنجی از ما بخواهند که قرینیه یک

14 شکل را نسبت به یک نقطه به دست بیاوریم می توان

16 قرینیه هر رأس شکل را نسبت به مرکز تقارن یا شش

18 حرکت های افقی و عمودی به دست آوریم



روش سوم

برای قرینیه کردن یک شکل و نسبت به یک نقطه «نقطه ی تقارن»

یک کاغذ شفاف یا پلوق را روی شکل قرار می دهیم و تصویر شکل

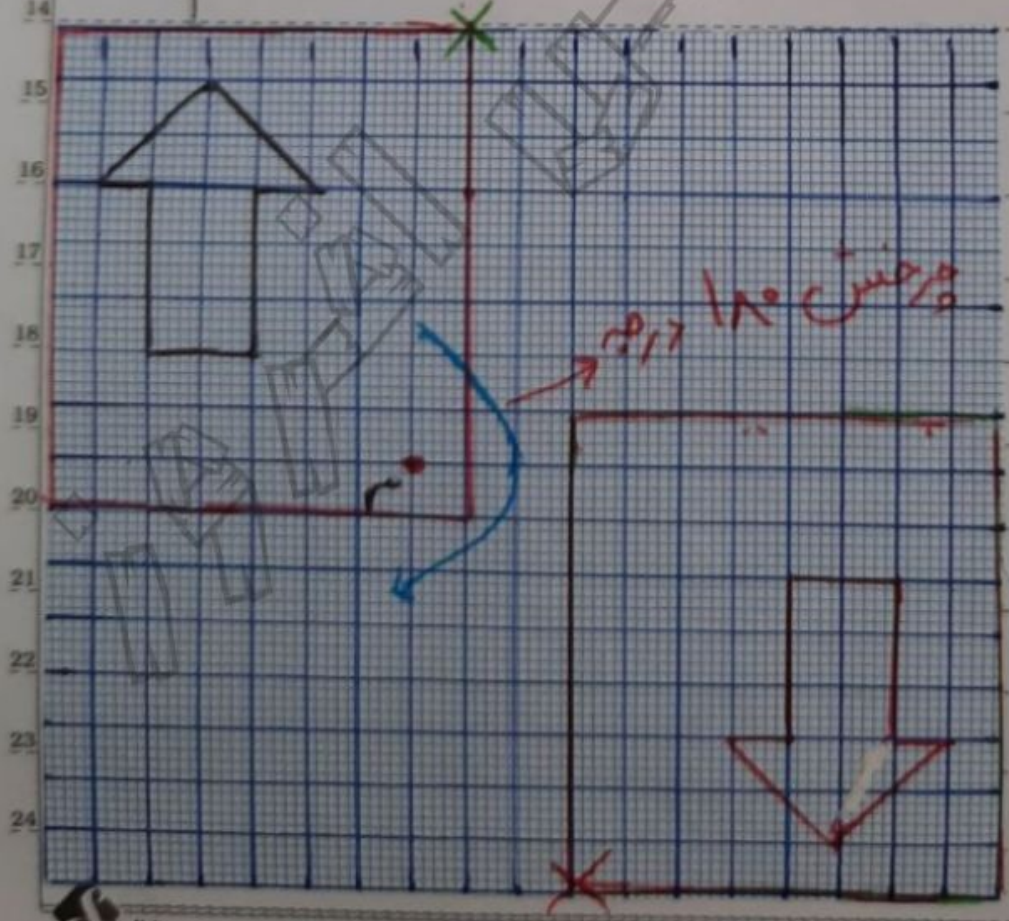
را روی کاغذ شفاف رسم می کنیم. سپس نوک مداد را روی مرکز

تقارن قرار دادیم و کاغذ شفاف را ۱۸۰ درجه در جهت عقربه های

ساعت می چرخانیم و شکل حاصل را رسم می کنیم این شکل

قرینیه ی شکل اصلی نسبت به نقطه ی تقارن است

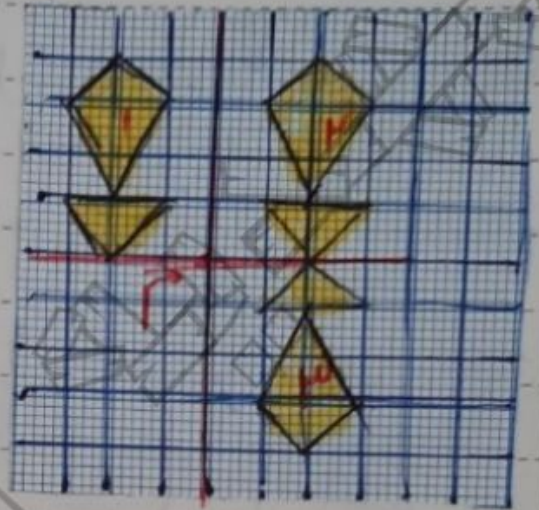
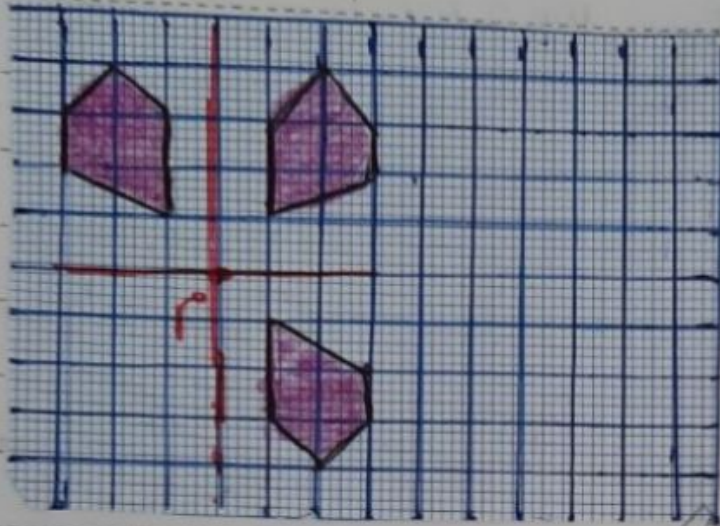
↑  
ظن





