

فصل هفتم

آمار و احتمال

جمع آوری داده ها و نمایش داده ها

داده و جدول داده

فرض کنید می خواهیم از میان ۵ نفر که در یک باشگاه بسکتبال ثبت نام کرده اند، بلندقدترین آن ها را انتخاب کنیم. برای این کار، اطلاعات مربوط به نام و اندازه ی قد افراد که داده ها را در آن سازماندهی می کنیم، جدول داده ها گفته می شود.

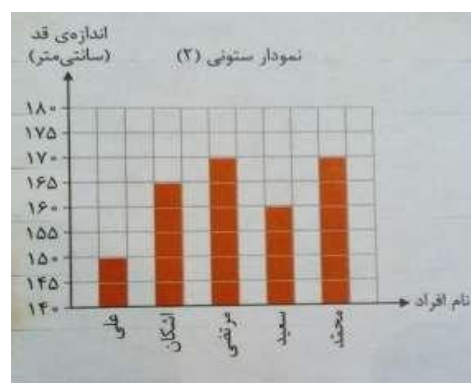
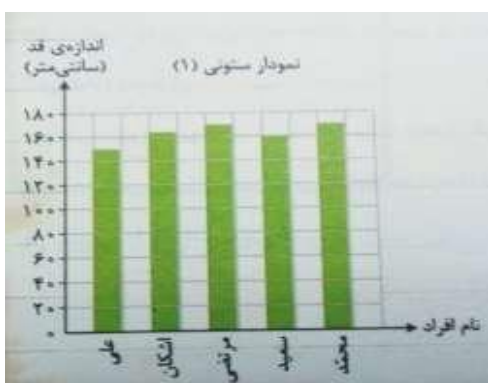
نمودار ستونی

در سال گذشته با نمودار ستونی و نحوه ی رسم آن آشنا شده اید. همان طور که می دانید برای رسم نمودار ستونی، از دو محور عمود برهم استفاده می کنیم که معمولاً روی محور افقی موضوع داده ها و روی محور عمودی، اطلاعات عددی مربوط به داده ها را یادداشت می کنیم.

اما همان طور که در سال گذشته آموختیم، می دانیم که با توجه به کم ترین داده که عدد ۱۵۰ است، می توانیم عددهای روی محور عمودی را از عددی کم تر از آن، مثلاً ۱۴۰ شروع کنیم تا نمایش ستون ها ساده تر و با دقت بیشتری صورت گیرد و بتوانیم راحت تر آن ها را با هم مقایسه کنیم.

همان طور که دیده می شود، در نمودار ستونی شماره ی (۲)، خیلی راحت تر می توان قد افراد را با هم مقایسه کرد، زیرا در نمودار ستونی شماره ی (۱) ارتفاع ستون ها خیلی به هم نزدیک است و مقایسه ی قد افراد، کمی سخت تر صورت می پذیرد.

نکته: از نمودارهای ستونی (۱) و (۲) زمانی استفاده می کنیم که بخواهیم داده ها را با هم مقایسه کنیم و به دنبال پیدا کردن بیش ترین داده یا کم ترین داده باشیم.



نام	اندازه‌ی قد (سانتی‌متر)
علی	150
اشکان	165
مرئضی	170
سعید	160
محمد	170

نمودار دایره ای

با نمودار دایره ای در سال سوم ابتدایی آشنا شده ایم. امسال می خواهیم این نمودار را طور دیگری رسم کنیم. به مثال های زیر، توجه کنید.

