فصل چهارم – تقارن و مختصات

درس اول – مرکز تقارن و تقارن مرکزی

نکته: تقارن یا قرینه یابی نسبت به یک نقطه را تقارن مرکزی می گویند.

نکته: در تقارن مرکزی شکل به اندازه ی نیم دور (۱۸۰ درجه)، حول (دور) نقطه ی داده شده می چرخد.

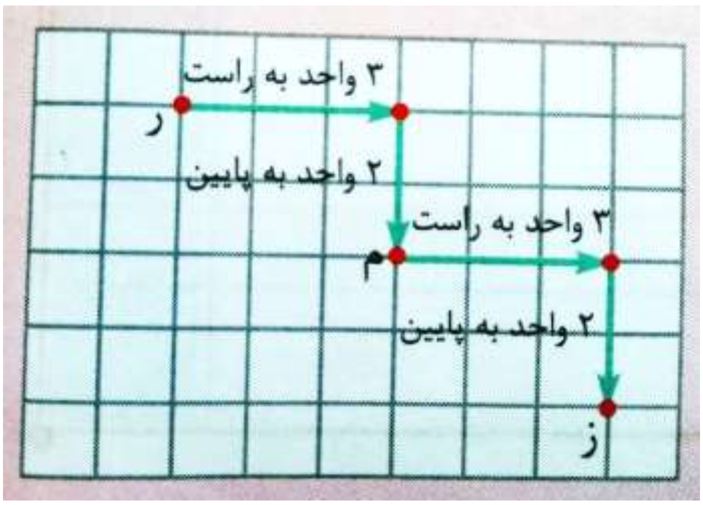
مثال: قرینه ی نقطه ی (ب) را نسبت به نقطه ی (م) رسم کنید.

پاسخ: با خط کش از نقطه ی «ب» به نقطه ی «م» وصل می کنیم و سپس پاره خط «م ب» را به اندازه ی خودش ادامه می دهیم تا نقطه ی «پ» به دست آید. نقطه ی «پ» قرینه ی نقطه ی «ب» نسبت به نقطه ی «م» است.

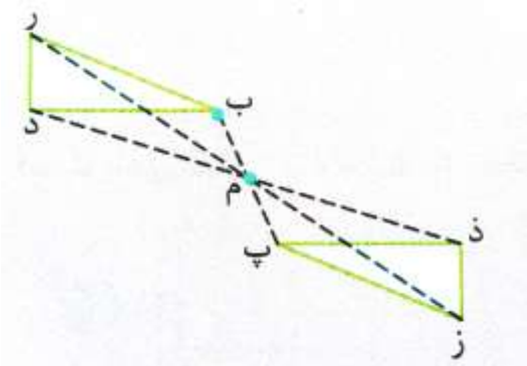
نکته: در صفحات شطرنجی بدون استفاده از خط کش نیز می توان قرینه ی یک نقطه را نسبت به نقطه ی دیگر یافت.

مثال: قرینه ی نقطه ی «ر» را در صفحه ی مقابل نسبت به نقطه ی «م» بیابید.

پاسخ: نقطه ی «ز» قرینه ی نقطه ی «ر» نسبت به نقطه ی «م» است.



مثال: قرینه ی شکل مقابل را نسبت به نقطه ی «م» رسم کنید.

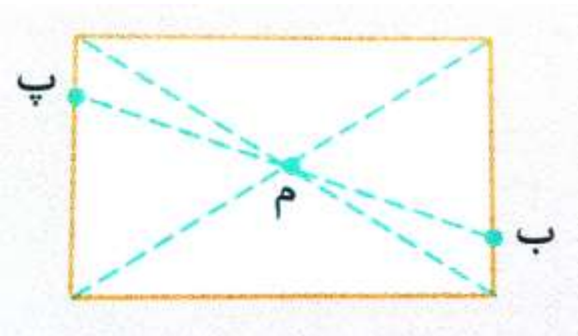


پاسخ: به وسیله ی خط کش، قرینه ی هر یک از نقطه های «ز» و «ب» و «د» را نسبت به نقطه ی «م» پیدا کرده و آن ها را به هم وصل می کنیم.

نکته: اگر نقطه ای مانند «م» در داخل یک شکل وجود داشته باشد که قرینه ی هر نقطه روی محیط شکل، نسبت به نقطه ی «م»، نقطه ای روی محیط باشد، می گوییم نقطه ی «م» مرکز تقارن شکل است.

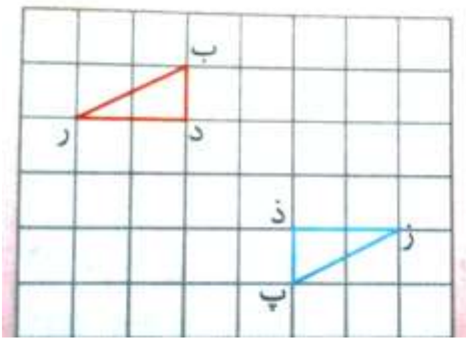
مثال: نقطه ی برخورد قطرهای مستطیل، مرکز تقارن مستطیل است، یعنی مستطیل تقارن مرکزی دارد.

اگر مستطیل را ۱۸۰ درجه حول (دور) نقطه ی «م» بچرخانیم، روی خودش منطبق می شود.

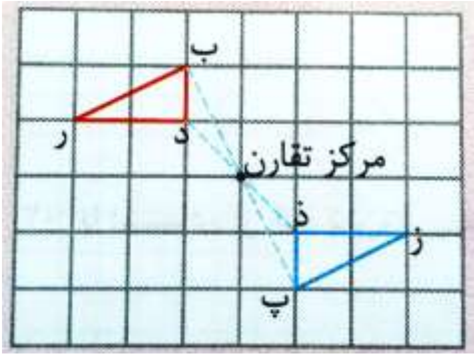


نکته: در تقارن مرکزی، اگر بخواهیم مرکز تقارن یک شکل و قرینه اش را بیابیم، باید دو نقطه از شکل را مشخص کنیم و هر نقطه را توسط یک پاره خط به قرینه اش وصل کنیم. نقطه ی برخورد دو پاره خط، مرکز تقارن است.

مثال: در شکل مقابل، مثلث «ب د ر» را ۱۸۰ درجه دوران داده ایم. مرکز تقارن را بیابید.

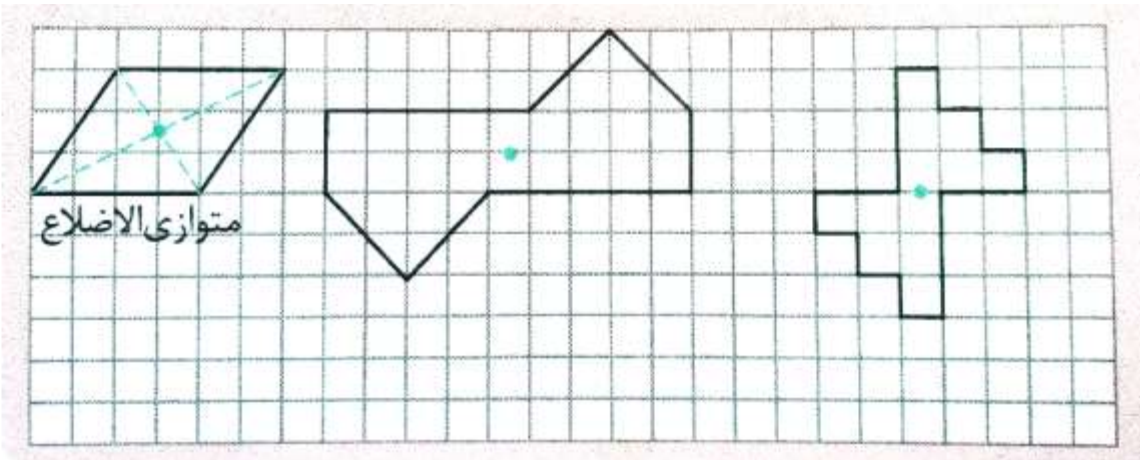


پاسخ: نقطه ی «ب» را به قرینه اش یعنی نقطه ی «پ» و نقطه ی «د» را به قرینه اش یعنی نقطه ی «ذ» وصل می کنیم. محل برخورد دو پاره خط مرکز تقارن است.