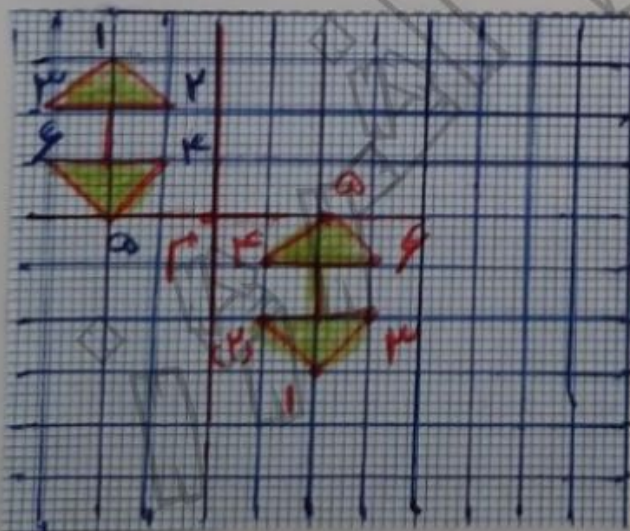
پاروش اول تقارن شل ها را نسبت به نقطه «م»

به دست آورید



به کمک روش دوم قرینه‌ی شل را نسبت به مرکز

تقارن نقطه «م» به دست آورید



قرینه‌ی هر رأس شل را

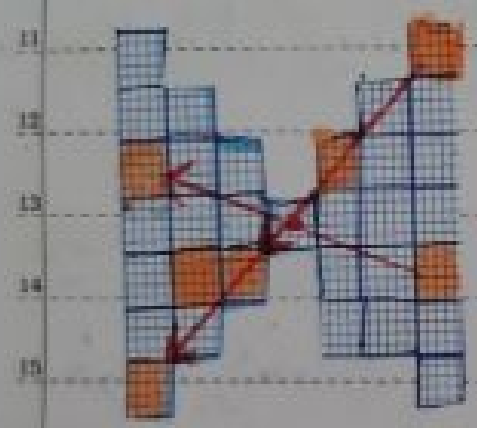
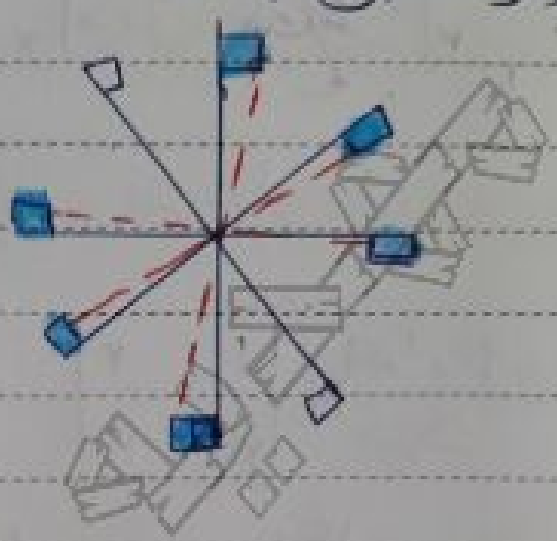
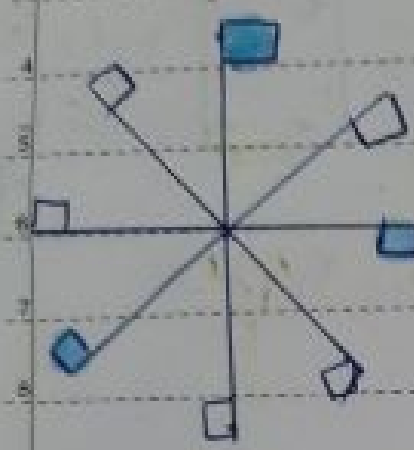
نسبت به مرکز تقارن با

شماردن حرکت‌های افقی

و عمودی به دست آورید

مثال: شکل های زیر را طوری رنگ کن که نسبت کف به نقطه «م»

مرکز تقارن باشد



دوران

در سال قبل با مفهوم دوران «چرخش» آشنا شدیم

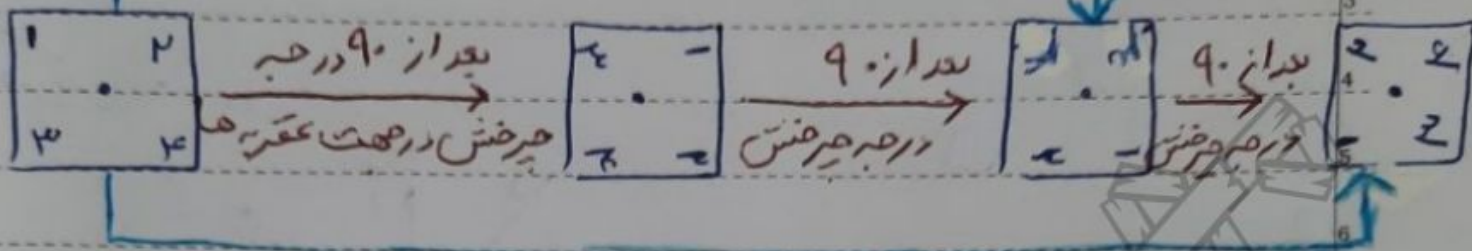
در هر چرخش، مرکز دوران، زاویه جهت چرخش اهمیت زیادی دارد. در «دوران» دو جهت زیر مهم هستند