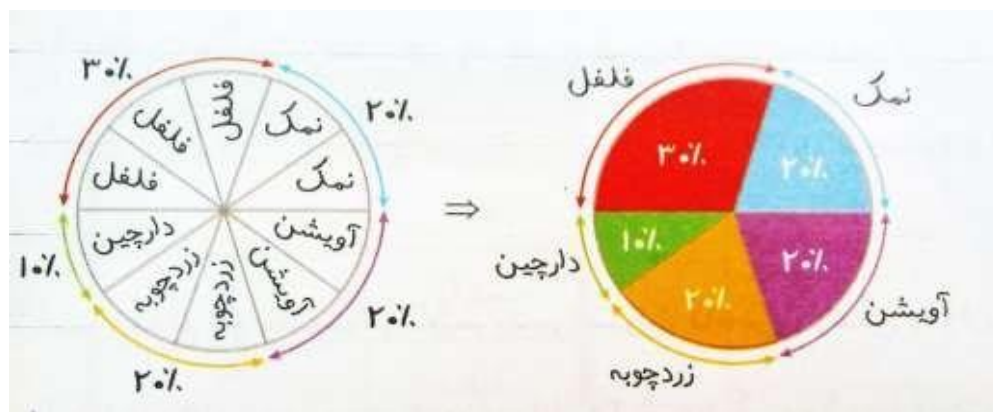
مثال ۱: برای تهیه ی نوعی غذا سنتی، ۲ قاشق غذاخوری نمک، ۳ قاشق غذاخوری فلفل، ۱ قاشق غذاخوری دارچین، ۲ قاشق غذاخوری زردچوبه و ۲ قاشق غذاخوری آویشن استفاده می شود. نمودار دایره ای مربوط به ادویه های استفاده شده در این غذا را رسم کنید.

درصد	نسبت	تعداد قاشق	نوع ادویه
۲۰٪	$\frac{۲}{۱۰}$	۲	نمک
۳۰٪	$\frac{۳}{۱۰}$	۳	فلفل
۱۰٪	$\frac{۱}{۱۰}$	۱	دارچین
۲۰٪	$\frac{۲}{۱۰}$	۲	زردچوبه
۲۰٪	$\frac{۲}{۱۰}$	۲	آویشن
۱۰۰٪	۱	۱۰	مجموع

الف) ابتدا جدول مربوط به مقدار، نسبت و درصد هر یک از ادویه ها را تشکیل می دهیم.

ب) در ستون مربوط به نسبت، نسبت مقدار هر ادویه به کل ادویه ها را می نویسیم و در ستون مربوط به درصد، درصد مربوط به هر نسبت را یادداشت می کنیم.

ج) حالا با توجه به این که تعداد کل قاشق ها ۱۰ تا است، یک دایره رسم و آن را به ۱۰ قسمت مساوی تقسیم می کنیم.

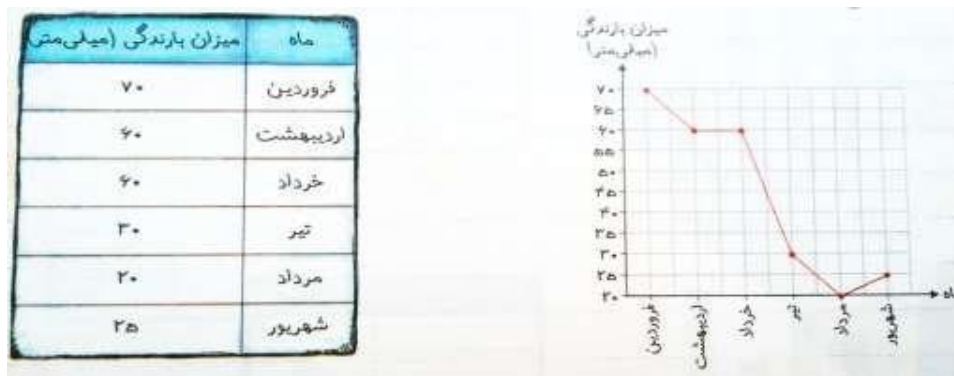


نکته: در نمودار دایره ای، وقتی دایره را تقسیم بندی می کنیم، در هر قسمت، نسبت یکی از داده ها به کل آن ها نمایش داده می شود که آن را به صورت درصد بیان می کنیم.

نمودار خط شکسته

در سال چهارم ابتدایی، با نمودار خط شکسته به طور کامل آشنا شده ایم. دیدیم که برای راحت تر رسم کردن نمودار خط شکسته از یک صفحه ی شطرنجی استفاده می کنیم و روی محور افقی موضوع داده ها و روی محور عمودی اطلاعات عددی را قرار می دهیم. به مثال زیر، توجه کنید.

مثال ۲: نمودار خط شکسته ی مربوط به جدول داده ها ی زیر را رسم کنید و به سؤال ها، پاسخ دهید.



الف) علامت نشان دهنده ی چه چیزی است؟ نشان دهنده ی این است که تغییری در میزان بارش، نداریم.