نکته: اگر شکلی دارای دو خط تقارن (محور تقارن) عمود برهم باشد، نقطه ی برخورد دو خط تقارن، مرکز تقارن شکل است.

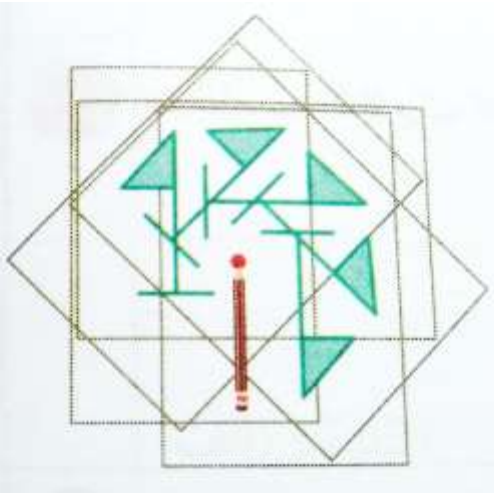
نکته: بعضی از شکل ها، خط تقارن (محور تقارن) ندارند، اما مرکز تقارن دارند. برای مثال شکل های زیر محور تقارن ندارند اما مرکز تقارن دارند.



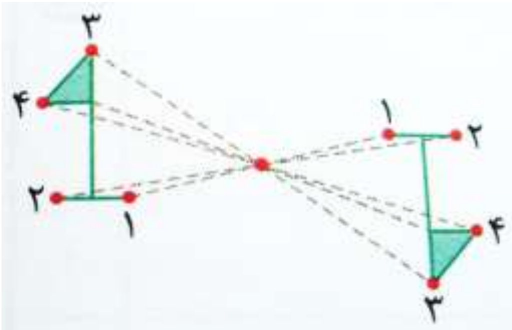
مرکز تقارن و تقارن مرکزی ۲

در سال گذشته با تقارن مرکزی آشنا شدید و آموختید که اگر بخواهیم قرینه ی نقطه ای مانند «آ» را نسبت به نقطه ی «م» به دست آوریم، ابتدا به وسیله ی خط کش این دو نقطه را به هم وصل می کنیم و در طرف دیگر به همان اندازه ادامه می دهیم تا به قرینه ی «آ» برسیم. اگر بخواهیم قرینه ی یک شکل را نسبت به یک نقطه رسم کنیم، می توانیم از روش های زیر استفاده کنیم:

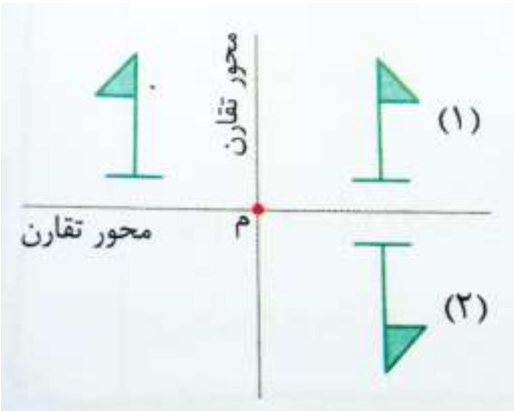
۱- استفاده از کاغذ شفاف: در این روش ابتدا کاغذ شفاف را روی شکل مورد نظر قرار داده و آن شکل را رسم می کنیم، سپس نوک مداد را روی نقطه ای که می خواهیم قرینه ی شکل را نسبت به آن رسم کنیم، می گذاریم و کاغذ شفاف را ۱۸۰ درجه (نیم دور) حول آن نقطه می چرخانیم. به این ترتیب قرینه ی شکل نسبت به نقطه رسم می شود.



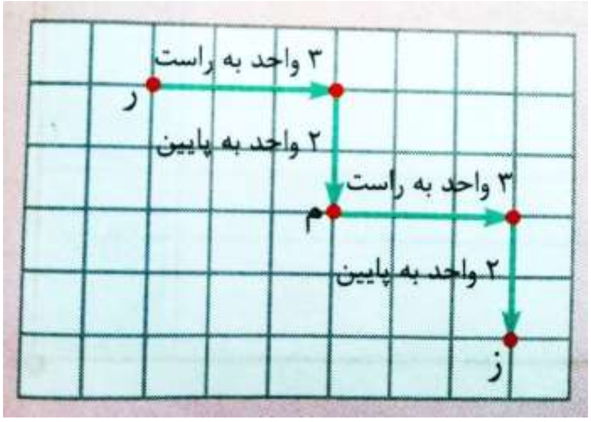
۲- جابه جایی نقاط شکل: برای رسم قرینه ی یک شکل نسبت به یک نقطه، ابتدا قرینه ی رأس های آن شکل را نسبت به نقطه ی مورد نظر مشخص می کنیم، سپس نقاط به دست آمده را مانند شکل اصلی به یک دیگر وصل می کنیم. برای مشخص کردن قرینه ی هر رأس کافی است که آن رأس را به وسیله خط کش به نقطه ی مورد نظر وصل کنیم و در طرف دیگر آن نقطه به همان اندازه امتداد دهیم.



۳- استفاده از محور تقارن: ابتدا روی نقطه ی مورد نظر یک محور افقی و یک محور عمودی رسم می کنیم، سپس قرینه ی شکل را ابتدا نسبت به محور عمودی رسم می کنیم تا شکل (۱) به دست آید و بعد قرینه ی شکل (۱) را نسبت به محور افقی رسم می کنیم تا شکل (۲) که همان قرینه ی شکل اصلی نسبت به نقطه ی «م» می باشد، به دست آید.

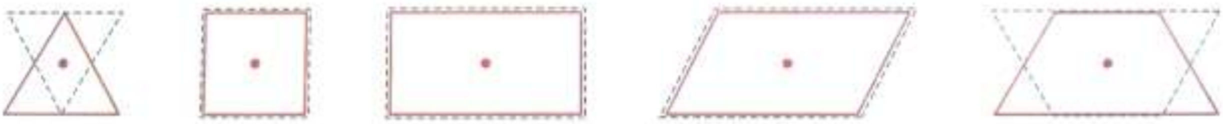


۴- انتقال نقاط روی صفحه ی شطرنجی: در این روش باید جابه جایی هر رأس را تا نقطه ی مورد نظر، ابتدا به صورت افقی و سپس عمودی بررسی کنیم، سپس از آن نقطه مجدداً به همان جهت قبلی ابتدا افقی و سپس عمودی حرکت کنیم. به این ترتیب قرینه ی هر رأس نسبت به نقطه ی مورد نظر مشخص می شود.



مرکز تقارن

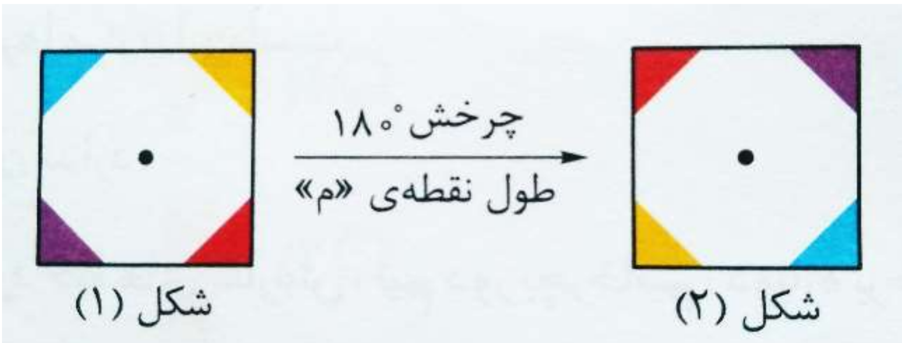
وقتی شکلی به اندازه ی ۱۸۰ درجه (نیم دور) حول نقطه ای بچرخد و روی خودش منطبق شود، می گوییم شکل مرکز تقارن دارد. با توجه به شکل های زیر که در آن ها، هر شکل را ۱۸۰ درجه حول نقطه ی مشخص شده دوران داده ایم، نتیجه می شود که مربع، مستطیل و متوازی الاضلاع دارای مرکز تقارن هستند، اما مثلث و ذوزنقه مرکز تقارن ندارند.



نکته: در متوازی الاضلاع، مربع، مستطیل و لوزی، محل برخورد قطرها همان مرکز تقارن است.