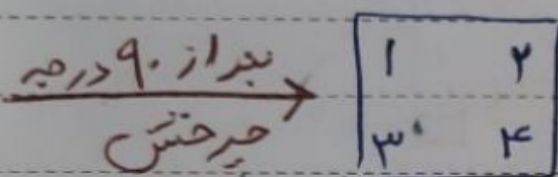
خطات جهت  
حرکت عقربه های  
ساعت

جهت حرکت عقربه های ساعت

به دوران های شکل زیر وقت کنید  
بعد از ۸۰ درجه عرض در جهت عقربه های ساعت



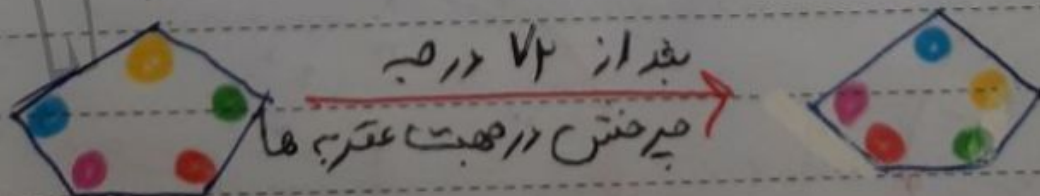
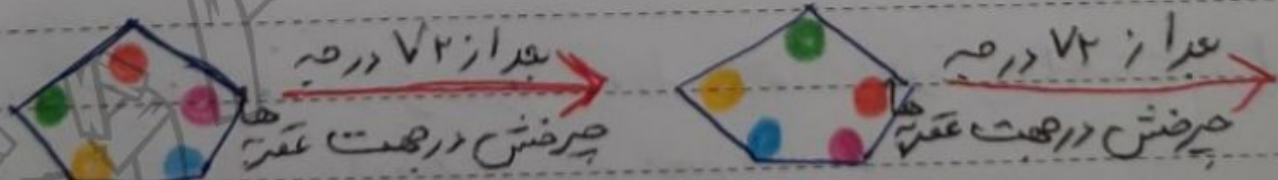
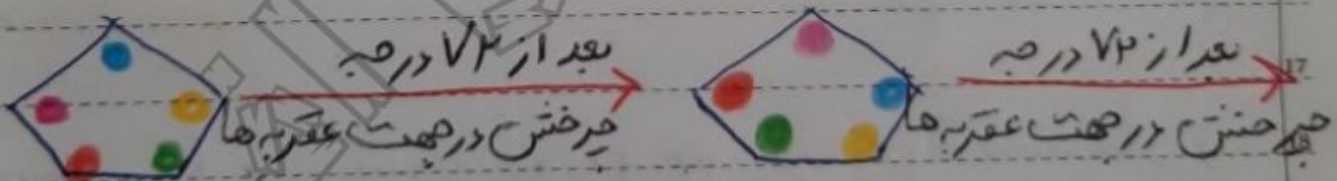
بعد از ۲۷۰ درجه عرض در جهت عقربه های ساعت



همان طور که ملاحظه می کنید این شکل با ۴۰ درجه عرض

یا همان ۳۰ درجه عرض به موقعیت اولیهی

خود برگشت

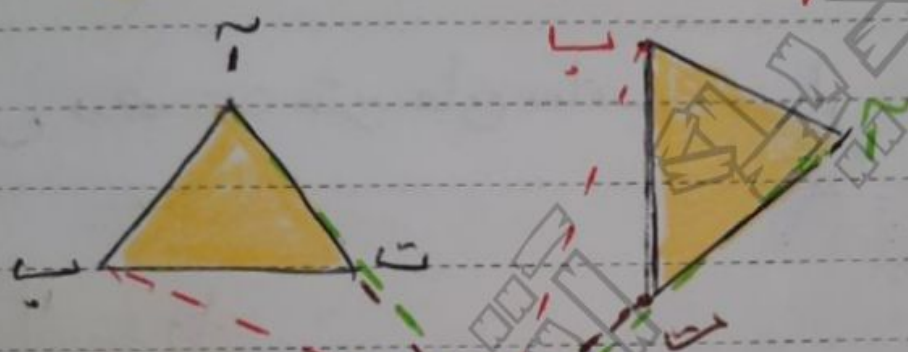


همان طور که ملاحظه می کنید این شکل پس از

۵ بار چرخش یا همان ۳۶۰ درجه چرخش

به موقعیت اولیه خود بازگشت

طریقی رسم دوران یا منتی و یک شکل



برای رسم شکل با دوران ۹۰ درجه حول یک نقطه هر

رأس از شکل را به نقطه مورد نظر وصل کنید حال به کمک

گونیا یا نقاله یک زاویه را رسم کنید از نقطه دوران

رسم کنید مثلاً در شکل نقطه 'آ' را به نقطه 'ن' وصل کنید و

آن را اندازه بزنید حال لبه گونیا روی ضلع «ان» بگذارید

و روی ضلع دیگر گونیا، به همان اندازه ادامه دهید

Subject.....

Day... Month... Year.....

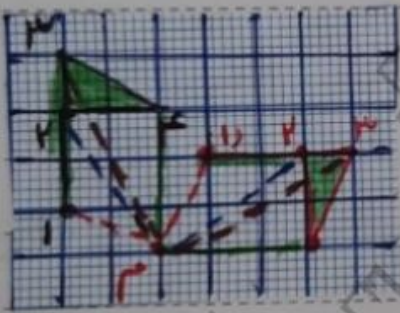
۱. ضلع در آن « شکل جدید مشعشع می شود »

۳. دقت کنید بین دو ضلع از شکل و شکل دوران زاویه

۹۰ درجه وجود دارد

۷. این کار را برای هر رأس و ضلع دیگر تکرار کنید

۹. شکل در جهت عقربه های ساعت دوران یافته است



مثال ۲

تقارن غیر عینی

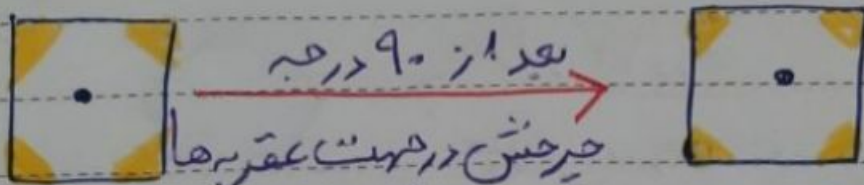
۱۸. وقتی شکل را حول یک نقطه به اندازه  $180^\circ$  درجه یا