ب) بین کدام دو ماه متوالی، تغییری در میزان بارش نداریم؟ اردیبهشت و خرداد

ج) علامت نشان دهنده ی چه چیزی است؟ نشان دهنده ی این است که افزایش میزان بارش داریم.

د) بین کدام دو ماه متوالی، افزایش میزان بارش داریم؟ مرداد و شهریور

ه) علامت نشان دهنده ی چه چیزی است؟ نشان دهنده ی این است که کاهش میزان بارش داریم.

و) بین کدام ماه ها، کاهش میزان بارش داریم؟ ماه های فروردین و اردیبهشت، ماه های خرداد و تیر و ماه های تیر و مرداد.

ز) بین کدام دو ماه متوالی، بیش ترین میزان کاهش بارندگی را داریم؟ خرداد و تیر

ح) چرا عددهای روی محور عمودی را از ۲۰ شروع کردیم؟ زیرا کم ترین میزان بارش ۲۰ میلی متر بوده است.

نکته: نمودار خط شکسته، معمولاً برای موضوعاتی استفاده می شود که در آن ها، نمایش تغییرات داده ها، اهمیت دارد.

جمع آوری و نمایش داده های ۲

مربی ورزش از آربین که نماینده ی کلاس بود خواست تا نظر بچه ها را در مورد رشته های ورزشی والیبال، فوتبال، دو، شنا، بسکتبال و هندبال پرسد تا کلاس های تابستانی تشکیل دهند. آربین نظر دانش آموزان را با رسم چوب خط مشخص کرد. با توجه به داده هایی که در زیر مشخص شده است و این که هر دانش آموز فقط می توانست یک رشته ی ورزشی را انتخاب کند، به سؤال های زیر پاسخ دهید.



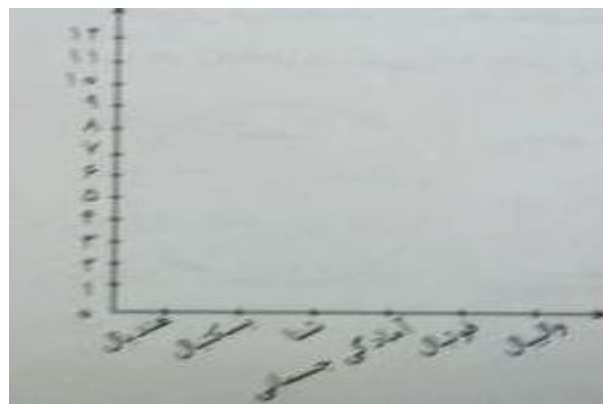
الف) تعداد دانش آموزان این کلاس چند نفر است؟

ب) علاقه مندان به کدام رشته ی ورزشی بیشتر از بقیه است؟

پ) اکنون نمودار زیر را کامل و برای محورهای افقی و عمودی نامی مشخص کنید و داخل مستطیل ها بنویسید.

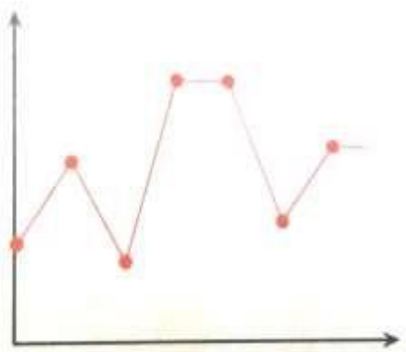
ت) اگر مدرسه بخواهد برای ۳ رشته ی ورزشی کلاس تشکیل دهد چه رشته هایی را انتخاب می کند؟ چرا؟

ث) آیا نظرسنجی از یک کلاس برای تصمیم گیری کافی است؟ چرا؟ ج) تعداد علاقه مندان به کدام رشته های ورزشی با هم برابر است؟

