



وزارت آموزش و پرورش
اداره کل آموزش و پرورش استان خوزستان
معاونت آموزش ابتدایی
اداره تکنولوژی و گروه های آموزشی

سال تحصیلی ۱۴۰۰-۱۳۹۹

درسنامه ریاضی

پایه ششم



الف: جمع و تفریق کسرها با مخرج های مساوی

ب: جمع و تفریق کسرها با مخرج های نامساوی

ج: جمع و تفریق اعداد مخلوط

جمع و تفریق کسرها

الف: جمع و تفریق کسرها با مخرج های مساوی

$$\frac{3}{9} + \frac{5}{9} = \frac{3+5}{9} = \frac{8}{9}$$

جمع دو کسر با مخرج های مساوی

یکی از مخرج ها را نوشته و صورت ها را با هم جمع می کنیم.

تفریق دو کسر با مخرج های مساوی

$$\frac{12}{20} - \frac{9}{20} = \frac{12-9}{20} = \frac{3}{20}$$

یکی از مخرج ها را نوشته و صورت ها را از هم کم می کنیم.

مثال هایی دیگر:

$$\frac{6}{12} + \frac{4}{12} + \frac{10}{12} = \frac{6+4+10}{12} = \frac{20}{12} = \frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$$

$$\frac{17}{30} + \frac{11}{30} - \frac{10}{30} = \frac{17+11-10}{30} = \frac{18}{30} = \frac{3}{5}$$

نکته: پاسخ به دست آمده را باید تا جایی که امکان دارد ساده کنیم.

ب: جمع و تفریق کسرها با مخرج های نامساوی

حالت اول: اگر مخرج ها بر هم بخش پذیر باشند بزرگتر را به عنوان مخرج مشترک در نظر می گیریم.

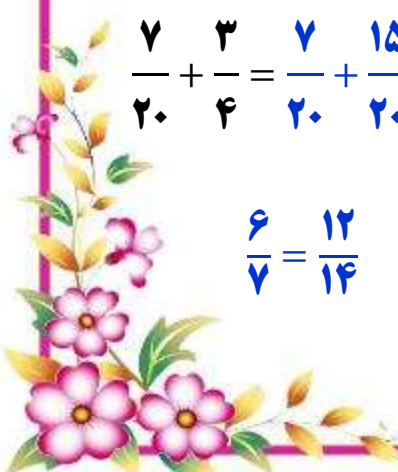
$$\frac{7}{20} + \frac{3}{4} = \frac{7}{20} + \frac{15}{20} = \frac{22}{20} = \frac{11}{10}$$

$$\frac{7}{20} + \frac{3}{4} = \frac{7}{20} + \frac{15}{20} = \frac{22}{20} = \frac{11}{10}$$

$$\frac{6}{7} = \frac{12}{14}$$

$$\frac{6}{7} - \frac{8}{14} =$$

$$\frac{6}{7} - \frac{8}{14} = \frac{12}{14} - \frac{8}{14} = \frac{4}{14} = \frac{2}{7}$$



حالت دوم: اگر مخرج ها بر هم بخش پذیر نباشند.

$$\frac{3}{2} + \frac{4}{7} =$$

باید کسرها را به کسرهایی با مخرج مشترک تبدیل نماییم.

راه حل اول:

برای نوشتن کسرهایی مساوی با هر دو کسر صورت و مخرج هر کسر را در یک عدد ضرب می کنیم تا دو کسر، به کسرهایی با مخرج مساوی تبدیل شوند.

$$\frac{3}{2} = \frac{63}{42} \quad \frac{4}{7} = \frac{24}{42}$$

$$\frac{3}{2} + \frac{4}{7} = \frac{63}{42} + \frac{24}{42} = \frac{87}{42} = \frac{87 \div 3}{42 \div 3} = \frac{29}{14} = 2 \frac{1}{14} \quad \text{یا} \quad \frac{87}{42} = 2 \frac{3}{42} = 2 \frac{1}{14}$$

توجه: راه دیگر

ابتدا کسرهایی مساوی با هر دو کسر را می نویسیم.

$$\frac{3}{2} + \frac{4}{7} =$$

$$\frac{3}{2} = \frac{6}{4} = \frac{9}{6} = \frac{12}{8} = \frac{15}{10} = \frac{18}{12} = \frac{21}{14}$$

$$\frac{4}{7} = \frac{8}{14}$$

دو کسر با مخرج یکسان

دو کسر با مخرج یکسان را برای جمع دو کسر انتخاب می نماییم.

$$\frac{3}{2} + \frac{4}{7} = \frac{21}{14} + \frac{8}{14} = \frac{29}{14} = 2 \frac{1}{14}$$

توجه: راه دیگر

دوباره کسرهایی مساوی با هر دو کسر را می نویسیم و دو کسر با مخرج مشترک

$$\frac{3}{2} + \frac{4}{7} =$$

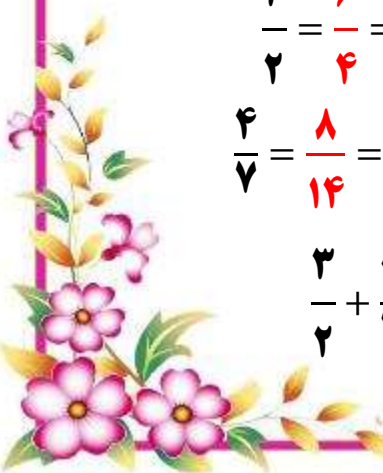
دیگر را انتخاب می کنیم.

$$\frac{3}{2} = \frac{6}{4} = \frac{9}{6} = \frac{15}{10} = \frac{18}{12} = \frac{21}{14} = \frac{24}{16} = \frac{27}{18} = \frac{30}{20} = \frac{33}{22} = \frac{36}{24} = \frac{39}{26} = \frac{42}{28}$$

$$\frac{4}{7} = \frac{8}{14} = \frac{12}{21} = \frac{16}{28}$$

$$\frac{3}{2} + \frac{4}{7} = \frac{42}{28} + \frac{16}{28} = \frac{58}{28} = 2 \frac{2}{28} = 2 \frac{1}{14}$$

دو کسر با مخرج یکسان



$$\frac{3}{2} + \frac{4}{7} = \left\{ \begin{array}{l} \text{روش اول} \\ \frac{63}{42} + \frac{24}{42} = \frac{87}{42} = 2 \frac{3}{42} = 2 \frac{1}{14} \\ \text{روش دوم} \\ \frac{21}{14} + \frac{8}{14} = \frac{29}{14} = 2 \frac{1}{14} \\ \text{روش سوم} \\ \frac{42}{28} + \frac{16}{28} = \frac{58}{28} = 2 \frac{2}{28} = 2 \frac{1}{14} \end{array} \right.$$

حاصل جمع دو کسر $\frac{3}{2}$ و $\frac{4}{7}$ را با سه مخرج مشترک متفاوت به دست آوردیم و دیدیم که پاسخ ها تفاوتی ندارند. هر یک از اعداد ۴۲ و ۱۴ و ۲۸ را یک مخرج مشترک بین دو کسر می نامیم.

از نظر شما انتخاب کدام مخرج مشترک انجام عملیات جمع دو کسر را ساده تر و راحت تر می کند؟
قطعا روش دوم و انتخاب عدد ۱۴ به عنوان مخرج مشترک راحت ترین کار است.

به عدد **۱۴** کوچکترین مخرج مشترک دو کسر می گویند و انتخاب این مخرج مشترک که کوچکترین مخرج مشترک می باشد باعث می شود محاسبات ساده تر شود.

بنابراین برای جمع و تفریق دو کسر با مخرج های نا برابر بهتر است ابتدا کوچکترین مخرج مشترک دو کسر را بیابیم سپس جمع یا تفریق را انجام دهیم.