کمتر در جهت حرکت عقربه های ساعت

۲۲. و شکل روی خودش منطبق نشود، گوییم شکل

تقارن غیر عینی دارد

مثال

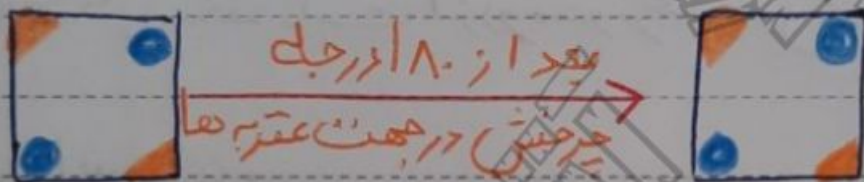


بعد از ۹۰ درجه  
چرخش در جهت عقربه‌ها

چون این شکل بعد از ۹۰ درجه چرخش در جهت حرکت عقربه‌های

ساعت دوباره روی خودش منطبق می‌شود پس دوران

چرخشی دارد



بعد از ۱۸۰ درجه  
چرخش در جهت عقربه‌ها

شکل بعد از ۱۸۰ درجه چرخش در جهت حرکت عقربه‌های

ساعت دوباره روی خودش منطبق می‌شود پس دوران

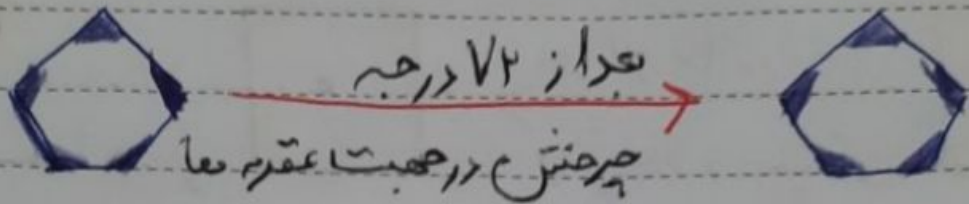
مثال



اگر شکل را از ۱۸۰ درجه بچرخانیم هیچ

گاه بر خودش منطبق نمی‌شود لذا این شکل دوران

چرخشی ندارد



تشکیل تقاطع چرخشی دارد

درس بیستم محورها و مختصات

صفحه‌ی مختصات از دو محور عمودی و افقی تشکیل شده است.

محور افقی را محور طول ها و محور عمودی را محور عرض ها می گویند

به محل تقاطع این محورها مبدأ مختصات می گویند

هر نقطه در صفحه را با دو عدد به صورت [طول] [عرض] نشان می دهیم

و آن را مختصات نقطه می نامیم.

عدد بالای این در مختصات یک نقطه، مؤلفه افقی «طول»

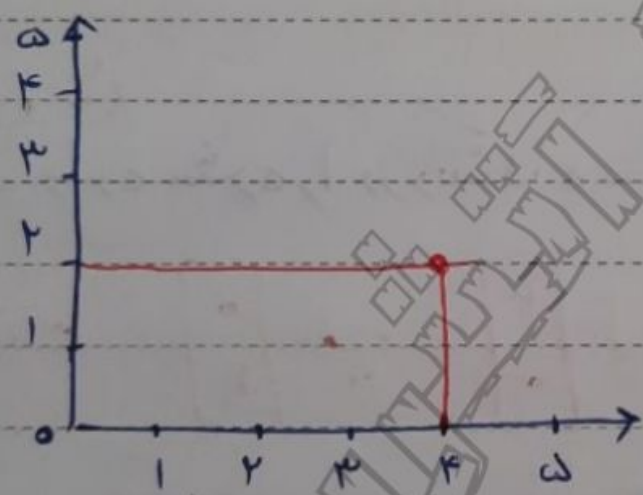
و عدد پایینی مؤلفه‌های عمودی «عرض» آن نقطه می باشد

برای پیدا کردن مؤلفه‌های افقی و عمودی یک نقطه

باید از آن نقطه دو خط عمود بر محورها رسم کرده و فاصله‌های

محل تقاطع آن‌ها با محورها را تا مبدأ مختصات پیدا

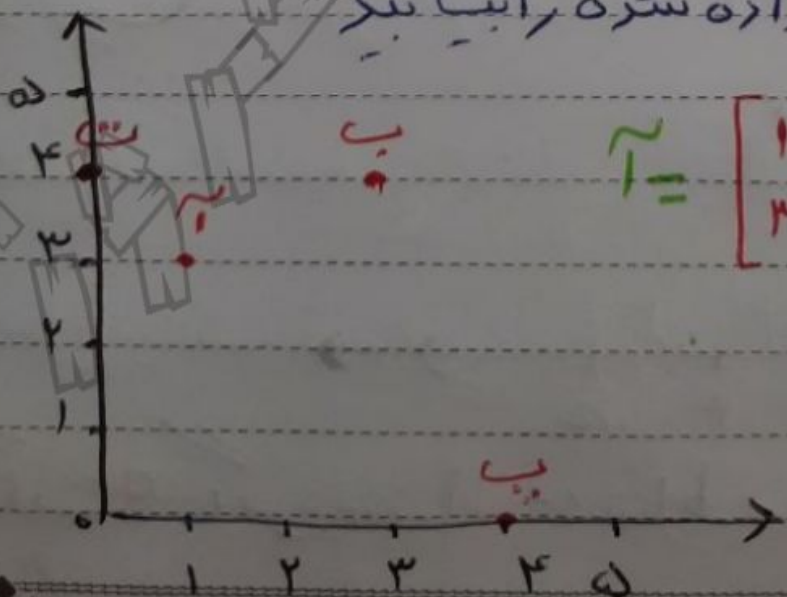
کنیم مثلاً نقطه‌ی  $(4, 2)$  در شکل زیر دارای مختصات  $\begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix}$