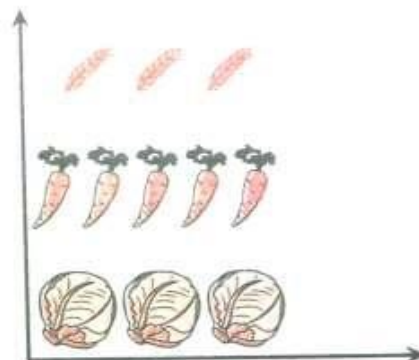


انواع نمودار

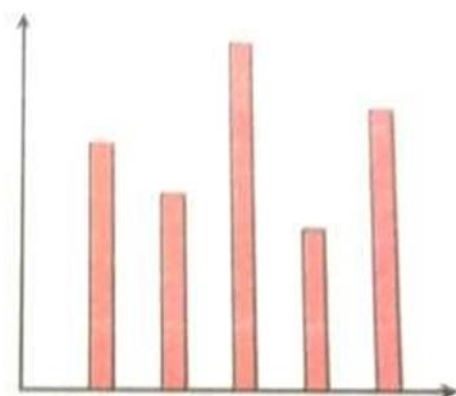
نمودار خط شکسته



نمودار تصویری



نمودار ستونی



نمودار دایره ای



موارد استفاده: برای نمایش و مقایسه ی تعداد،

پیدا کردن کم ترین و بیش ترین

مثال: نمره های یک دانش آموز در آزمون های مختلف

موارد استفاده: برای نمایش نسبت هر بخش به کل با

نوشتن درصد یا کسر کردن

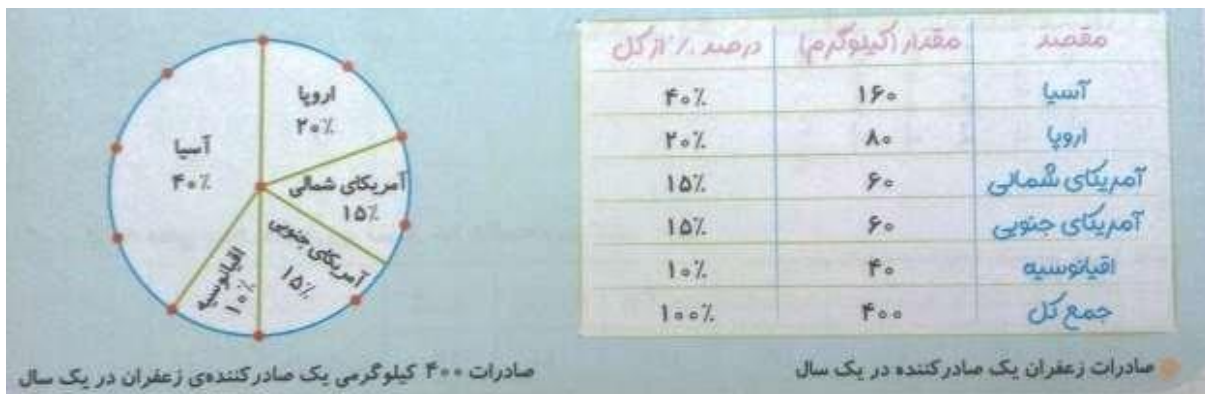
مثال: میزان مخارج یک خانواده

جمع آوری و نمایش داده های ۳

داده ها، مقدارهای عددی هستند که از موضوعات و مطالب مختلف دریافت می کنیم. داده ها را می توان در جدول ها و نمودارها نشان داد. شما با نمایش داده ها با نمودارهای ستونی و خط شکسته آشنا هستید. شما دوستان خوبم می دانید که برای نشان دادن و مقایسه ی داده ها با هم از نمودار ستونی استفاده می کنیم و برای نشان دادن مقدارها و تغییرات آن ها در طول زمان معین، از نمودار خط شکسته استفاده می کنیم .

نمودار دایره ای

نمودار دایره ای علاوه بر نشان دادن مقدارها و مقایسه ی آن ها با هم، مقدار هر یک را از کل آن ها نشان می دهد. مثال: می خواهیم داده های جدول زیر را به وسیله ی نمودار دایره ای نشان دهیم. جمع آن ها (یعنی کل آن ها) برابر با کل صفحه ی دایره ای نمودارهاست.