توجه: برای یافتن کوچکترین مخرج مشترک راه دیگری نیز وجود دارد.

$$\frac{8}{9} - \frac{3}{4} =$$

می توانیم مضرب های ۹ و ۴ را بنویسیم.

مضرب های ۹ = ۹، ۱۸، ۲۷، **۳۶**، ۴۵

مضرب های ۴ = ۴، ۸، ۱۲، ۱۶، ۲۰، ۲۴، ۲۸، ۳۲، **۳۶**

اولین مضرب مشترک را می توانیم به عنوان مخرج مشترک انتخاب کنیم. صورت و مخرج دو کسر را در اعداد ضرب می کنیم تا مخرج هر دو کسر ۳۶ شود.

$$\frac{8}{9} = \frac{32}{36} \quad \frac{3}{4} = \frac{27}{36} \quad \rightarrow \quad \frac{8}{9} - \frac{3}{4} = \frac{32}{36} - \frac{27}{36} = \frac{5}{36}$$



کوچکترین مضرب مشترک عدد ۳۶ است و می توانیم به عنوان کوچکترین مخرج مشترک انتخاب نماییم.

ج: جمع و تفریق اعداد مخلوط

در جمع و تفریق اعداد مخلوط می توانیم اول واحدهای کامل (قسمت های صحیح) را جمع یا تفریق کنیم و سپس حاصل کسرها را به دست بیاوریم.

$$5\frac{1}{7} + 3\frac{1}{3} = (5+3) + \left(\frac{1}{7} + \frac{1}{3}\right) = 8 + \left(\frac{3}{21} + \frac{7}{21}\right) = 8\frac{10}{21}$$

توجه:

در جمع و تفریق اعداد مخلوط می توانیم اعداد مخلوط را به کسر تبدیل کرده و سپس جمع یا تفریق کنیم.

$$5\frac{1}{7} + 3\frac{1}{3} = \frac{36}{7} + \frac{10}{3} = \frac{108}{21} + \frac{70}{21} = \frac{178}{21} = 8\frac{10}{21}$$

مثالی از تفریق اعداد مخلوط

$$5\frac{13}{16} - 2\frac{2}{8} = (5-2) - \left(\frac{13}{16} - \frac{6}{16}\right) = 3 - \frac{7}{16} = 2\frac{9}{16}$$

تفریق اعداد مخلوط از روش تبدیل به کسر

$$5\frac{13}{16} - 2\frac{2}{8} = \frac{93}{16} - \frac{19}{8} = \frac{93}{16} - \frac{38}{16} = \frac{55}{16} = 3\frac{7}{16}$$

توجه: نکته مهم در تفریق اعداد مخلوط

هرگاه در عبارت کسری، کسر دوم از کسر اول بزرگتر بود، از واحدهای کامل یک واحد برداشت می کنیم سپس تفریق را انجام می دهیم. به مثال توجه نمایید.

$$5\frac{2}{5} - 1\frac{2}{3} = (5-1) - \left(\frac{6}{15} - \frac{10}{15}\right) = 4\frac{6}{15} - \frac{10}{15} = 3\frac{21}{15} - \frac{10}{15} = 3\frac{11}{15}$$

کسر اول کوچکتر از کسر دوم $\rightarrow 4\frac{6}{15} = 3\frac{21}{15}$

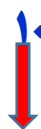
در جمع و تفریق اعداد مخلوط می توانیم به این صورت هم عمل کنیم.

$$\frac{6^3}{7} - 4\frac{1}{2} = 2\frac{3}{7} - \frac{1}{2} = 2\frac{6}{14} - \frac{7}{14} = 1\frac{20}{14} - \frac{7}{14} = 1\frac{13}{14}$$

$6-4=2$



مثال دیگر

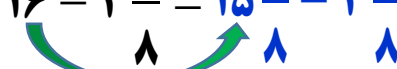
$$2\frac{3}{5} + 4\frac{1}{2} + 1\frac{2}{5} = (2+4+1) + \left(\frac{3}{5} + \frac{1}{2} + \frac{2}{5}\right) = 7 + \left(\frac{6}{10} + \frac{5}{10} + \frac{4}{10}\right) = 7\frac{15}{10}$$


نکته: اگر حاصل کسرها بیشتر از واحد شد، واحد های کامل را از آن جدا کرده و با واحد های کامل

$$7\frac{15}{10} = 7 + 1\frac{5}{10} = 8\frac{5}{10} = 8\frac{1}{2}$$

قبل جمع می کنیم.

نکته: در تفریق عدد صحیح و عدد مخلوط به این صورت عمل می کنیم.

$$16 - 4\frac{3}{8} = 15\frac{8}{8} - 4\frac{3}{8} = 11\frac{5}{8}$$


۱۶ را به ۱۵ واحد و یک کسر با صورت و مخرج یکسان (با توجه به مخرج کسر بعدی) تبدیل می نمایم.

سپس خیلی راحت تفریق را انجام می دهیم.

ریاضی شیرین و جذاب است.

تمرین:

دانش آموزان عزیز برای یادگیری بهتر، جمع و تفریق های زیر را انجام دهید و پاسخ خود را به آموزگار خود نشان دهید.

پاسخ ها را تا جایی که امکان دارد ساده کنید.

$$\frac{7}{18} + \frac{11}{18} =$$

$$\frac{3}{27} + \frac{15}{9} =$$

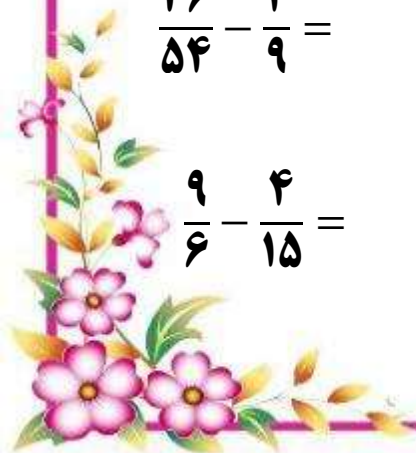
$$\frac{36}{54} - \frac{4}{9} =$$

$$\frac{9}{6} - \frac{4}{15} =$$

$$\frac{11}{32} - \frac{3}{32} =$$

$$\frac{3}{4} + \frac{13}{7} =$$

$$9 - 3\frac{3}{7} =$$



$$6\frac{3}{7} - 4\frac{1}{2} =$$

$$5\frac{2}{4} + 2\frac{2}{4} =$$

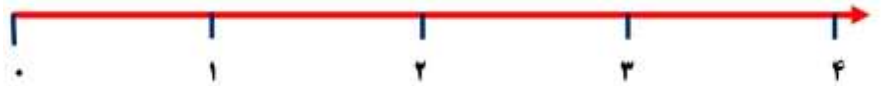
$$3\frac{1}{2} + 2\frac{2}{3} + 4\frac{1}{4} =$$

الف) احسان $1\frac{1}{2}$ ساعت صرف انجام تکالیف فارسی و $\frac{3}{4}$ ساعت صرف انجام تکالیف ریاضی و $\frac{3}{6}$ ساعت صرف انجام تکالیف

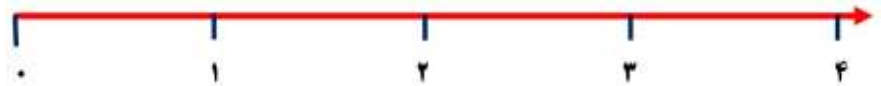
علوم تجربی کرده است. او چه کسری از ساعت را صرف انجام تکالیف خود کرده است؟

ب) با استفاده از محور حاصل جمع و تفریق های زیر را به دست آورید.

$$3\frac{2}{5} - 2\frac{1}{2} =$$



$$2\frac{1}{3} + 1\frac{1}{2} =$$



در سال گذشته با سه روش محاسبه ضرب کسرها آشنا شدید: (رسم شکل، رسم محور و محاسبات ریاضی)

در پایه ششم در حل ضرب های کسری به دلیل سادگی بیشتر روش محاسبات ریاضی را به کار می بریم.