است

مثال

مختصات نقاط داده شده را بیابید



بیت  $\begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$

بیت  $\begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}$

بیت  $\begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix}$

بیت  $\begin{bmatrix} 4 \\ 0 \end{bmatrix}$



نکته

نقاطی که روی محور طولها قرار دارند (مثل نقطه بی

در مثال قبل) عرض آن صفر است

نقاطی که روی محور عرضها قرار دارند (مثل نقطه بی

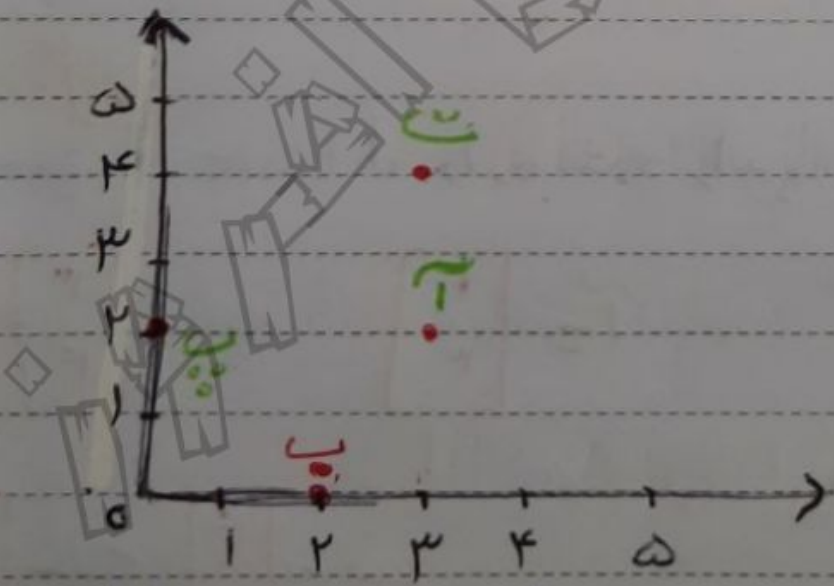
در مثال قبل) طول آنها صفر است

مثال (۲)

نقاط داده شده را در دستگاه مختصات نمایش دهید

$$\begin{matrix}
 \vec{a} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} & \vec{b} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} & \vec{c} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix} & \vec{d} = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}
 \end{matrix}$$

پاسخ



اگر مختصات نقاط داده شده باشند،

نکته

برای نمایش آن ها کافی است از مبدأ مختصات ابتدا

بر اندازه ی عدد داده شده برای طول به صورت افقی

و بر اندازه ی عدد داده شده برای عرض به صورت عمودی

حرکت کرده و نقطه را مشخص می کنیم

رسم مثلث های هگزگونی در صفحه و به دست آوردن

مساحت آن ها

با داشتن مختصات رأس های یک مثلث و نمایش آن ها

در دستگاه مختصات می توان یک مثلث را در دستگاه مختصات

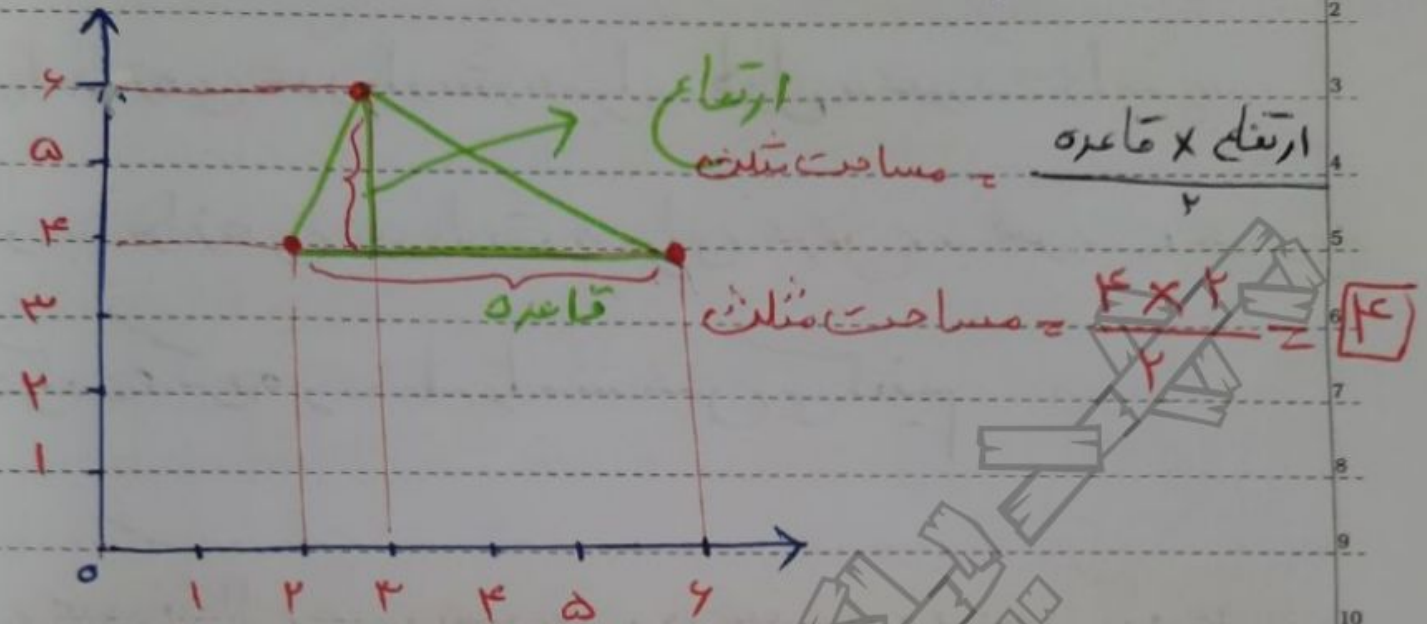
رسم نمود. همچنین می توان از راه شمریدن مربع های داخل