دقت داشته باشید اگر شکل زیر را ۱۸۰ درجه حول نقطه ی «م» بچرخانیم، با توجه به این که رنگ های شکل اصلی جابه جا می شوند، پس نقطه ی «م» نمی تواند مرکز تقارن شکل باشد.

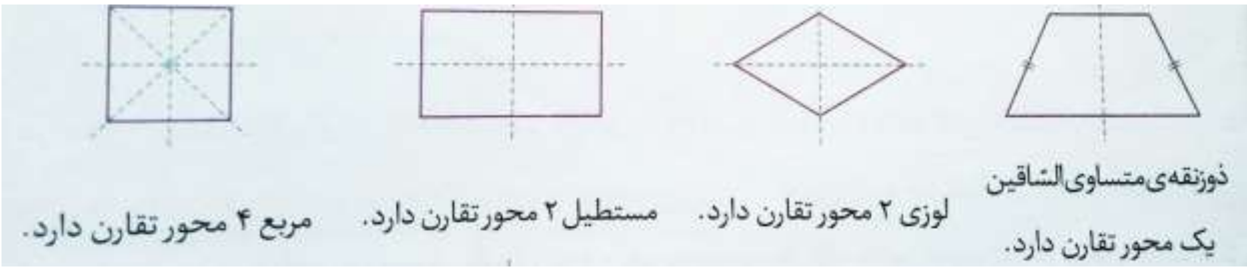
چون رنگ های شکل (۲) بر شکل (۱) منطبق نمی شوند، این شکل مرکز تقارن ندارد.

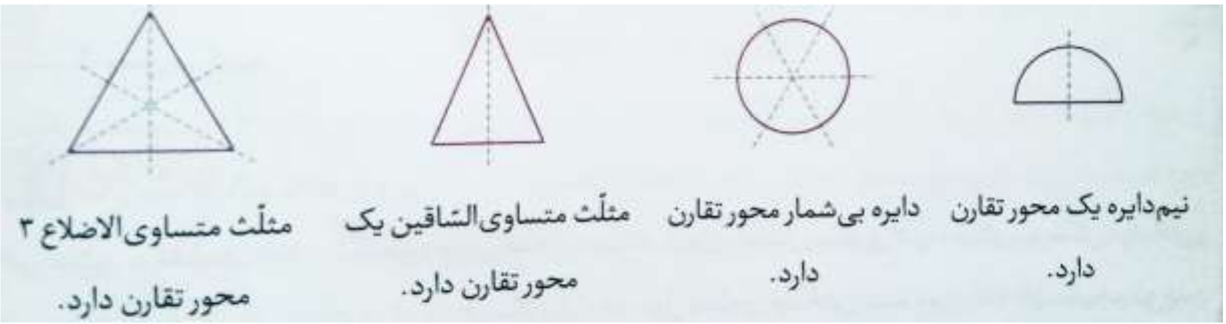


یادآوری محور تقارن

محور تقارن خطی است که شکل را به دو قسمت مساوی تقسیم می کند، به طوری که اگر شکل را از روی آن خط تا کنیم، آن دو قسمت کاملاً بر هم منطبق شوند.

به خط تقارن هر شکل دقت کنید:





نکته: متوازی الاضلاع، مثلث مختلف الاضلاع و تمامی ذوزنقه ها، به غیر از ذوزنقه متساوی الساقین، محور تقارن ندارند.

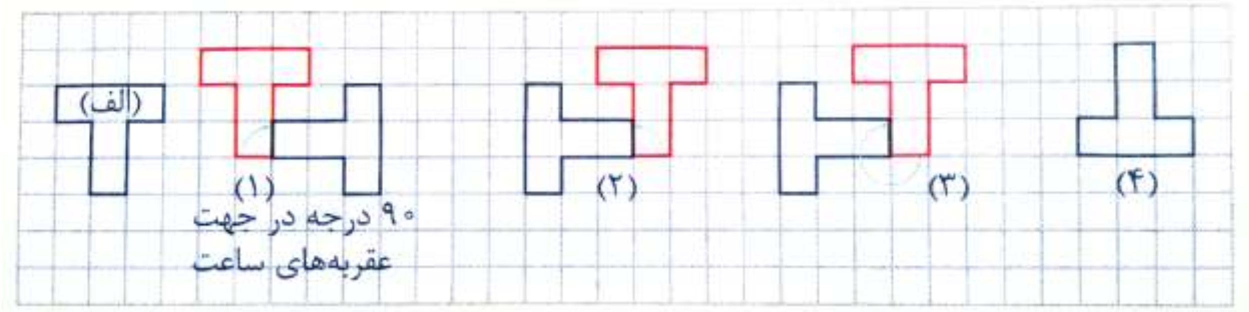
درس دوم – دوران

نکته: در دوران (چرخش) غیر از ۱۸۰ درجه و ۳۶۰ درجه، حتما باید جهت دوران مشخص شود که در جهت عقربه های ساعت است و یا در خلاف جهت عقربه های ساعت.

مثال: در صفحه ی شطرنجی زیر، شکل «الف» را با دوران ها مشخص شده ی زیر رسم کنید.

۱- ۹۰ درجه در جهت عقربه های ساعت
۲- ۹۰ درجه در جهت خلاف عقربه های ساعت
۳- ۲۷۰ درجه در جهت عقربه های ساعت
۴- ۱۸۰ درجه

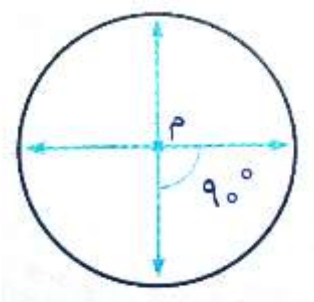
پاسخ:



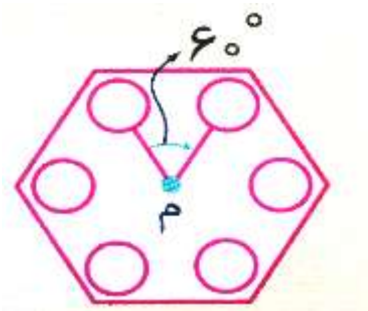
نکته: دوران ۲۷۰ درجه در جهت عقربه های ساعت، با دوران ۹۰ درجه در جهت خلاف عقربه های ساعت یکسان است.

نکته: اگر شکلی را حول یک نقطه به اندازه ی ۱۸۰ درجه یا کم تر بچرخانیم و شکل روی خودش قرار گیرد، می گوییم شکل دارای تقارن چرخشی است.

مثال: شکل مقابل تقارن چرخشی دارد، زیرا با دوران ۹۰ درجه حول نقطه ی «م»، روی خودش قرار می گیرد.

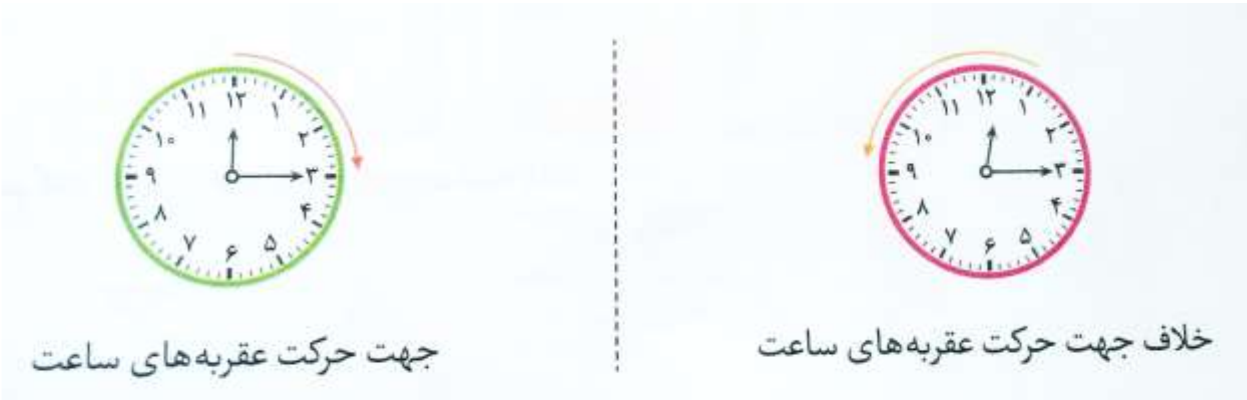


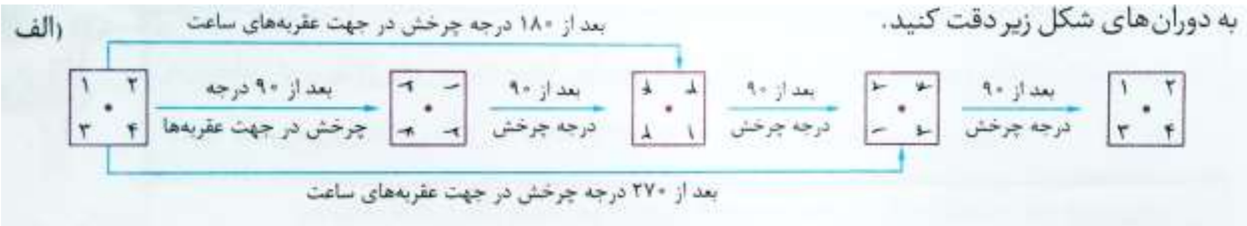
مثال: شکل مقابل نیز دارای تقارن چرخشی است، زیرا با دوران ۶۰ درجه حول نقطه ی «م»، روی خودش قرار می گیرد.