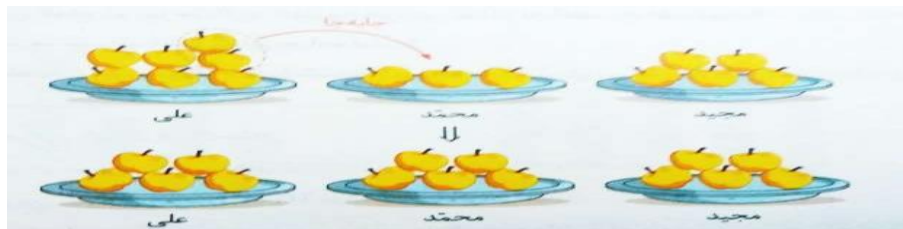
نحوه ی محاسبه ی درصد برای هر قسمت هم همان طور که حدس می زنید، آسان است. مثلاً برای صادرات به اروپا:

$$\frac{80}{400} = \frac{20}{100} = 20\%$$

میانگین

اگر تعدادی سیب را به طور مساوی بین چند نفر تقسیم کنیم، به تعداد سیب هایی که به هر نفر می رسد، میانگین سیب های این چند نفر گفته می شود. به عنوان نمونه، ۲۰ سیب را بین ۵ نفر به طور مساوی تقسیم می کنیم و به هر نفر ۴ سیب می رسد، بنابراین میانگین سیب های این ۵ نفر، ۴ تا می باشد.

مثال ۱: علی ۷ سیب، محمد ۳ سیب و مجید ۵ سیب دارد. میانگین سیب های این ۳ نفر، چقدر است؟



روش اول: منظور از میانگین سیب های این سه نفر، تعداد سیب های مساوی ای است که به هر یک از آن ها می رسد. بنابراین ابتدا تعداد کل سیب های آن ها را محاسبه می کنیم.

$$۱۵ = ۷ + ۳ + ۵ = \text{مجموع سیب های سه نفر}$$

حالا این تعداد سیب را به طور مساوی بین آن ها تقسیم می کنیم.

$$۵ = ۱۵ \div ۳$$

بنابراین میانگین سیب های این سه نفر، ۵ تا می باشد.

روش دوم: می توانیم با جابه جا کردن سیب های آن ها، تعداد سیب های هر سه نفر را با هم برابر کنیم.

همان طور که دیده می شود، بعد از جابه جا کردن ۲ سیب از سیب ها، تعداد سیب های هر یک از آن ها برابر با ۵ تا می شود و این یعنی میانگین سیب های این سه نفر، ۵ تا می باشد. یعنی با گرفتن ۲ سیب از علی و دادن آن به محمد، همگی دارای ۵ سیب هستند.

نکته: الف) برای پیدا کردن میانگین چند عدد، می توانیم مجموع عددها را بر تعدادشان تقسیم کنیم.

$$\text{میانگین یا تعداد عددها} \div \text{مجموع عددها} = \frac{\text{مجموعه اعددها}}{\text{تعداد اعددها}} = \text{میانگین تعداد عددها}$$

ب) به میانگین چند داده، متوسط آن داده ها نیز گفته می شود.

مثال: متوسط عددهای ۷، ۸، ۹، ۱۰ و ۱۱ را پیدا کنید.

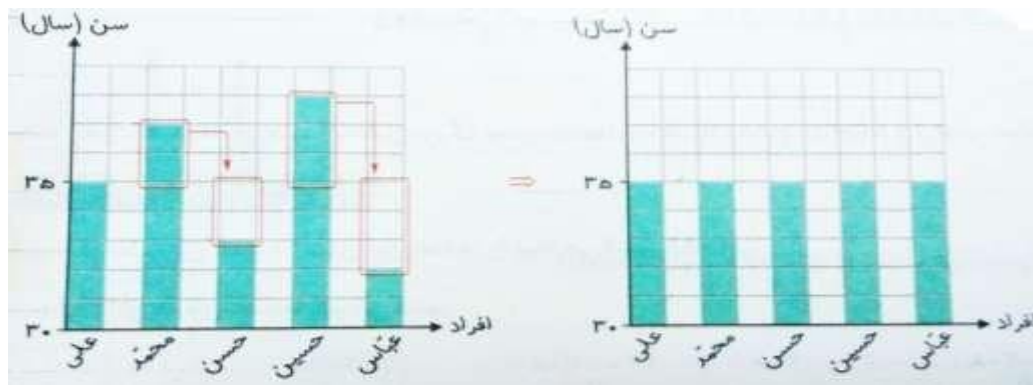
$$\left. \begin{aligned} \text{مجموع عددها} &= ۷ + ۸ + ۹ + ۱۰ + ۱۱ = ۴۵ \\ \text{تعداد عددها} &= ۵ \end{aligned} \right\} \\ \Rightarrow \text{میانگین} = \text{مجموع عددها} \div \text{تعداد عددها} = ۴۵ \div ۵ = ۹$$

محاسبه ی میانگین از روی نمودار ستونی داده ها

اگر نمودار ستونی مربوط به چند داده را داشته باشیم، به کمک آن نیز می توانیم میانگین داده های نمودار را به دست آوریم.