مثلث یا استغاره از فرمول های هگزگونی، مساحت مثلث را حساب کرده

مثال:

مثلث با رأس های  $\begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$ ،  $\begin{bmatrix} 3 \\ 6 \end{bmatrix}$ ، و  $\begin{bmatrix} 6 \\ 4 \end{bmatrix}$  را در صفحه مختصات

رسم کرده و سپس مساحت آن را بیابید



**انتقال**

به جای جابجایی یک شکل، امتداد یک خط انتقال

می‌گوییم. اگر منقبضات نقاط رأس‌های یک شکل را در

نظر گرفته و طول آن‌ها را با یک عدد و عرض آن‌ها

را هم با یک عدد جمع کنیم، آن شکل به جای دیگری از صفحه

منتقل می‌شود که به این عمل انتقال می‌گویند.

**نکته:** در انتقال، شکل عیناً منتقل می‌شود و طول

افسلاع و مساحت شکل تغییر نمی‌کند.

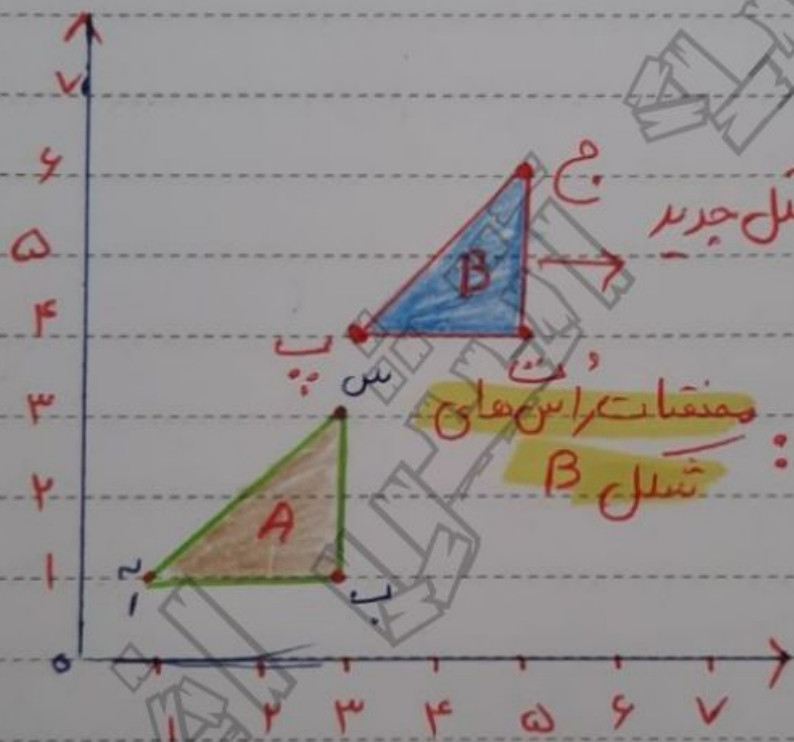
مثال

مختصات رأس‌های مثل (A) را به دست آورده و سپس

آن را ۲ واحد به سمت راست و ۳ واحد به بالا منتقل کنید

مختصات رأس‌های مثل جدید را پیدا کرده و سپس آن را

رسم کنید



مثل جدید

مختصات رأس‌های مثل B

$P = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix}$  و  $Q = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \\ 7 \end{bmatrix}$

$ج = \begin{bmatrix} 5 \\ 6 \end{bmatrix}$

مختصات رأس‌های مثل A

$P = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix}$

$ج = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix}$

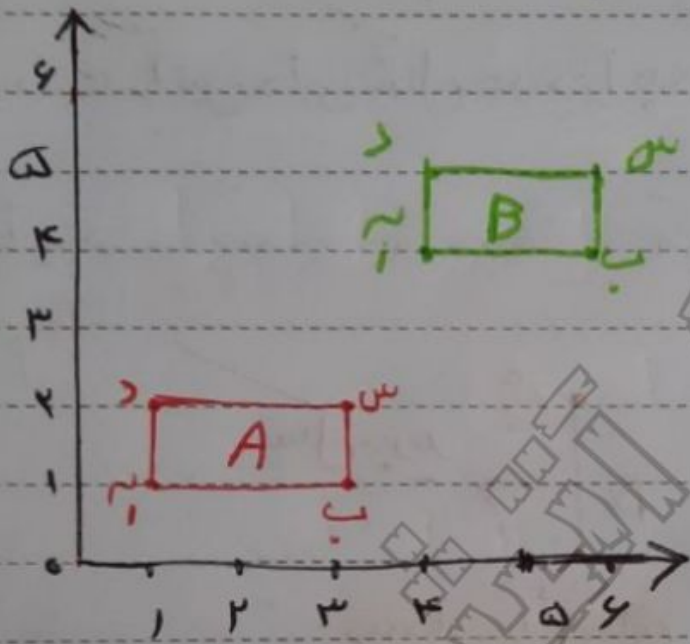
پاسخ:  $Q = \begin{bmatrix} 4 \\ 4 \\ 7 \end{bmatrix}$

حالا طول هر یک از نقاط را با ۲ و عرض هر یک از آنها را با ۳ جمع می‌کنیم تا مختصات مثل جدید به دست آید «B»

مثال:

مختصات رأس‌های مثلث A و B را پیدا کرده و مقایسه کنید

کفتر سه‌س را بکشید و آن‌ها را بنویسید



مستطی

مثلث A:  $\vec{a} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$  و  $\vec{b} = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix}$  و  $\vec{c} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$  و  $\vec{d} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$

مثلث B:  $\vec{a} = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$  و  $\vec{b} = \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \end{bmatrix}$  و  $\vec{c} = \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix}$  و  $\vec{d} = \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix}$