ضرب کسرها

در این روش برای محاسبه ی حاصل ضرب دو کسر، صورت های دو کسر را در هم و مخرج ها را نیز در یکدیگر

ضرب می کنیم و به عنوان صورت و مخرج جدید می نویسیم. مانند:

$$\frac{2}{5} \times \frac{3}{7} = \frac{2 \times 3}{5 \times 7} = \frac{6}{35}$$

نکته: در ضرب کسرها، نیازی به هم مخرج کردن کسرها نیست.

ضرب اعداد مخلوط

در ضرب یک عدد مخلوط در کسر، ابتدا عددهای مخلوط را به کسر تبدیل کرده (به صورت کسر ساده) سپس کسرها را در

یکدیگر ضرب می کنیم. به نمونه های زیر دقت کنید.

$$\text{الف) } 2\frac{2}{5} \times \frac{3}{7} = \frac{12}{5} \times \frac{3}{7} = \frac{12 \times 3}{5 \times 7} = \frac{36}{35} = 1\frac{1}{35}$$

$$\text{ب) } 3\frac{1}{4} \times 2\frac{1}{2} = \frac{13}{4} \times \frac{5}{2} = \frac{65}{8} = 8\frac{1}{8}$$

۱- حاصل ضرب های زیر را به دست آورید.

$$2\frac{4}{9} \times 1\frac{4}{5} =$$

$$\frac{11}{3} \times \frac{2}{13} =$$

$$\frac{7}{9} \times \frac{8}{5} =$$

$$4\frac{4}{5} \times \frac{1}{5} =$$

$$\frac{1}{3} \times 2\frac{3}{8} =$$

$$1\frac{1}{6} \times 2\frac{3}{5} =$$

ضرب یک عدد صحیح در یک کسر یا عدد مخلوط

برای ضرب یک عدد صحیح در یک کسر یا عدد مخلوط، به عدد صحیح مخرج ۱ می دهیم، و عدد مخلوط را به کسر تبدیل می کنیم

سپس ضرب را انجام می دهیم. مانند:

$$\text{الف) } 5 \times \frac{2}{7} = \frac{5}{1} \times \frac{2}{7} = \frac{10}{7} = 1\frac{3}{7}$$

$$\text{ب) } 3 \times 2\frac{1}{4} = \frac{3}{1} \times \frac{9}{4} = \frac{3 \times 9}{1 \times 4} = \frac{27}{4} = 6\frac{3}{4}$$

نکته: در ضرب هایی که صورت و مخرج کسرها بر یکدیگر بخش پذیرند و کسرهایی که ساده می شوند بهتر است ابتدا کسرها را ساده کنیم سپس صورت ها را در هم و مخرج ها را نیز در هم ضرب کنیم.

ساده کردن کسرها و اعداد مخلوط

برای ساده کردن، باید یک عدد از اعدادی که در صورت نوشته شده است را با یک عدد که در مخرج نوشته شده ساده کنیم

(یعنی هر دو عدد را بر یک عدد مساوی غیر از صفر تقسیم کنیم) مانند:

$$\text{الف) } \frac{9}{12} \times \frac{5}{25} = \frac{3 \times 1}{4 \times 5} = \frac{3}{20}$$

$$\text{ب) } \frac{8}{21} \times \frac{7}{36} = \frac{2 \times 1}{3 \times 9} = \frac{2}{27}$$

$$\text{ج) } 6 \times 1\frac{1}{3} = \frac{6}{1} \times \frac{4}{3} = \frac{2 \times 4}{1 \times 1} = \frac{8}{1}$$

$$\text{د) } 1\frac{3}{5} \times 2\frac{2}{4} = \frac{8}{5} \times \frac{10}{4} = \frac{2 \times 2}{1 \times 1} = \frac{4}{1} = 4$$

گاهی ضرب چند کسر را به صورت یک کسر می نویسند. در این حالت، ساده کردن اعداد، به روش های قبل است.

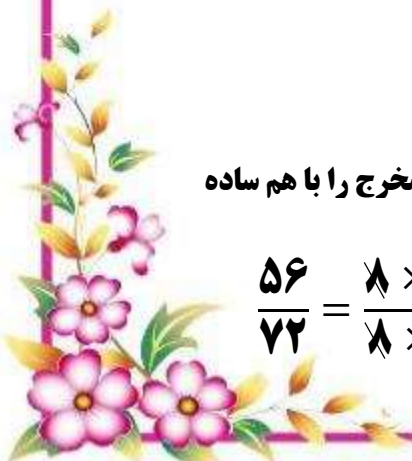
$$\frac{18}{20} \times \frac{56}{24} \times \frac{25}{14} = \frac{\overset{9}{\cancel{18}} \times \overset{7}{\cancel{56}} \times \overset{5}{\cancel{25}}}{\underset{4}{\cancel{20}} \times \underset{3}{\cancel{24}} \times \underset{1}{\cancel{14}}} = \frac{45}{12} = 3\frac{9}{12}$$

روش دیگری برای ساده کردن کسرها:

در این روش، اعداد صورت و مخرج را به صورت ضرب ۲ یا چند عدد می نویسیم و اعداد صورت و مخرج را با هم ساده

می کنیم.

$$\frac{56}{72} = \frac{8 \times 7}{8 \times 9} = \frac{7}{9}$$



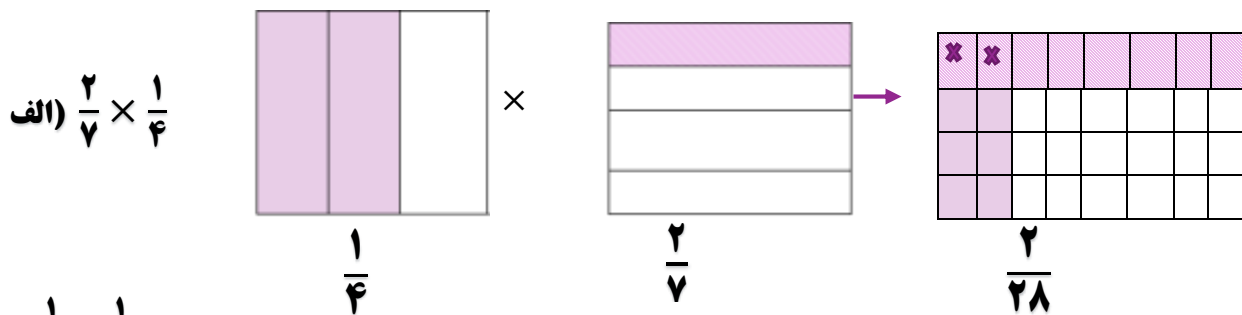
۱- حاصل عبارات زیر را به ساده ترین شکل ممکن بنویسید.