به این ترتیب که می توانیم با بُرش قسمتی از ستون ها و اضافه کردن آن ها به ستونی های دیگر، ارتفاع همه ی ستون ها را یکسان کنیم. عددی که هر ستون نمایش می دهد، میانگین داده ها خواهد بود. به مثال صفحه ی بعد، توجه کنید.

مثال ۳: نمودار ستونی زیر، مربوط به سن ۵ نفر از کارمندان یک شرکت می باشد. به کمک میانگین سن این ۵ نفر را تعیین کنید.



همان طور که مشاهده می شود، ارتفاع هر یک از ستون ها در نمودار سمت راست، عدد ۳۵ را نشان می دهد و این یعنی میانگین سن این ۵ کارمند، ۳۵ سال است.

مثال ۴: در مثال بالا، به کمک داده ها و استفاده از رابطه ی ریاضی، درستی جواب به دست آمده را بررسی کنید. با استفاده از نمودار، سن این ۵ کارمند به صورت زیر می باشد.

سال ۳۲ = عباس و سال ۳۸ = حسین و سال ۳۳ = حسن و سال ۳۷ = محمد و سال ۳۵ = علی

$$\text{میانگین سن} = \frac{\text{مجموع سن افراد}}{\text{تعداد افراد}} = \frac{۳۵ + ۳۷ + ۳۳ + ۳۸ + ۳۲}{۵} = \frac{۱۷۵}{۵} = \frac{۳۵}{۱} = ۳۵$$

نکته: در بعضی از مواقع ممکن است میانگین داده ها، به صورت یک عدد صحیح و کامل به دست نیاید. بلکه ممکن است به صورت اعشاری یا کسری نوشته شود. حتی در بعضی مواقع ممکن است نتوانیم مقدار دقیق میانگین را حساب کنیم و به ناچار، مقدار تقریبی آن را بنویسیم.

مثال ۵: میانگین هر دسته از عددهای زیر را به دست آورید.

$$\begin{aligned} \text{الف) } ۴, ۷, ۹ &\Rightarrow \text{میانگین} = \frac{۴ + ۷ + ۹}{۳} = \frac{۲۰}{۳} = ۶\frac{۲}{۳} \\ \text{ب) } ۷, ۹, ۱, ۱ &\Rightarrow \text{میانگین} = \frac{۷ + ۹ + ۱ + ۱}{۴} = \frac{۱۸}{۴} = ۴\frac{۲}{۴} = ۴\frac{۱}{۲} = ۴\frac{۱}{۲} \end{aligned}$$

یک روش بسیار جالب برای محاسبه ی میانگین چند عدد

به داده های مقابل، توجه کنید ۳۳۰ و ۳۴۰ و ۳۲۲ و ۳۰۸ اگر بخواهیم میانگین این داده ها را به دست آوریم، با توجه به آن چه قبلا آموخته ایم، می نویسیم:

$$\text{میانگین} = \frac{\text{مجموع عددها}}{\text{تعداد عددها}} = \frac{308 + 322 + 340 + 330}{4} = \frac{1300}{4} = \frac{325}{1} = 325$$

همان طور که دیده می شود، به دلیل بزرگ بودن داده ها، محاسبات قدری پیچیده و سخت خواهد بود. در چنین مواردی، می توان از روش زیر، کمک گرفت.