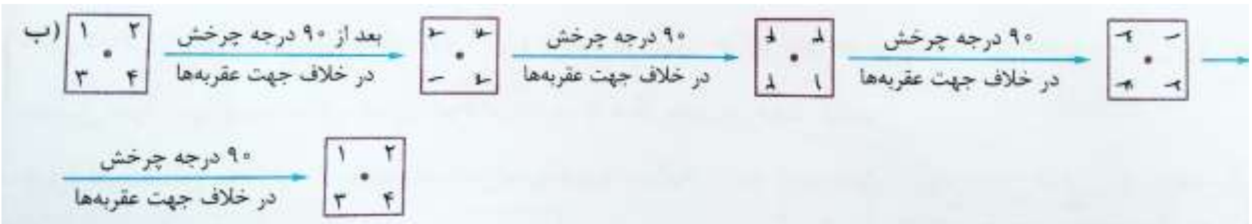
دوران ۲

در سال قبل با مفهوم چرخش یا همان دوران آشنا شدید. در هر چرخش، مرکز دوران، زاویه و جهت چرخش اهمیت زیادی دارد. در دوارن دو جهت زیر مهم هستند:



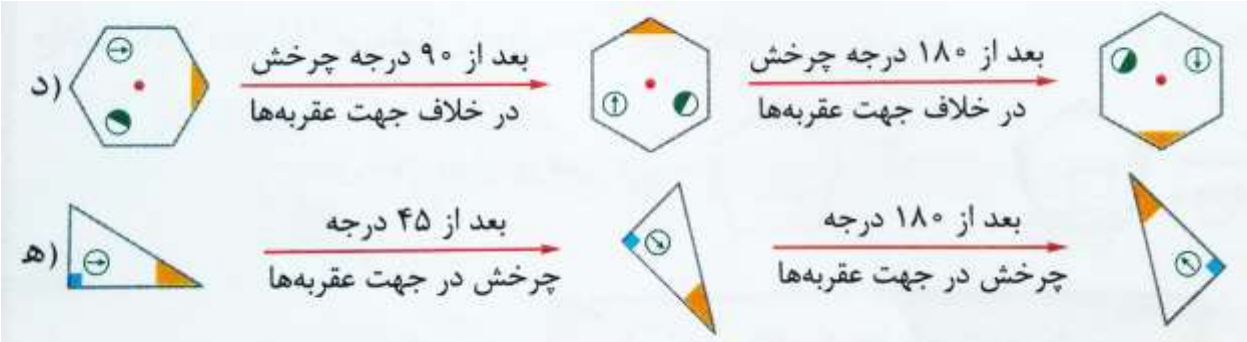


همان طور که ملاحظه می کنید، این شکل با ۴ چرخش یا همان ۳۶۰ درجه چرخش به موقعیت اولیه ی خود برگشت.

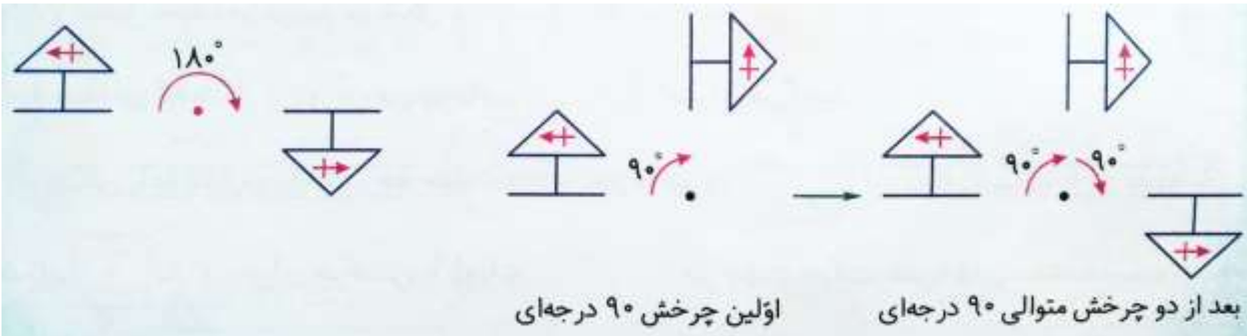


همان طور که ملاحظه می کنید، این شکل هم با ۴ چرخش یا همان ۳۶۰ درجه چرخش به موقعیت اولیه خود برگشت.

همان طور که ملاحظه می کنید، این شکل پس از ۵ چرخش یا همان ۳۶۰ درجه چرخش به موقعیت اولیه ی خود بازگشت.



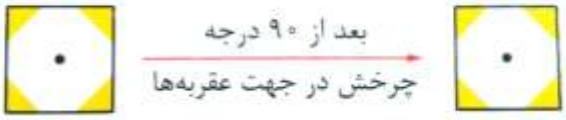
نکته: اگر هر شکلی را ۱۸۰ درجه در جهت یا خلاف جهت حرکت عقربه های ساعت حول نقطه ای بچرخانیم، قرینه ی آن شکل نسبت به آن نقطه به دست می آید. البته می توانیم به جای یک چرخش مستقیم ۱۸۰ درجه ای، از دو چرخش متوالی ۹۰ درجه ای استفاده کنیم.



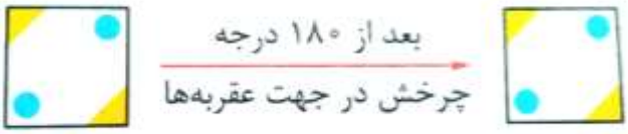
نکته: همان طور که در شکل های صفحه ی قبل ملاحظه کردید، اگر شکل اولیه را نسبت به نقطه ی داده شده قرینه کنیم، همان دوران یافته ی شکل به اندازه ی ۱۸۰ درجه حول آن نقطه به دست می آید.

تقارن چرخشی

وقتی شکلی را حول یک نقطه به اندازه ی ۱۸۰ درجه یا کم تر در جهت حرکت عقربه های ساعت بچرخانیم و شکل روی خودش منطبق شود، می گوییم شکل، تقارن چرخشی دارد. به شکل های زیر دقت کنید:



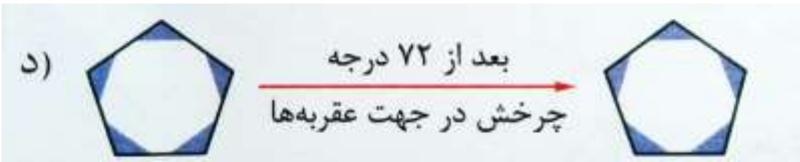
چون این شکل بعد از ۹۰ درجه چرخش در جهت حرکت عقربه های ساعت دوباره روی خودش منطبق می شود، پس دوران چرخشی دارد.



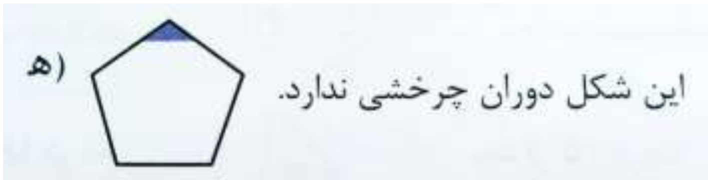
چون این شکل بعد از ۱۸۰ درجه چرخش در جهت حرکت عقربه های ساعت دوباره روی خودش منطبق می شود پس دوران چرخشی دارد.