همانطور که ملاحظه می‌شود اگر طول و عرض رأس‌های

مثلث A را با عدد ۳ جمع کنیم مثلث B به دست می‌آید

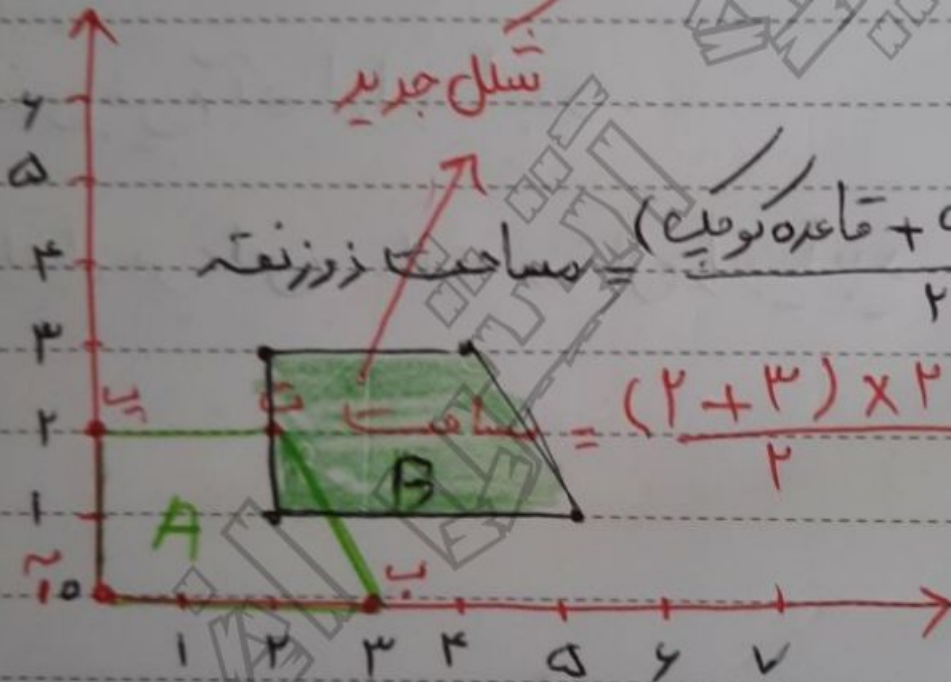
# مثال:

۱) زوزنقکای یار اُس های  $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$  و  $\begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$  و  $\begin{bmatrix} 5 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}$  و  $\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}$

ت، ا، رسم کرده و مساحت آن را بیابید

۲) مختصات هر رأس آن را ۲ واحد به سمت راست

و ۱ واحد به بالا منتقل کرده و مختصات شکل جدید را به دست بیاورید



مختصات رأس شکل جدید:  $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$  و  $\begin{bmatrix} 5 \\ 1 \end{bmatrix}$  و  $\begin{bmatrix} 7 \\ 3 \end{bmatrix}$  و  $\begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$  و  $\begin{bmatrix} 5 \\ 1 \end{bmatrix}$  و  $\begin{bmatrix} 7 \\ 3 \end{bmatrix}$  و  $\begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$

## بزرگت نما بین

اگر منحنیات رأس های یک شکل در عددی ضرب

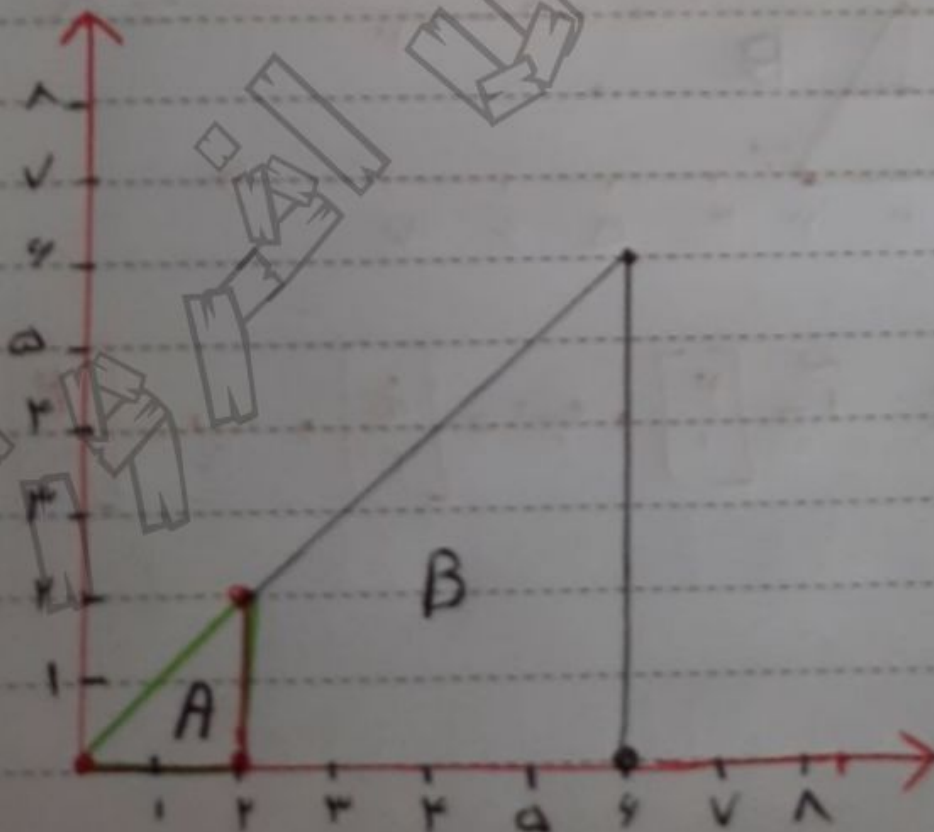
شود شکل اولیه چند برابری شود

## مثال

منحنیات رأس های شکل  $A$  و  $B$  را پیدا نموده و

رابطه بین آنها را بیابید

رابطه بین این دو شکل را بیابید



A مثلث  $\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}$ ,  $\begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ ,  $\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}$