الف) کوچک ترین عدد در میان این عددها را پیدا می کنیم (۳۰۸)
ب) آن را از همه ی عددها کم می کنیم.

$$308 - 308 = 0, \quad 322 - 308 = 14, \quad 340 - 308 = 32, \quad 330 - 308 = 22$$

ج) میانگین عددهای جدید را به دست می آوریم.

$$\text{میانگین عددهای جدید} = \frac{0 + 14 + 32 + 22}{4} = \frac{68}{4} = \frac{17}{1} = 17$$

د) میانگین عددهای جدید را به کوچک ترین عدد (۳۰۸) اضافه می کنیم تا میانگین اصلی به دست آید.

$$\text{میانگین اصلی} = 308 + 17 = 325$$

مثال ۶: متوسط عددهای زیر را به دست آورید.

$$38, 40, 45, 39, 42$$

$$38, 40, 45, 39, 42 \xrightarrow{-38} 0, 2, 7, 1, 4$$

$$\text{میانگین} = \frac{38 + 2/8 = 40/8}{5} = \frac{0 + 2 + 7 + 1 + 4}{5} = \frac{14}{5} = \frac{24}{5} = \frac{28}{10} = 2/8$$

نکته: با داشتن میانگین و تعداد اعداد، می توان مجموع آن ها را از رابطه ی زیر، به دست آورد.

$$\text{تعداد} \times \text{میانگین} = \text{مجموع}$$

مثال ۷

الف) متوسط ۷ عدد مختلف، برابر ۹ شده است. مجموع آن ها چند است؟

$$\text{مجموع} = \text{تعداد} \times \text{میانگین} = 9 \times 7 = 63$$

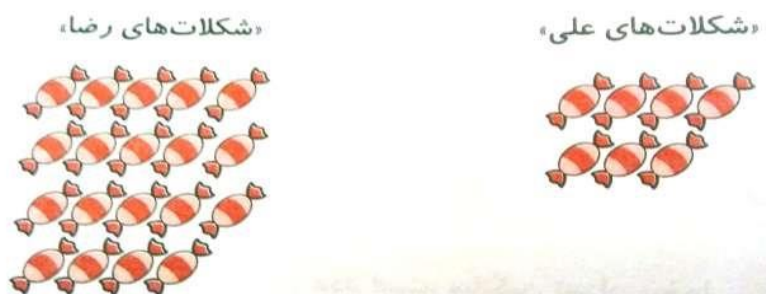
ب) اگر مجموع شش تا از این اعداد ۵۰ باشد، عدد هفتم، چند خواهد بود؟

$$13 = 63 - 50 = ? \Rightarrow \text{عدد هفتم} + \text{مجموع شش عدد} = \text{مجموع هفت عدد}$$

$$13 = 63 - 50 = ?$$

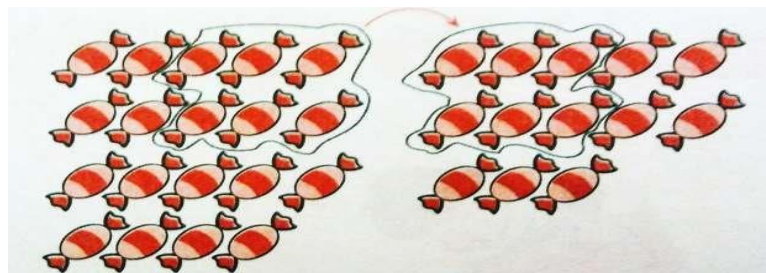
میانگین ۲

پدر علی و رضا تعدادی شکلات خریده بود. علی ۷ شکلات و رضا ۱۹ شکلات برداشت. اما پدر از رضا خواست که تعدادی از شکلات هایش را به برادرش بدهد تا هر دو به یک اندازه شکلات داشته باشند. رضا چقدر از شکلات هایش را باید به علی بدهد تا شکلات هایشان برابر شود؟



پیشنهاد علی:

بهتر است یکی یکی از شکلات های رضا برداریم و به شکلات های من اضافه کنیم تا تعدادشان برابر شود.



پیشنهاد رضا:

ما می توانیم اختلاف شکلات هایمان را حساب کنیم و آن را بر ۲ تقسیم کنیم:

$$۱۲ = ۱۹ - ۷ : \text{اختلاف شکلات ها}$$

$$۱۲ \div ۲ = ۶ : \text{رضا ۶ شکلات باید به علی بدهد}$$

$$۱۳ = ۱۹ - ۶ : \text{تعداد شکلات های رضا}$$

$$۱۳ = ۷ + ۶ : \text{تعداد شکلات های علی}$$

پیشنهاد پدر:

بهتر است مجموع شکلات هایمان را تقسیم بر ۲ کنید تا میانگین شکلات ها مشخص شود و متوجه بشوید که هر کدام باید چند شکلات داشته باشید.