$$\frac{66}{24} \times \frac{24}{36} =$$

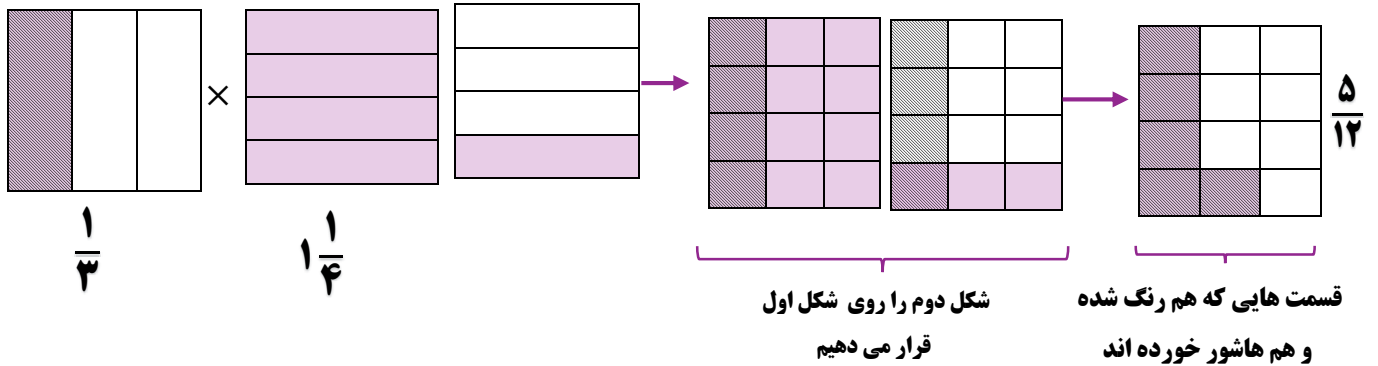
$$\frac{32 \times 63 \times 12}{36 \times 45 \times 22} =$$

ضرب کسرها روی شکل

برای ضرب دو کسر روی شکل، ابتدا شکل هر دو کسر را رسم می کنیم (افقی و دیگری عمودی) سپس تقسیم بندی شکل دوم را روی شکل اول پیاده می کنیم. قسمت های رنگ شده هر دو شکل، حاصل ضرب است. مانند:



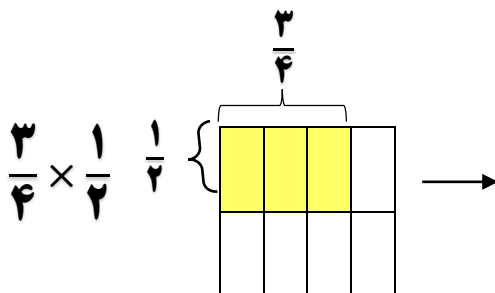
ب) $\frac{1}{4} \times \frac{1}{3}$



برای بدست آوردن نسبتی از یک کسر، از ضرب کسرها استفاده می کنیم.

به مسئله زیر دقت نمایید.

کشاورزی $\frac{1}{2}$ زمین کشاورزی خود را شخم زد و در $\frac{3}{4}$ آن گندم کاشت. او چه کسری از زمین خود را گندم کاشته است؟ (رسم شکل)



نکته: در ضرب کسرها از عامل دوم شروع به رسم شکل می کنیم.

۱- حاصل ضرب زیر را با استفاده از رسم شکل بدست آورید.

$$1\frac{1}{4} \times \frac{1}{5} =$$

۲- شاهین $\frac{1}{4}$ از $\frac{3}{8}$ یک پیتزا را خورد. با رسم شکل نشان دهید او چه مقدار از پیتزا را خورده است.

ضرب اعداد مخلوط به کمک رسم شکل

در ضرب عددهای مخلوط از محاسبه مساحت مستطیل کمک می گیریم. به این صورت که هر عدد مخلوط، به عنوان یکی از اضلاع مستطیل قرار می گیرد، سپس با محاسبه مساحت قسمت های داخل مستطیل، حاصل ضرب اعداد مخلوط را بدست می آوریم. به نمونه زیر دقت نمایید.

$$2\frac{1}{3} \times 1\frac{1}{4}$$

	1	1	$\frac{1}{3}$
1	1×1	1×1	$1 \times \frac{1}{3}$
$\frac{1}{4}$	$1 \times \frac{1}{4}$	$1 \times \frac{1}{4}$	$\frac{1}{4} \times \frac{1}{3}$

$$(1 \times 1) + (1 \times 1) + (1 \times \frac{1}{3}) + (1 \times \frac{1}{4}) + (1 \times \frac{1}{4}) + (\frac{1}{4} \times \frac{1}{3}) =$$

$$1 + 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{12} = 2\frac{2}{6} + \frac{3}{6} + \frac{3}{6} + \frac{1}{6} = 2\frac{9}{6} = 3\frac{3}{6} = 3\frac{1}{2}$$

۱- حاصل ضرب زیر را با استفاده از مساحت شکل بدست آورید.

$$3\frac{1}{6} \times 2\frac{2}{5} =$$

نمایش ضرب عدد صحیح در کسر روی محور

برای نمایش ضرب عدد صحیح در کسر روی محور به روش زیر عمل می کنیم.

۱- محور را رسم می کنیم و همه واحدها را به اندازه کسر تقسیم بندی می کنیم.

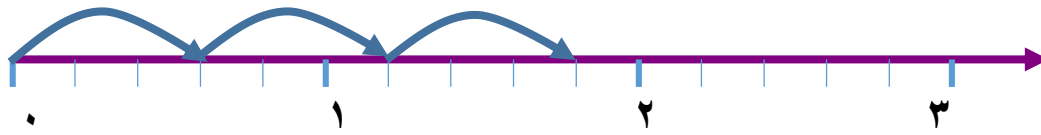
۲- در هر جهش، به اندازه صورت کسر به جلو می رویم.

۳- تعداد جهش ها به اندازه ی عدد صحیحی است که در کسر ضرب شده است.



به نمونه زیر دقت کنید.

$$\text{الف) } 3 \times \frac{3}{5} = \frac{9}{5} = 1\frac{4}{5}$$



۱- حاصل ضرب زیر را با استفاده از رسم محور بدست آورید.

$$4 \times \frac{5}{6} =$$

۲- برای عبارت زیر یک مسئله بنویس و آن را حل کنید.

$$\frac{1}{4} \times 44 =$$

معکوس کسرها

برای یافتن معکوس یک کسر کافی است جای صورت و مخرج کسر را عوض کنیم.

$$\text{الف) } \frac{6}{9} \xrightarrow{\text{معکوس}} \frac{9}{6}$$

$$\text{ب) } \frac{3}{5} \xrightarrow{\text{معکوس}} \frac{5}{3}$$

برای تعیین معکوس یک عدد صحیح، ابتدا به عدد، مخرج ۱ می دهیم سپس آن را معکوس می کنیم.

$$\text{الف) } 8 \xrightarrow{\text{معکوس}} \frac{1}{8}$$

$$\text{ب) } 14 \xrightarrow{\text{معکوس}} \frac{1}{14}$$

برای تعیین معکوس یک عدد مخلوط، ابتدا باید عدد مخلوط را به کسر تبدیل کنیم.

$$\text{الف) } 5\frac{3}{4} \xrightarrow{\text{معکوس}} \frac{4}{23}$$

$$\text{ب) } 2\frac{5}{7} \xrightarrow{\text{معکوس}} \frac{7}{19}$$



۱- اگر جای صورت و مخرج کسری را عوض کنیم، کسر حاصل کسر اول می باشد.

۲- خمس معکوس عدد $\frac{2}{5}$ کدام یک از اعداد زیر است؟

الف) $\frac{25}{17}$

ب) $\frac{1}{17}$

ج) $\frac{2}{3}$

د) $\frac{17}{5}$

۳- معکوس عددهای زیر را بنویس.

$24 =$

$2 \frac{8}{11} =$

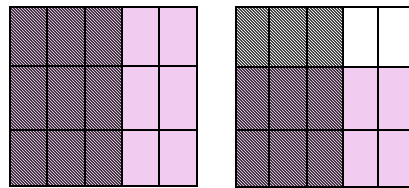
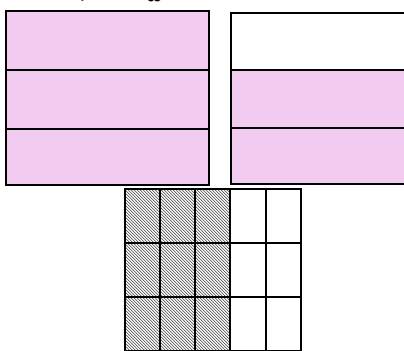
۴- اختلاف معکوس کسر زیر را با خودش به دست آور.