B مثلث  $\begin{bmatrix} 4 \\ 4 \\ 0 \end{bmatrix}$ ,  $\begin{bmatrix} 4 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ ,  $\begin{bmatrix} 4 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}$

همانطور که مشاهده می شود، محققات رأس های مثلث

B، سه برابر محققات رأس های مثلث A است

(B)

A مساحت مثلث =  $\frac{2 \times 2}{2} = 2$

$\Rightarrow \frac{18}{2} = 9$

B مساحت مثلث =  $\frac{4 \times 4}{2} = 8$

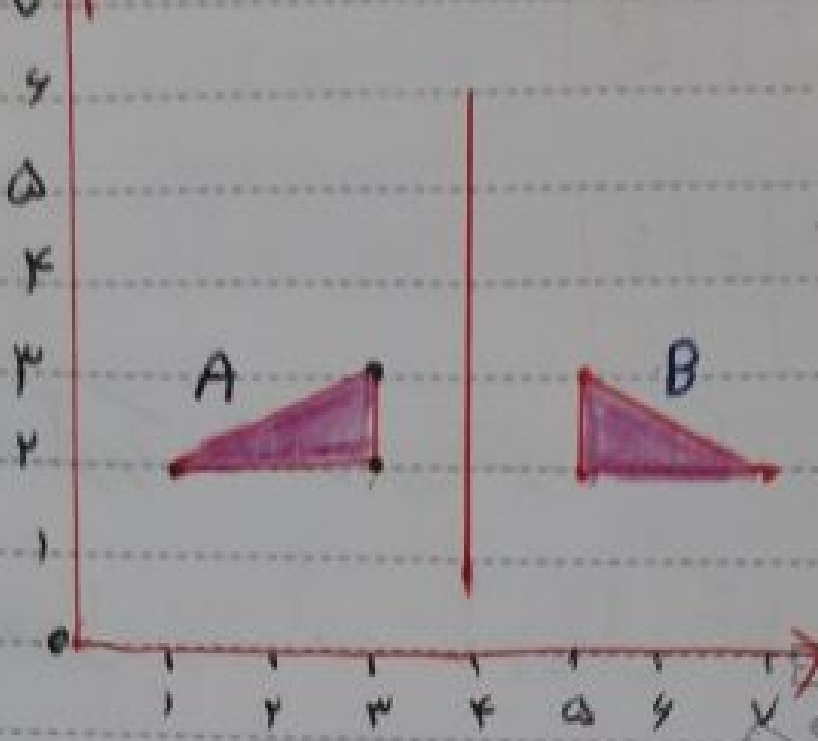
مساحت مثلث B، 9 برابر مثلث A است

مثال:

در مثلث زیر، قرینه ی مثلث A را نسبت به خط عمودی رسم کرده

و محققات رأس مثلث A و قرینه اش را به دست آورید





مختصات رأس‌های مثلث A:  $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$  و  $\begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix}$  و  $\begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$

مختصات رأس‌های قرینه‌ی مثلث B:  $\begin{bmatrix} 5 \\ 1 \end{bmatrix}$  و  $\begin{bmatrix} 7 \\ 1 \end{bmatrix}$  و  $\begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix}$

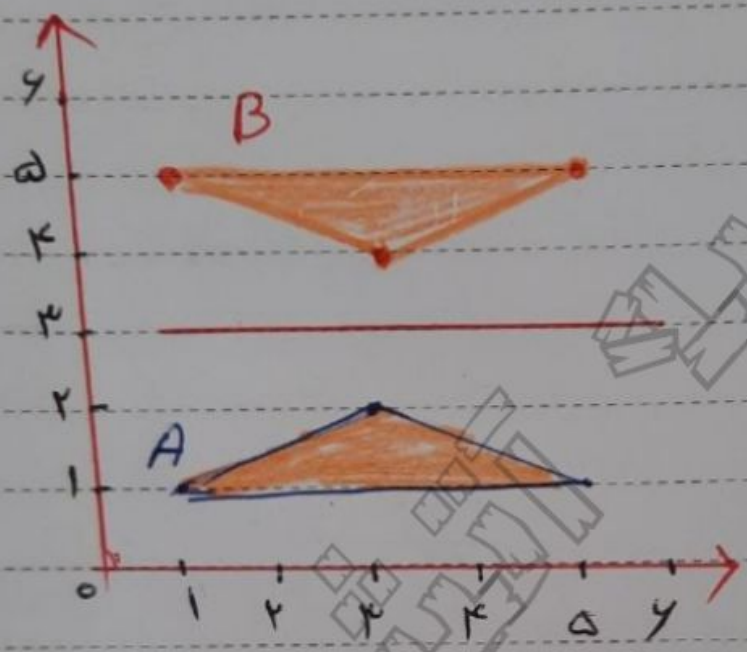
همانطور که مشاهده می‌شود چگونگی محور تغییر در خواص عمودی

است. عرض‌های نقاط مثلث اصلی با عرض‌های نقاط

متناظر در مثلث قرینه یکسان است.

مثال

در مثل زیر قرینه‌ی مثل  $A$  را نسبت به خط افقی رسم کرده  
و مختصات رأس‌های مثل  $A$  و قرینه‌اش را بدست آورید



مختصات رأس‌های مثل  $A$  :  $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ ،  $\begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$  و  $\begin{bmatrix} 5 \\ 1 \end{bmatrix}$

مختصات رأس‌های قرینه‌ی  
مثل  $A$  (مثل  $B$ ) :  $\begin{bmatrix} 1 \\ 5 \end{bmatrix}$ ،  $\begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$  و  $\begin{bmatrix} 5 \\ 5 \end{bmatrix}$

همانطور که مشاهده می‌شود، اگر محور تقارن افقی

باشد طول‌های نقاط مثل اصلی با طول نقاط متناظر در

مثل قرینه‌اش یکسان است