اگر شکل مقابل را از ۱ تا ۱۸۰ درجه بچرخانیم، هیچ گاه برخودش منطبق نمی شود لذا این شکل دوران چرخشی ندارد.

شکل زیر تقارن چرخشی دارد.



شکل زیر تقارن چرخشی ندارد.



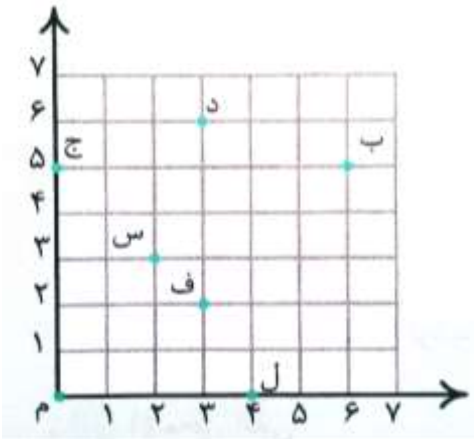
درس سوم – محورهای مختصات

صفحه ی مختصات از دو محور عمودی و افقی تشکیل شده است که به محور افقی، محور طول و به محور عمودی، محور عرض می گویند. با توجه به تقسیم بندی روی این دو محور، مکان هر نقطه روی صفحه را می توانیم تعیین کنیم که به آن مختصات نقطه می گویند.

مختصات نقطه را به صورت  نمایش می دهیم که عدد  را مؤلفه ی افقی (طول) نقطه و عدد  را مؤلفه ی عمودی (عرض) نقطه می گویند.

نکته: مؤلفه ی افقی در بالا و مؤلفه ی عمودی باید در پایین مختصات یک نقطه نوشته شود.

مثال: مختصات نقطه های زیر را با استفاده از صفحه ی مختصات مقابل بنویسید.



ب = [ ]　　ف = [ ]　　د = [ ]

س = [ ]　　ج = [ ]　　ل = [ ]

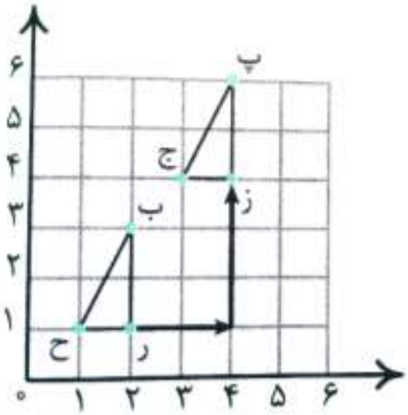
پاسخ:

مؤلفه‌ی افقی

$س = \begin{bmatrix} ۲ \\ ۳ \end{bmatrix}$　　$ج = \begin{bmatrix} ۰ \\ ۵ \end{bmatrix}$　　$ل = \begin{bmatrix} ۴ \\ ۰ \end{bmatrix}$　　$ب = \begin{bmatrix} ۶ \\ ۵ \end{bmatrix}$　　$ف = \begin{bmatrix} ۳ \\ ۲ \end{bmatrix}$　　$د = \begin{bmatrix} ۳ \\ ۶ \end{bmatrix}$

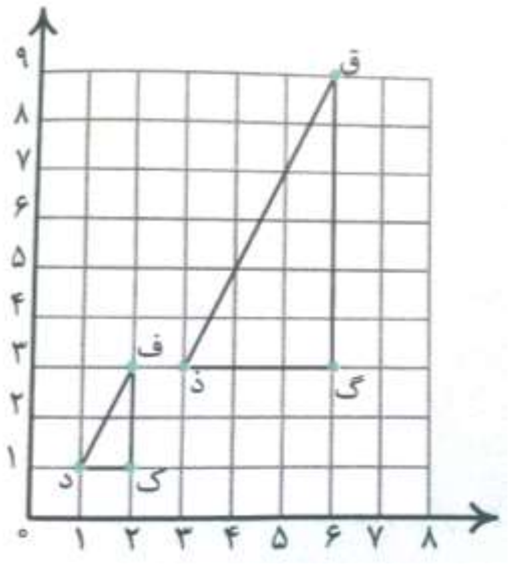
مؤلفه‌ی عمودی

نکته: نقطه ی «م» که ابتدا مشترک دو محور است، دارای مختصات $\begin{bmatrix} ۰ \\ ۰ \end{bmatrix}$ است و مختصات هر نقطه در صفحه ی مختصات، نسبت به این نقطه حساب می شود.



در صفحه ی مختصات مقابل، هر یک از رأس های مثلث «ب ر ح» را ۲ واحد به راست و ۳ واحد به بالا حرکت داده ایم تا مثلث «پ ز ج» به دست آید. به این کار انتقال می گوییم.

$$ر = \begin{bmatrix}۲\\۱\end{bmatrix} \xrightarrow[+۳]{+۲} \begin{bmatrix}۴\\۴\end{bmatrix} \qquad ح = \begin{bmatrix}۱\\۱\end{bmatrix} \xrightarrow[+۳]{+۲} \begin{bmatrix}۳\\۴\end{bmatrix} \qquad ب = \begin{bmatrix}۲\\۳\end{bmatrix} \xrightarrow[+۳]{+۲} \begin{bmatrix}۴\\۵\end{bmatrix}$$



در صفحه ی مختصات مقابل، مختصات سه رأس $\begin{bmatrix}۱\\۱\end{bmatrix}$ = د، $\begin{bmatrix}۲\\۱\end{bmatrix}$ = ک و $\begin{bmatrix}۲\\۳\end{bmatrix}$ = ف از مثلث «ف د ک» را سه برابر کرده ایم و به ترتیب رأس های $\begin{bmatrix}۳\\۳\end{bmatrix}$ = ذ، $\begin{bmatrix}۶\\۳\end{bmatrix}$ = گ و $\begin{bmatrix}۶\\۹\end{bmatrix}$ = ق از مثلث «ق ذ گ» به دست آمده است. چون مختصات سه برابر شده اند، پس محیط مثلث «ق ذ گ» سه برابر محیط مثلث «ف د ک» و مساحت آن ۳ × ۳ یعنی ۹ برابر مساحت «ف د ک» است.

محورهای مختصات ۲

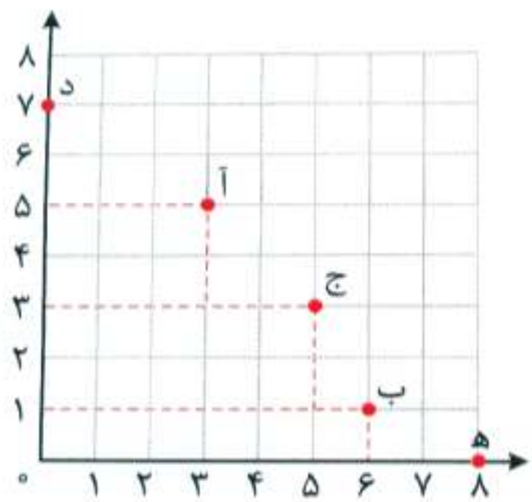
ما معمولاً در زندگی روزمره از نقشه ها در پیدا کردن موقعیت ها و مکان هایی که شناخت کافی از آن ها نداریم، استفاده می کنیم. هر نقطه روی نقشه با عددهایی مشخص می شود که در اصطلاح «مختصات» آن نقطه می گوییم.

نقطه در صفحه ی مختصات

مکان همه ی نقطه های موجود در یک صفحه را می توانیم به کمک دو محور عمود برهم که در اصطلاح «محور مختصات» گفته می شود، مشخص کنیم. صفحه ی مختصات از دو محور عمود برهم که یکی از آن ها محور افقی (طول ها) و دیگری محور عمودی (عرض ها) می باشد، تشکیل شده است. هر دو در نقطه ی صفر (مبدأ) مشترک هستند. به دو عددی که با آن مکان نقطه را در صفحه تعیین می کنیم، مختصات آن نقطه می گوییم و مختصات نقطه را به صورت $\begin{bmatrix}\text{طول نقطه}\\\text{عرض نقطه}\end{bmatrix}$ نشان می دهیم.