$6 \frac{1}{4} =$

ضرب یک عدد در معکوس آن عدد

مهمترین ویژگی معکوس کسر این است که اگر در خود کسر ضرب شود حاصل همیشه عدد ۱ می شود (یک واحد کامل)

الف) $\frac{5}{4} \times \frac{3}{5}$



شکل پایین را روی هر دو شکل بالایی قرار می دهیم

قسمت هایی که هم رنگ شده و هم هاشور خورده اند

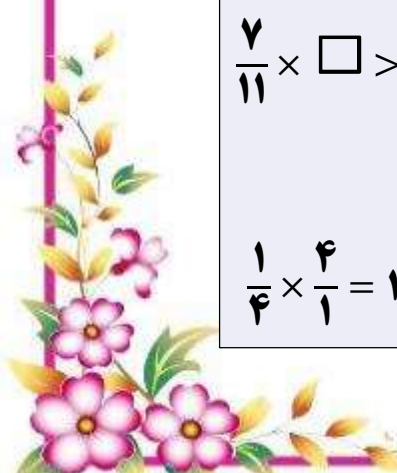
واحد	شکل رنگ شده	کسر	عمل جدید	شکل جدید	عبارت ریاضی
		$\frac{3}{2}$	$\frac{2}{3}$ قسمت رنگ شده را هاشور بزنید		$\frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = 1$

۱- در \square چه کسری قرار دهیم تا تساوی مقابل درست باشد؟

$\frac{7}{11} \times \square > 1$

۲- درستی عبارت زیر را با رسم شکل نشان بده.

$\frac{1}{4} \times \frac{4}{1} = 1$



هرگاه حاصل ضرب دو عدد برابر ۱ باشد، آن دو عدد را «معکوس» یکدیگر می نامند. همه ی اعداد به جز صفر معکوس دارند.

پیدا کردن مقدار نامعلوم در تساوی کسرها

$$\frac{10}{8} = \frac{90}{\square}$$

× ۹

به نمونه زیر مقابل دقت کنید.

برای بدست آوردن مقدار نامعلوم می توان گفت چون ۱۰، نه برابر شده است، پس ۸ را هم نه برابر می کنیم. روش دیگر برای پیدا کردن مقدار نامعلوم قانون طرفین - وسطین است. یعنی حاصل ضرب صورت و مخرج کسرها به صورت ضربدری باهم مساوی می باشند.

$$\frac{35}{\square} = \frac{42}{12} \quad 42 \times \square = 35 \times 12 \longrightarrow \square = \frac{35 \times 12}{42} = 10$$

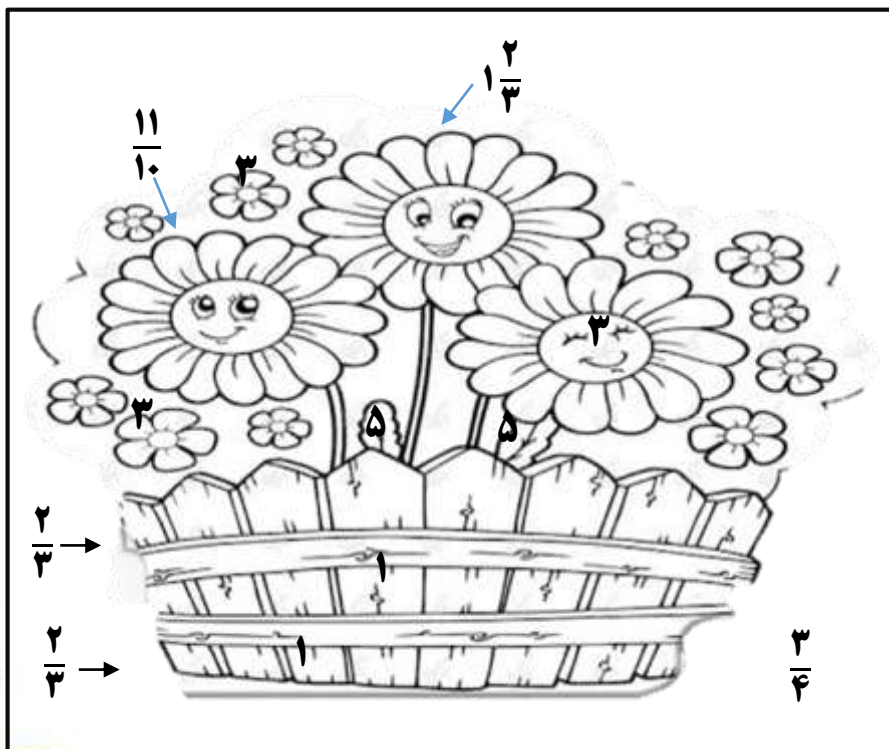
$$\frac{39}{21} = \frac{26}{\square} \longrightarrow \square = \frac{26 \times 21}{39} \longrightarrow \frac{26 \times 21}{39} = \frac{26 \times 7}{13} = \frac{2 \times 7}{1} = 14$$

۱- در تساوی های زیر در جای خالی عدد مناسب قرار دهید.

$$\frac{\square}{27} = \frac{8}{36}$$

$$\frac{19}{5} = \frac{57}{\square}$$

حال که ضرب کسرها را آموختی حاصل عبارت های زیر را به دست آور، سپس پاسخ ها را روی گل پیاده کرده و رنگ بزن.



$$\frac{3}{4} \times \frac{4}{3} \text{ رنگ زرد}$$

$$\frac{5}{4} \times 4 \text{ سبز پررنگ}$$

$$3 \times \frac{2}{8} \text{ آبی}$$

$$\frac{2}{3} \times \frac{5}{2} \text{ نارنجی}$$

$$\frac{6}{9} \times \frac{3}{3} \text{ قهوه ای کم رنگ}$$

$$2 \frac{3}{4} \times \frac{2}{5} \text{ قرمز}$$

$$\frac{9}{5} \times \frac{5}{3} \text{ صورتی}$$

محاسبات کسر

بعضی از مواقع با کسر هایی روبرو می شویم که در صورت و مخرج آن ها یا در هر دوی آن ها یک عبارت کسری یا یک کسر وجود دارد . مانند:

$$\frac{1}{\frac{2}{3}}, \frac{2}{\frac{3}{5}}, \frac{1 + \frac{2}{4}}{2 - \frac{5}{6}}$$

برای محاسبه ی عبارت کسری $\frac{1}{\frac{2}{3}}$ دو راه وجود دارد:

خط کسری نشانه تقسیم می باشد.

$$\frac{1}{\frac{2}{3}} = \frac{1}{2} \div \frac{1}{3} = \frac{1}{2} \times \frac{3}{1} = \frac{3}{2}$$

راه اول: صورت را بر مخرج تقسیم می کنیم و از تقسیم کسر ها استفاده می کنیم.

$$\frac{1}{\frac{2}{3}} = \frac{3}{2}$$

راه دوم: دور در دور، نزدیک در نزدیک انجام می دهیم.