در صفحه ی مختصات زیر، اگر از نقطه ی «آ» بر محورهای طول و عرض عمود کنیم، به این ترتیب طول نقطه ی «آ» برابر ۳ و عرض آن برابر ۵ می باشد.

لذا نختصات این نقطه را به صورت $\begin{bmatrix}۳\\۵\end{bmatrix}$ = آ می نویسیم و می خوانیم نقطه ی «آ» به طول و عرض ۵. همچنین مختصات نقاط دیگر هم برابر است با:



$$ج = \begin{bmatrix}۵\\۳\end{bmatrix}$$

$$ب = \begin{bmatrix}۶\\۱\end{bmatrix}$$

$$د = \begin{bmatrix}۰\\۷\end{bmatrix}$$

$$ه = \begin{bmatrix}۸\\۰\end{bmatrix}$$

همان طور که ملاحظه می کنید، با توجه به نقاط $\begin{bmatrix}۳\\۵\end{bmatrix}$ = آ و $\begin{bmatrix}۵\\۳\end{bmatrix}$ = ج ، با جابه جا شدن طول و عرض هر نقطه، جای نقطه در صفحه و در نتیجه مختصات آن تغییر می کند.

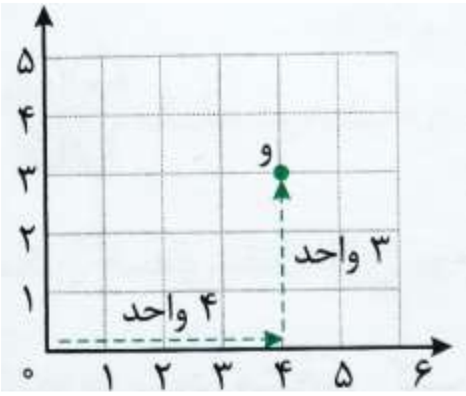
نقطه ی $\begin{bmatrix}۸\\۰\end{bmatrix}$ = ه روی محور افقی یا همان محور طول ها قرار دارد. از طرفی عرض این نقطه برابر صفر است. پس هر نقطه که روی محور طول ها قرار داشته باشد، عرضش صفر است.

نقطه ی $\begin{bmatrix}۰\\۷\end{bmatrix}$ = د روی محور عمودی یا همان محور عرض ها قرار دارد. از طرفی طول این نقطه برابر صفر است پس هر نقطه که روی محور عرض ها قرار داشته باشد، طولش صفر است.

روش دوم برای تعیین مختصات نقاط

برای تعیین مختصات هر نقطه ، می توانیم از مبدأ مختصات شروع به حرکت افقی و سپس حرکت عمودی کنیم تا به نقطه ی مورد نظر برسیم. سپس در قسمت بالای مختصات، باید مقدار حرکت در جهت افقی و در قسمت پایین آن هم مقدار حرکت در جهت عمودی را بنویسیم.

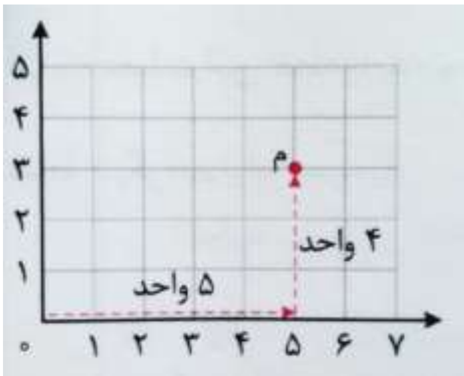
در صفحه ی مختصات مقابل، اگر از مبدأ ۴ واحد به سمت راست و سپس ۳ واحد به سمت بالا حرکت کنیم به نقطه ی «و» می رسیم. پس مختصات نقطه ی «و» برابر $\begin{bmatrix} ۴ \\ ۳ \end{bmatrix} =$ و می باشد.



نمایش نقطه در صفحه ی مختصات

برای نمایش نقطه ای که مختصات آن معلوم است، کافی است که از مبدأ مختصات ابتدا به اندازه ی عدد داده شده برای طول به صورت افقی و پس از آن به اندازه ی عدد داده شده برای عرض، به صورت عمودی حرکت کنیم تا به نقطه ی مورد نظر برسیم.

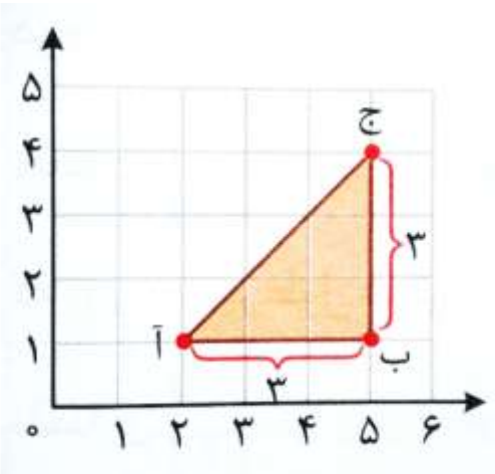
برای نمایش نقطه ی $\begin{bmatrix} ۵ \\ ۴ \end{bmatrix} =$ م کافی است که از مبدأ ابتدا به اندازه ی ۵ واحد به صورت افقی و به سمت راست و پس از آن به اندازه ی ۴ واحد به صورت عمودی و به سمت بالا حرکت کنیم تا به نقطه ی «م» برسیم.



رسم شکل های هندسی در صفحه مختصات

اگر مختصات رأس های یک شکل هندسی معلوم باشد، می توانیم این رأس ها را در صفحه ی مختصات به طور دقیق مشخص نماییم، سپس آن نقاط را به وسیله ی خط کش به یک دیگر وصل می کنیم تا شکل مورد نظر رسم شود. حالا با شمردن تعداد مربع های داخل شکل یا استفاده از فرمول های محاسبه ی مساحت، می توانیم مساحت شکل مورد نظر را تعیین کنیم.

مثال ۱: نقاط $\begin{bmatrix}۲\\۱\end{bmatrix}$ = آ، $\begin{bmatrix}۵\\۱\end{bmatrix}$ = ب و $\begin{bmatrix}۵\\۴\end{bmatrix}$ = ج رأس های یک مثلث هستند. ابتدا مثلث را رسم کرده، سپس مساحت ان را حساب کنید.

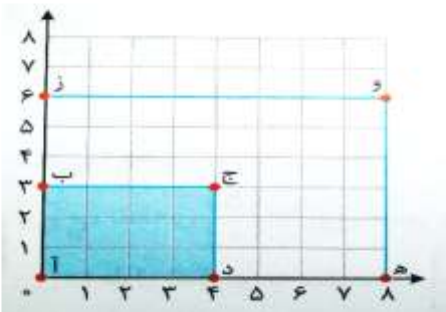


ابتدا نقاط بالا را به طور دقیق روی صفحه ی مختصات مشخص، و آن ها را به یک دیگر وصل می کنیم تا مثلث «آ ب ج» به دست آید. همان طور که ملاحظه می کنید، این مثلث قائم الزاویه است، پس مساحت آن برابر است با:

مساحت مثلث = (قاعده × ارتفاع) ÷ ۲ = (۳ × ۳) ÷ ۲ = ۴/۵

بزرگ نمایی شکل ها در صفحه مختصات

به مختصات رأس های دو مستطیل «آ ب ج د» و «آ ز و ه» دقت کنید.



مستطیل «آ ز و ه» :

$\begin{bmatrix}۸\\۰\end{bmatrix}$ = ه $\begin{bmatrix}۸\\۶\end{bmatrix}$ = و $\begin{bmatrix}۰\\۶\end{bmatrix}$ = ز $\begin{bmatrix}۰\\۰\end{bmatrix}$ = آ

مستطیل «آ ب ج د» :

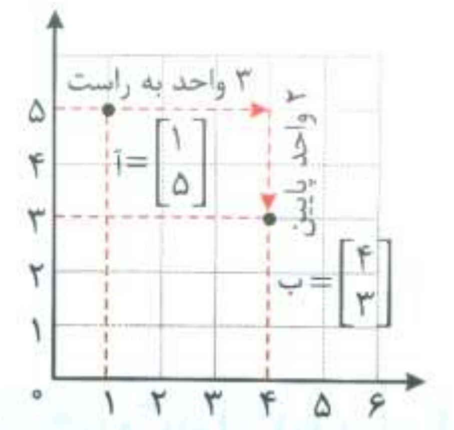
$\begin{bmatrix}۴\\۰\end{bmatrix}$ = د $\begin{bmatrix}۴\\۳\end{bmatrix}$ = ج $\begin{bmatrix}۰\\۳\end{bmatrix}$ = ب $\begin{bmatrix}۰\\۰\end{bmatrix}$ = آ

همان طور که ملاحظه می کنید، ابعاد مستطیل بزرگ تر دو برابر ابعاد مستطیل کوچک تر است، اما مساحت آن ۴ برابر مساحت مستطیل کوچک تر می باشد.