قانون دور در دور نزدیک در نزدیک

هرگاه صورت و مخرج یک کسر، خودشان نیز کسر باشند؛ برای بدست آوردن پاسخ کسر، ابتدا دور در دور می کنیم یعنی صورت کسر بالا را در مخرج کسر پایین ضرب می کنیم و حاصل را در صورت می نویسیم سپس نزدیک در نزدیک می کنیم یعنی مخرج کسر بالا را در صورت کسر پایین ضرب نموده و به عنوان مخرج کسر حاصل می نویسیم.

$$\frac{1\frac{1}{6} - \frac{5}{9}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}} =$$

مثال ۲:

نکته: برای به دست آوردن حاصل کسر هایی که صورت و مخرجشان از چند کسر تشکیل شده است به این صورت عمل می کنیم که ابتدا محاسبات صورت را انجام داده و سپس حاصل آن را در صورت جای گذاری می کنیم بعد محاسبات مخرج را انجام می دهیم و در مخرج کسر بزرگ جای گذاری می کنیم. سپس از تکنیک دور در دور، نزدیک در نزدیک یا تبدیل تقسیم به ضرب استفاده می کنیم.

$$\text{محاسبات صورت} \Rightarrow 1\frac{1}{6} - \frac{5}{9} = \frac{7}{6} - \frac{5}{9} = \frac{21}{18} - \frac{10}{18} = \frac{11}{18}$$

$$\text{محاسبات مخرج} \Rightarrow \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$$



$$\frac{\frac{1}{6} - \frac{5}{9}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}} = \frac{\frac{11}{18}}{\frac{5}{6}} = \frac{11}{18} \div \frac{5}{6} = \frac{11}{18} \times \frac{6}{5} = \frac{11}{15}$$

تبدیل به تقسیم

در پایان وقتی جای گذاری کردیم می‌توانیم تبدیل به تقسیم یا دور در دور نزدیک در نزدیک انجام دهیم:

$$\frac{\frac{1}{6} - \frac{5}{9}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}} = \frac{\frac{11}{18}}{\frac{5}{6}} = \frac{11 \times 6}{18 \times 5} = \frac{11}{15}$$

دور در دور نزدیک در نزدیک

می‌توان محاسبات را به صورت زیر نوشت:

$$\frac{\frac{1}{6} - \frac{5}{9}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}} = \frac{\frac{7}{6} - \frac{5}{9}}{\frac{3}{6} + \frac{2}{6}} = \frac{\frac{21}{18} - \frac{10}{18}}{\frac{5}{6}} = \frac{11}{18} = \frac{11}{18} \times \frac{6}{5} = \frac{11}{15}$$

حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

$$\frac{\frac{2}{5}}{\frac{4}{17}} = \frac{2}{5} = \frac{1 + \frac{3}{4}}{2 - \frac{5}{6}} = \frac{\frac{3}{4} \times \frac{4}{3}}{\frac{5}{8}} = \frac{\frac{2}{8} \div \frac{1}{8}}{\frac{6}{9} \times 18}$$

مرتب سازی کسرها

مرتب سازی کسرها از کوچک به بزرگ از چپ به راست

راه اول: می‌توانیم همه را مخرج مشترک بگیریم و به ترتیب از سمت چپ هر کدام صورت کوچکتر بود را بنویسیم اما محاسبات زیادی دارد و زمان بر است.

راه دوم:

- (۱) کسره‌های کوچکتر از واحد
- (۲) کسره‌های مساوی واحد یا عدد یک
- (۳) کسره‌های بزرگتر از واحد

گام اول: ابتدا به صورت زیر دسته بندی می‌کنیم

(نکته: کسره‌های بزرگتر از واحد را به عدد مخلوط تبدیل کنید)

گام دوم: سپس هر دسته را جداگانه مقایسه کنیم.

گام سوم: برای نوشتن کسرها از کوچک به بزرگ از چپ به راست همه کسرها را به صورت زیر در کنار هم قرار می‌دهیم:

کسره‌های بزرگتر از واحد < کسره‌های مساوی واحد < کسره‌های کوچکتر از واحد

مثال: کسره‌های زیر را از چپ به راست و از کوچک به بزرگ مرتب کنید.

$$1, \frac{1}{3}, \frac{3}{8}, \frac{3}{2}, 5, \frac{9}{2}, \frac{7}{4}, \frac{11}{5}, \frac{1}{2}$$

گام اول :

$$\frac{1}{3}, \frac{3}{8}, \frac{1}{2}$$

کسر های کوچکتر از واحد ←

$$1$$

← واحد

$$\frac{3}{2}, 5, \frac{9}{2}, \frac{7}{4}, \frac{11}{5} \Rightarrow 1\frac{1}{2}, 5, 4\frac{1}{2}, 1\frac{3}{4}, 2\frac{1}{5}$$

← کسر های بزرگتر از واحد و تبدیل به عدد مخلوط

گام دوم :

$$\frac{1}{3} < \frac{3}{8} < \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} < \frac{1}{3} \quad \text{و} \quad \frac{1}{3} = \frac{8}{24} < \frac{3}{8} = \frac{9}{24}$$

مخرج مشترک

$$1\frac{1}{2} < 1\frac{3}{4} < 2\frac{1}{5} < 4\frac{1}{2} < 5$$

گام سوم :

کسر های کوچکتر از واحد

واحد

کسر های بزرگتر از واحد

$$\frac{1}{3} < \frac{3}{8} < \frac{1}{2} < 1 < 1\frac{1}{2} < 1\frac{3}{4} < 2\frac{1}{5} < 4\frac{1}{2} < 5$$

در مقایسه کسرها به موارد زیر توجه کنید

- (۱) اگر مخرج کسرها مساوی باشد کسری بزرگتر است که صورت بزرگتری داشته باشد.
- (۲) اگر صورت کسرها مساوی بود کسری بزرگتر است که مخرج کوچکتری داشته باشد.
- (۳) اگر صورت ها یا مخرج ها با هم برابر نبودند بهتر است با محاسبه مخرج مشترک مخرج را برابر کنید.
- (۴) برای مقایسه از مقایسه با کسر طلایی $\frac{1}{2}$ یا طرفین وسطین نیز می توانید استفاده کنید.

کسر های زیر را از چپ به راست و از کوچک به بزرگ مرتب کنید.

الف) $2, \frac{21}{3}, \frac{3}{9}, \frac{2}{4}, \frac{5}{5}, \frac{7}{2}, \frac{11}{6}, 1\frac{1}{2}$

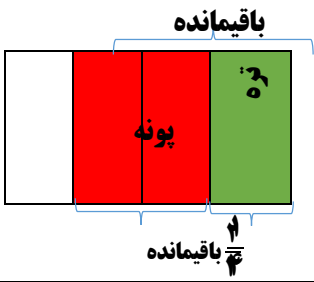
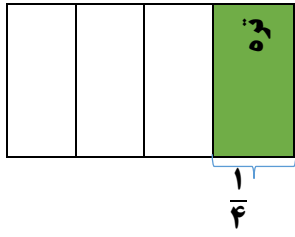
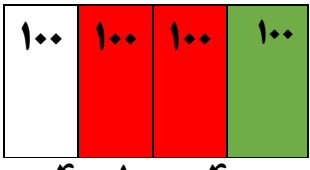
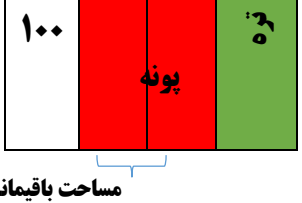
ب) $2\frac{1}{6}, \frac{18}{9}, \frac{3}{1}, \frac{5}{15}, \frac{1}{30}, \frac{0}{4}, \frac{19}{7}, \frac{1}{2}$

راهبرد حل مسئله (رسم شکل)

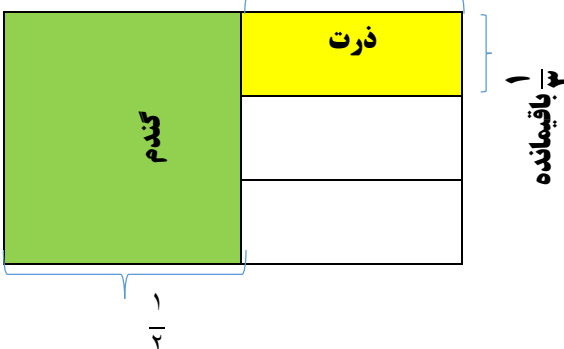
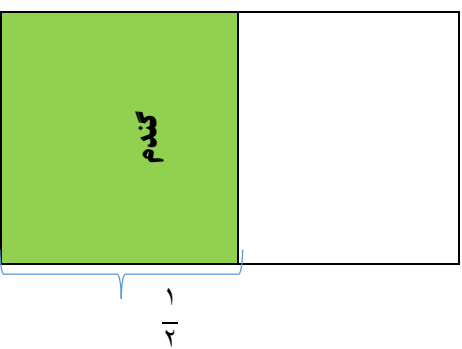

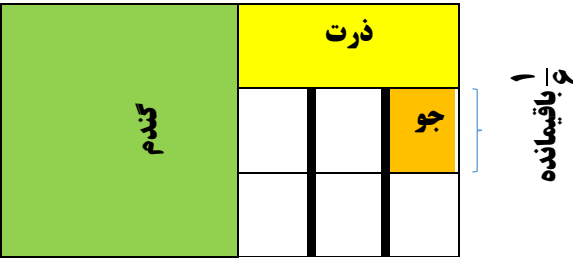
گاهی لازم است مسئله ها را با استفاده از رسم شکل حل کنیم.