۴۸ = ۶ × ۸ = مساحت مستطیل بزرگ   ۱۲ = ۳ × ۴ = مساحت مستطیل کوچک تر

نکته: اگر مختصات رأس های یک شکل را در عددی مانند «آ» ضرب کنیم، به این ترتیب باید هم طول و هم عرض تمامی نقاط شکل را در عدد «آ» ضرب کنیم. در این صورت شکلی به وجود می آید که شبیه شکل اولیه است، اما مساحت آن («آ» × «آ») برابر مساحت شکل اولیه خواهد شد.

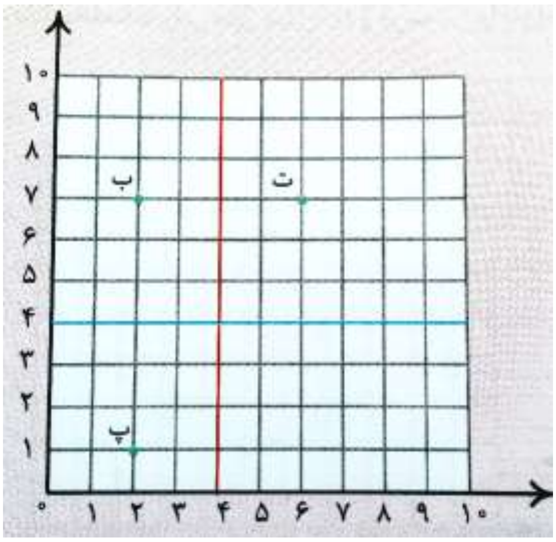
انتقال شکل در صفحه ی مختصات



اگر در صفحه ی مختصات نقطه ای را جابه جا کنیم، یک انتقال انجام داده ایم. به طور مثال اگر از نقطه ای مانند $\begin{bmatrix}۱\\۵\end{bmatrix}$ = آ سه واحد به سمت راست وسپس دو واحد به سمت پایین حرکت کنیم، به نقطه ی $\begin{bmatrix}۴\\۳\end{bmatrix}$ = ب می رسیم به این ترتیب می گوییم که نقطه ی «آ» را به نقطه ی «ب» منتقل کرده ایم.

نکته: برای انتقال یک شکل در صفحه ی مختصات، کافی است که ابتدا تمامی رأس ها را به اندازه ی خواسته شده انتقال دهیم، سپس نقاط به دست آمده را مانند شکل اولیه به یک دیگر وصل کنیم. به این ترتیب شکلی به دست می آید که با شکل اولیه مساوی است، ولی در صفحه جابه جا شده است.

درس چهارم : تقارن و مختصات



مثال: قرینه ی نقطه ی $\begin{bmatrix}۲\\۷\end{bmatrix}$ = ب نسبت به خط تقارن قرمز، نقطه ی $\begin{bmatrix}۶\\۷\end{bmatrix}$ = ت است و قرینه ی نقطه ی «ب» نسبت به خط تقارن آبی، نقطه ی $\begin{bmatrix}۲\\۱\end{bmatrix}$ = پ است.

دو نقطه ی «ب» و «ت» دارای مؤلفه های عمودی برابرند.

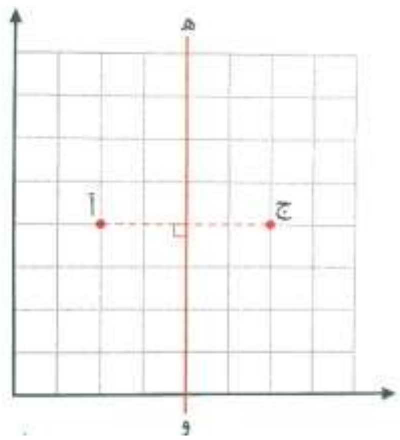
دو نقطه ی «ب» و «پ» دارای مؤلفه های افقی برابرند.

نکته: مؤلفه ی عمودی (عرض) هر نقطه و قرینه اش نسبت به یک خط عمودی با هم برابرند. مؤلفه ی افقی (طول) هر نقطه و قرینه اش نسبت به یک خط افقی با هم برابرند.

تقارن و مختصات ۲

قرینه ی یک نقطه نسبت به خط تقارن عمودی

می دانیم که برای مشخص کردن قرینه ی یک نقطه نسبت به یک خط تقارن، کافی است که از آن نقطه بر خط تقارن عمود کنیم و در طرف دیگر خط به همان اندازه پیش برویم. در شکل مقابل، نقطه ی $\begin{bmatrix}۶\\۴\end{bmatrix}$ = ج قرینه ی نقطه ی $\begin{bmatrix}۲\\۴\end{bmatrix}$ = آ نسبت به خط تقارن «ه و» است. همان طور که ملاحظه می کنید، عرض این دو نقطه با هم برابر است و خط تقارن دقیقا از نقاطی به طول ۴ (میانگین ۲ و ۶) عبور می کند.

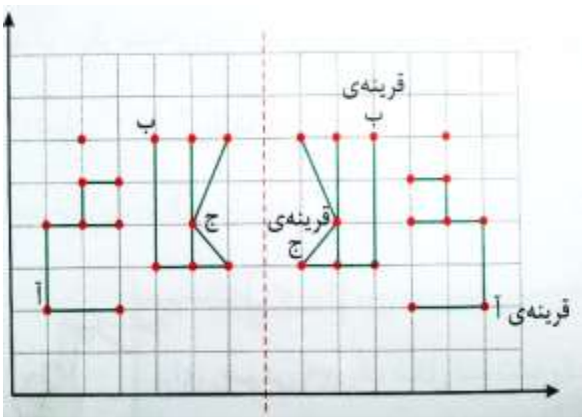


نکته:

۱- در دو نقطه که نسبت به یک خط تقارن عمودی با هم قرینه هستند، عرض ها برابر بوده ولی طول ها متفاوت است.

۲- برای رسم قرینه ی یک شکل نسبت به خط تقارن عمودی، کافی است که قرینه ی هر رأس را نسبت به خط تقارن مشخص نموده، سپس نقاط به دست آمده را مانند خود شکل به هم وصل کنیم.

در شکل زیر، به مختصات نقاط «آ»، «ب» و «ج» و قرینه ی آن ها نسبت به خط تقارن عمودی دقت کنید.



$\begin{bmatrix}۱۳\\۲\end{bmatrix}$ = قرینه‌ی آ $\begin{bmatrix}۱\\۲\end{bmatrix}$ = آ

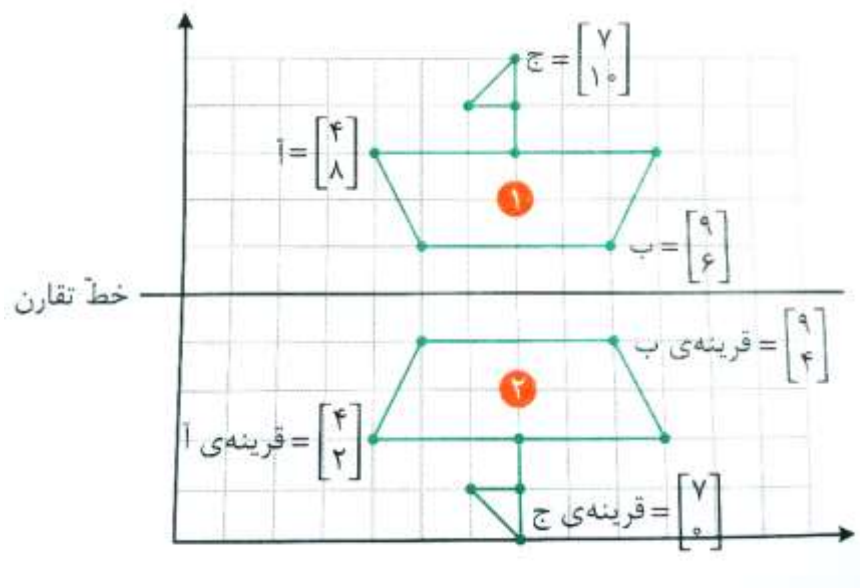
$\begin{bmatrix}۱۰\\۶\end{bmatrix}$ = قرینه‌ی ب $\begin{bmatrix}۴\\۶\end{bmatrix}$ = ب

$\begin{bmatrix}۹\\۴\end{bmatrix}$ = قرینه‌ی ج $\begin{bmatrix}۵\\۴\end{bmatrix}$ = ج

قرینه ی یک نقطه نسبت به خط تقارن افقی

در محور مختصات زیر، شکل ۲، قرینه ی شکل ۱ نسبت به خط تقارن افقی است.