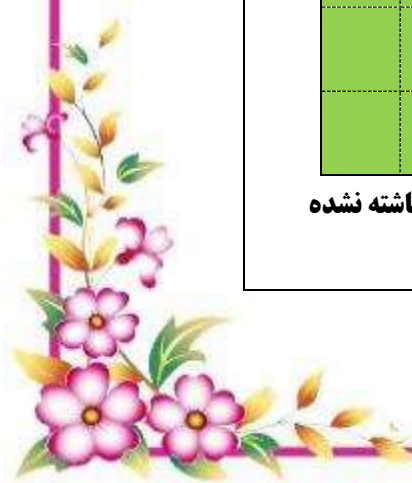
مثال ۱: علی آقا در $\frac{1}{3}$ باغچه ی خانه خود تره و در $\frac{2}{3}$ باقیمانده ی آن پونه کاشت. اگر مساحت باقیمانده ی باغچه ی او ۱۰۰ متر مربع باشد، مساحت کل باغچه چند متر مربع است؟



<p>گام دوم: در $\frac{2}{3}$ باقی مانده باغچه پونه کاشت</p> 	<p>گام اول: علی آقا در $\frac{1}{4}$ باغچه خود تره کاشت</p> 
<p>گام چهارم: کل باغچه ی او چند متر مربع مساحت دارد؟ می بینیم که $\frac{1}{4}$ مستطیل باقی مانده است یعنی مساحت $\frac{1}{4}$ کل باغچه ۱۰۰ متر مربع است پس ۴۰۰ متر مربع مساحت دارد.</p>  <p>$4 \times 100 = 400$</p>	<p>گام سوم: اگر مساحت باقیمانده ی باغچه او ۱۰۰ متر مربع باشد</p> 

مثال ۲: کشاورزی $\frac{1}{2}$ زمین خود را گندم و در $\frac{1}{3}$ باقیمانده ی زمین ذرت و سپس در $\frac{1}{6}$ باقیمانده ی آن جو کاشت. در چه کسری از این زمین چیزی کاشته نشده است؟

<p>گام دوم: در $\frac{1}{3}$ باقیمانده ی زمین ذرت کاشته است.</p> 	<p>گام اول: $\frac{1}{2}$ زمین را گندم کاشته است.</p> 
<p>گام چهارم: در چه کسری از این زمین چیزی کاشته نشده است؟</p>  <p>با خط چین خطوط را ادامه دهید $\frac{5}{18}$ زمین کاشته نشده است.</p>	<p>گام سوم: در $\frac{1}{6}$ باقیمانده ی آن جو کاشته است.</p> 



مساله های زیر را بادقت بخوانید و بارسم شکل پاسخ دهید.

(۱) کشاورزی $\frac{3}{5}$ زمین خود را گندم کاشت و بقیه ی زمین خود را به چهار قسمت تقسیم کرد و یک قسمت آن را جو و $\frac{2}{3}$ بقیه را صیفی جات و بقیه ی زمین را گل آفتابگردان کاشت. او چه کسری از زمینش را گل آفتابگردان کاشته است ؟

(۲) علی با $\frac{1}{4}$ پول خود کتابی خرید و با $\frac{1}{3}$ باقیمانده ی آن یک دفتر خرید. اگر ۸۰۰۰ تومان از پول او باقی مانده باشد کل پول علی چقدر بوده است ؟



خلاصه درسنامه فصل ۲ - کسر

مفهوم کسر: به جزئی یا قسمتی از یک واحد کامل کسری از آن واحد گفته می شود.

انواع کسر

- کسر کوچکتر از واحد: کسری که صورت آن از مخرجش کوچکتر باشد. $\frac{4}{5}$
- کسر مساوی واحد: کسری که صورت و مخرج آن برابر است. $\frac{6}{6}$
- کسر بزرگتر از واحد: کسری که صورت آن بزرگتر از مخرجش باشد. $\frac{5}{4}$

مقایسه کسرها

۱- اگر دو کسر مخرج های برابر داشته باشند کسری بزرگتر است که صورتش بزرگتر باشد. $\frac{4}{6} > \frac{3}{6}$

۲- اگر دو کسر صورت های برابر داشته باشند، کسری بزرگتر است که مخرجش کوچکتر باشد. $\frac{5}{10} < \frac{5}{8}$

۳- اگر دو کسر نه صورت های برابر و نه مخرج های برابر داشته باشند باید دو کسر را هم مخرج یا

هم صورت کرد، بعد مقایسه کنیم. $\frac{5}{6} > \frac{2}{3} = \frac{4}{6}$

تبدیل کسر بزرگتر از واحد به عدد مخلوط:

صورت کسر را بر مخرج تقسیم می کنیم. خارج قسمت جای عدد صحیح، باقی مانده صورت کسر

و مخرج آن همان مخرج کسر است. $\frac{9}{4} \rightarrow \frac{9}{8} \left| \frac{4}{2} \right. \rightarrow \frac{10}{4} = 2\frac{1}{4}$

تبدیل عدد مخلوط به کسر:

عدد صحیح را در مخرج کسر ضرب می کنیم و سپس با صورت کسر جمع می کنیم عدد حاصل

برابر است با صورت کسر و مخرج همان است تغییر نمی کند. $3\frac{2}{5} = \frac{17}{5}$
 $(3 \times 5) + 2 = 17$



جمع و تفریق کسر ها:

به طور کلی در جمع و تفریق کسر ها، باید مخرج ها مساوی باشند و اگر مخرج ها مساوی نبودند، با استفاده از کوچک ترین مخرج مشترک آن ها، مخرج هایشان را مساوی می کنیم.

$$\frac{3}{4} + \frac{2}{4} = \frac{5}{4}$$

$$\frac{7}{6} - \frac{3}{6} = \frac{4}{6}$$

جمع و تفریق کسر ها با مخرج های نامساوی:

(۱) نوشتن مخرج های هر یک از مخرج ها

(۲) پیدا کردن کوچکترین مخرج مشترک

(۳) نوشتن کسر مساوی هر کدام از کسر ها با مخرج مشترک

$$\frac{5}{9} + \frac{7}{6} = \frac{10}{18} + \frac{21}{18} = \frac{31}{18}$$

... و ۳۶ و ۲۷ و ۱۸ و ۹: مضرب های عدد ۹

... و ۲۴ و ۱۸ و ۱۲ و ۶: مضرب های عدد ۶



۱۸ کوچک ترین مخرج مشترک بین دو کسر

جمع و تفریق اعداد مخلوط:

برای انجام جمع یا تفریق دو عدد مخلوط، ابتدا قسمت صحیح هر دو عدد را با توجه به علامت بین عددها، با هم جمع، یا از هم کم می کنیم، سپس قسمت های کسری را پس از هم مخرج کردن آن ها، با توجه به علامت بین عددها، با هم جمع، یا از هم کم می کنیم.