همان طور که ملاحظه می کنید طول هر نقطه و قرینه ی آن نسبت به خط تقارن با هم برابر است.



قرینه ی آ = $\begin{bmatrix}۴\\۲\end{bmatrix}$ آ = $\begin{bmatrix}۴\\۸\end{bmatrix}$

قرینه ی ب = $\begin{bmatrix}۹\\۴\end{bmatrix}$ ب = $\begin{bmatrix}۹\\۶\end{bmatrix}$

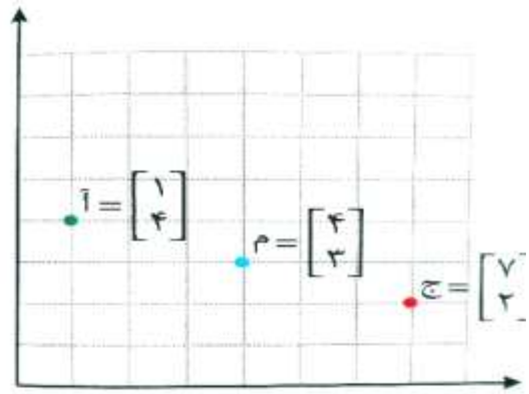
قرینه ی ج = $\begin{bmatrix}۷\\۰\end{bmatrix}$ ج = $\begin{bmatrix}۷\\۱۰\end{bmatrix}$

نکته: در دو نقطه که نسبت به یک خط تقارن افقی قرینه هستند، طول ها برابر، ولی عرض ها متفاوت هستند.

قرینه ی یک نقطه نسبت به یک نقطه در صفحه مختصات

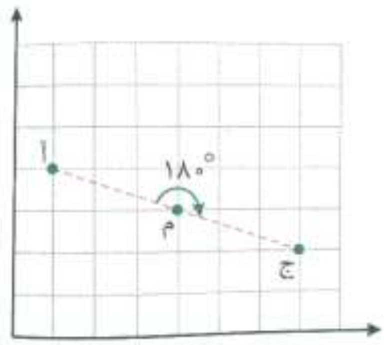
برای پیدا کردن قرینه ی یک نقطه نسبت به نقطه ی دیگر در صفحه ی مختصات، می توانیم از روش های زیر استفاده کنیم.

۱- جابه جایی: برای جابه جا شدن از نقطه ی $\begin{bmatrix}۱\\۴\end{bmatrix}$ = آ به نقطه ی $\begin{bmatrix}۴\\۳\end{bmatrix}$ = م ، ابتدا باید به صورت افقی و به سمت راست ۳ واحد، سپس به صورت عمودی و به سمت پایین یک واحد حرکت کنیم. حالا برای پیدا کردن قرینه ی «آ» نسبت به نقطه ی «م»، همین عمل را انجام می دهیم، یعنی از نقطه ی (م) ابتدا ۳ واحد افقی به سمت راست و سپس یک واحد عمودی به سمت پایین حرکت می کنیم تا به نقطه ی ج = $\begin{bmatrix}۷\\۲\end{bmatrix}$ برسیم.



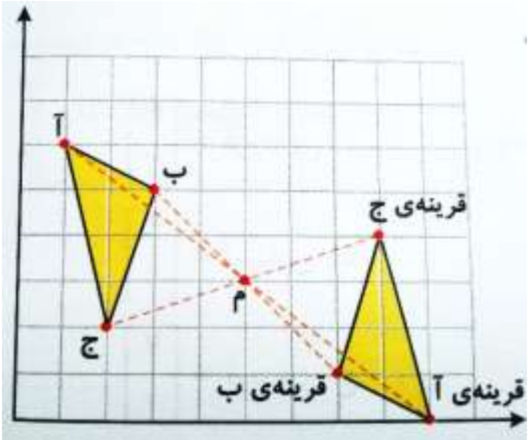
۲- تقارن مرکزی: از نقطه ی «آ» به نقطه ی «م» وصل می کنیم و به همان اندازه در طرف دیگر نقطه ی «م» پیش می رویم تا به نقطه ی «ج» برسیم.

۳- دوران ۱۸۰ درجه: اگر نقطه ی «آ» را به اندازه ی ۱۸۰ درجه نسبت به نقطه ی «م» دوران دهیم (بچرخانیم)، به نقطه ی «ج» می رسیم.



نکته: برای رسم قرینه ی یک شکل نسبت به یک نقطه، ابتدا باید قرینه ی تمامی رأس های شکل را با استفاده از یکی از روش های بالا (روش تقارن مرکزی، ساده تر است.) نسبت به نقطه ی داده شده مشخص کنیم. سپس نقاط مشخص شده را مانند شکل اصلی به یک دیگر وصل کنیم.

مثال ۱: قرینه ی مثلث مقابل را نسبت به مرکز تقارن «م»، رسم کنید، سپس مختصات رأس های قرینه ی آن را بنویسید.



روش اول: ابتدا با استفاده از تقارن مرکزی، قرینه ی هر یک از نقاط «آ»، «ب» و «ج» را نسبت به نقطه ی «م» مشخص می کنیم، سپس مختصات آن ها را می نویسیم.

آ $=\begin{bmatrix}1\\6\end{bmatrix}$ ، ب $=\begin{bmatrix}3\\5\end{bmatrix}$ ، ج $=\begin{bmatrix}2\\2\end{bmatrix}$

قرینه‌ی «آ» $=\begin{bmatrix}9\\0\end{bmatrix}$ ، قرینه‌ی «ب» $=\begin{bmatrix}7\\1\end{bmatrix}$ ، قرینه‌ی «ج» $=\begin{bmatrix}8\\4\end{bmatrix}$

روش دوم: استفاده از جابه جایی

آ $=\begin{bmatrix}1\\6\end{bmatrix}\xrightarrow[\text{۳ واحد عمودی به پایین}]{\text{۴ واحد افقی به راست}}$ مرکز تقارن $=\begin{bmatrix}5\\3\end{bmatrix}\xrightarrow[\text{۳ واحد عمودی به پایین}]{\text{۴ واحد افقی به راست}}\begin{bmatrix}9\\0\end{bmatrix}=$ قرینه‌ی نقطه‌ی آ

ب $=\begin{bmatrix}3\\5\end{bmatrix}\xrightarrow[\text{۲ واحد عمودی به پایین}]{\text{۲ واحد افقی به راست}}$ مرکز تقارن $=\begin{bmatrix}5\\3\end{bmatrix}\xrightarrow[\text{۲ واحد عمودی به پایین}]{\text{۲ واحد افقی به راست}}\begin{bmatrix}7\\1\end{bmatrix}=$ قرینه‌ی نقطه‌ی ب

ج $=\begin{bmatrix}2\\2\end{bmatrix}\xrightarrow[\text{یک واحد عمودی به پایین}]{\text{۳ واحد افقی به راست}}$ مرکز تقارن $=\begin{bmatrix}5\\3\end{bmatrix}\xrightarrow[\text{یک واحد عمودی به پایین}]{\text{۳ واحد افقی به راست}}\begin{bmatrix}8\\4\end{bmatrix}=$ قرینه‌ی نقطه‌ی ج

حالا نقاط به دست آمده را در محور مختصات مشخص، و مثل شکل اصلی به یک دیگر وصل می کنیم تا شکل مانند شکل روش قبل شود.

مریم عزیزی