نکته: اگر در جمع اعداد مخلوط، قسمت کسری حاصل جمع، عددی بزرگ تر از واحد شود، باید آن کسر را نیز به عدد مخلوط تبدیل، و با قسمت صحیح قبلی جمع کنیم.

$$2\frac{3}{8} + 3\frac{5}{6} = 5\frac{3}{8} + \frac{5}{6} = 5\frac{9}{24} + \frac{20}{24} = 5\frac{29}{24} = 5 + 1\frac{5}{24} = 6\frac{5}{24}$$

... و ۳۲ و ۲۴ و ۱۶ و ۸: مضرب های عدد ۸

... و ۲۴ و ۱۸ و ۱۲ و ۶: مضرب های عدد ۶



۲۴ کوچک ترین مخرج مشترک بین دو کسر



ضرب کسرها:

در ضرب دو یا چند کسر، باید صورت ها را در هم ضرب کنیم و در صورت کسر حاصل ضرب قرار دهیم و مخرج ها را نیز در هم ضرب کنیم و در مخرج کسر حاصل ضرب قرار دهیم.

$$\frac{4}{7} + \frac{5}{11} = \frac{4 \times 5}{7 \times 11} = \frac{20}{77}$$

ضرب عددهای مخلوط:

برای ضرب اعداد مخلوط از راه محاسبه، ابتدا اعداد مخلوط را به کسر تبدیل می کنیم و سپس کسرها را در هم ضرب می کنیم و حاصل را به دست می آوریم.

$$3\frac{3}{5} + 2\frac{2}{9} = \frac{18}{5} \times \frac{20}{9} = \frac{8}{1} = 8$$

عدد معکوس:

هرگاه حاصل ضرب دو عدد مساوی ۱ باشد، آن دو عدد را «معکوس» یکدیگر می گویند. همه ی عددها به جز صفر، معکوس دارند.

برای مشخص کردن معکوس یک کسر، باید جای صورت و مخرج آن را عوض کنیم.

$$\frac{4}{7} \xrightarrow{\text{(معکوس)}} \frac{7}{4}$$

$$\frac{7}{3} \xrightarrow{\text{(معکوس)}} \frac{3}{7}$$

$$3 = \frac{3}{1} \xrightarrow{\text{(معکوس)}} \frac{1}{3}$$

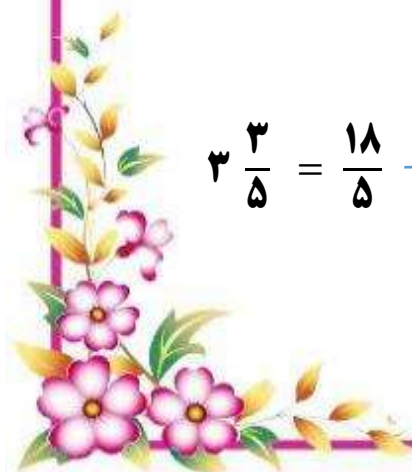
$$\frac{4}{7} \times \frac{7}{4} = \frac{28}{28} = 1$$

$$\frac{7}{3} \times \frac{3}{7} = \frac{21}{21} = 1$$

$$3 \times \frac{1}{3} = \frac{3}{3} = 1$$

اگر بخواهیم معکوس یک عدد مخلوط را مشخص کنیم، ابتدا باید آن را به شکل کسر در آوریم و سپس کسر را معکوس کنیم.

$$3\frac{3}{5} = \frac{18}{5} \xrightarrow{\text{(معکوس)}} \frac{5}{18}$$



پیدا کردن مقدار نامعلوم در تساوی ها:

در تساوی $\frac{3}{5} = \frac{15}{?}$ ، به جای علامت سؤال چه عددی باید نوشت؟

همان طور که ملاحظه می کنید، عدد ۳، پنج برابر شده است، پس باید ۵ هم، پنج برابر شود.

$$\frac{3}{5} = \frac{15}{?}$$

↖ ^{×۳} ↗

به عبارت دیگر، اول ۱۵ را بر ۳ تقسیم می کنیم تا بفهمیم که ۳ چند برابر شده است و سپس ۵ را هم در همان

عدد ضرب می کنیم، برای حل این گونه سؤالات به روش زیر عمل می کنیم:

$$\frac{3}{5} = \frac{15}{?} \quad ? = 5 \times \frac{15}{3} = \frac{5 \times 15}{\cancel{3}_1} = 25$$

نکته: به طور کلی در تساوی دو کسر مانند $\frac{\square}{\triangle} = \frac{?}{\circ}$ برای پیدا کردن مقدار ؟ از رابطه ی زیر استفاده می کنیم.

$$? = \frac{\square \times \circ}{\triangle}$$

تقسیم کسرها:

برای محاسبه ی تقسیم کسرها از راه محاسبه یک روش کلی وجود دارد:

- (۱) کسر اول را می نویسیم.
- (۲) عمل تقسیم را به ضرب تبدیل می کنیم.
- (۳) کسر دوم را معکوس می کنیم (یعنی جای صورت و مخرج را عوض می کنیم).
- (۴) سپس مانند ضرب کسرها، حاصل را به دست می آوریم.

$$\frac{4}{5} \div \frac{2}{7} = \frac{4}{5} \times \frac{7}{2} = \frac{28}{10}$$

(معکوس)
تبدیل به ضرب



محاسبات با کسر:

برای محاسبه ی حاصل کسرهایی که صورت و مخرج آن ها دارای عملیات ریاضی است، مانند مثال زیر عمل

می کنیم:

حاصل عبارت مقابل را حساب کنید.

$$\frac{\frac{2}{3} - \frac{1}{4}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}} =$$

(۱) برای حل چنین سؤالاتی، ابتدا باید عبارت های موجود در صورت و مخرج کسر را به طور جداگانه محاسبه کنیم.

$$\frac{\frac{2}{3} - \frac{1}{4}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}} = \frac{\frac{8}{12} - \frac{3}{12}}{\frac{3}{6} + \frac{2}{6}} = \frac{\frac{5}{12}}{\frac{5}{6}}$$

(۲) برای محاسبه ی عبارت هایی مانند $\frac{\triangle}{\square} \div \frac{\circ}{\diamond}$ کافی است حاصل تقسیم را بدست آوریم.

$$\frac{\frac{2}{3} - \frac{1}{4}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}} = \frac{\frac{8}{12} - \frac{3}{12}}{\frac{3}{6} + \frac{2}{6}} = \frac{\frac{5}{12}}{\frac{5}{6}} = \frac{5}{12} \div \frac{5}{6} = \frac{5}{12} \times \frac{6}{5} = \frac{1}{2}$$

ترتیب عملیات ریاضی:

در انجام عملیات ریاضی باید به ترتیب و اولویت عملیات داده شده دقت کنیم. به طور کلی در یک عبارت

محاسباتی، باید به ترتیب زیر عمل کنیم:

(۱) محاسبه ی پرانتزها از داخلی ترین آن ها

(۲) انجام ضرب یا تقسیم، هر کدام که از چپ به راست عبارت، زودتر دیده شد.

(۳) انجام جمع یا تفریق، هر کدام که از چپ به راست عبارت، زودتر دیده شد.

به مثال زیر دقت کنید:

$$\left(\frac{3}{5} - 2 \frac{11}{15} \right) \div 1 \frac{3}{10} = \frac{13}{15} \div 1 \frac{3}{10} = \frac{13}{15} \div \frac{13}{10} = \frac{13}{15} \times \frac{10}{13} = \frac{2}{3}$$

محاسبه عبارت داخل پرانتز

$$3 \frac{3}{5} - 2 \frac{11}{15} = 1 \frac{3}{5} - \frac{11}{15} = 1 \frac{9}{15} - \frac{11}{15} = \frac{24}{15} - \frac{11}{15} = \frac{13}{15}$$