$$۲۶ = ۱۹ + ۷ : \text{مجموع شکلات هر ۲ نفر}$$
$$۱۳ = ۲۶ \div ۲ : \text{تعداد شکلات هایی که هر کدام باید داشته باشند}$$
$$۶ = ۱۹ - ۱۳ : \text{رضا باید ۶ شکلات به علی بدهد}$$

احتمال

احتمال

در سال گذشته، آموختیم که می توان برای بیان احتمال رخ دادن یک اتفاق، از عبارت های « به احتمال کم تر»، « به احتمال بیش تر»، « به احتمال برابر»، « به طور حتم اتفاق نمی افتد » و « به طور حتم اتفاق می افتد » استفاده نمود. امسال نیز از همین عبارت ها برای بیان احتمال رخ دادن یک اتفاق، استفاده کنیم. به نمونه های زیر، توجه کنید.

(الف) یک مثلث، به طور حتم سه ضلع دارد.

(ب) هوا ابری است، به احتمال بیش تر باران بیارد.

(ج) من خیلی کم درس خوانده ام، به احتمال کم تر در امتحان فردا نمره ی خوبی بیاورم.

(د) به احتمال برابر در مصاحبه ی امروز، قبول می شوم. (یعنی امکان قبول شدن و قبول نشدن من در مصاحبه امروز، با هم مساوی است)

(ه) به طور حتم نمی توانم در مدت ده دقیقه، خودم را به فرودگاه برسانم.

مثال ۱: در کیسه ی زیر، تعدادی مهره ی آبی، قرمز و سبز وجود دارد. بدون نگاه کردن به داخل کیسه، یک مهره از آن خارج می کنیم. احتمال رخ دادن هر یک از اتفاق ها را با علامت مشخص کنید.



به طور حتم		به طور حتم		اتفاق
اتفاق نمی افتد	احتمال کم تر	احتمال برابر	احتمال بیش تر	
	*			مهره سبز باشد
	*			مهره آبی باشد
		*		مهره قرمز باشد
			*	مهره آبی نباشد
*				مهره سیاه باشد
			*	مهره آبی، قرمز یا سبز باشد

بازی شانسی عادلانه

به بازی هایی که نتیجه ی (وضعیت برد یا باخت) آن از قبل مشخص نیست، بازی های شانسی گفته می شود و به بازی های شانسی ای که احتمال برد و باخت در آن ها با هم برابر می باشد، بازی های شانسی عادلانه گفته می شود. به عنوان نمونه، بازی های زیر، همگی شانسی عادلانه هستند.

الف) از کیسه ی زیر، بدون نگاه کردن به داخل آن یک مهره خارج می کنیم. اگر « قرمز » باشد، بازیکن اول برنده است و اگر « سبز » باشد، بازیکن دوم.



ب) چرخنده ی روبه رو را می چرخانیم، اگر عقربه روی رنگ « آبی » بایستد، نفر اول برنده است و اگر روی رنگ « قرمز » بایستد، نفر دوم.



احتمال ۲

احتمال پیش آمدن هر کدام از اتفاق های زیر چقدر است؟ آن را مانند نمونه به کلمه ی مناسب وصل کنید.

احتمال این که:

• فردا آسمان ابری باشد.	• وقتی تاس را می اندازیم عدد زوج بیاید.	• بعد از چهارشنبه، دوشنبه باشد.
• حتمی	• احتمال برابر	• غیرممکن
• ممکن	• امکان کم است.	
• تولد کسی ۳۰ اسفند باشد	• در فصل پاییز برگ هیچ درختی نریزد.	• بعد از اردیبهشت خرداد باشد.

مسابقه با چشم های بسته!!

زنگ ورزش پدram و پرهام تصمیم گرفتند با چشم های بسته، توپ را در حلقه پرتاب کنند. پدram ۵ پرتاب انجام داد و ۴ توپ را در حلقه انداخت و پرهام از ۹ پرتاب خود ۴ توپ را در حلقه انداخت.

آیا می توانیم برنده را اعلام کنیم؟ چرا؟

در این بازی به دلیل بسته بودن چشم پدرام و پرهام، برنده شدن به شانس آن ها بستگی داشت. در بازی های شانسی باید شرایط برای بازیکنان یکسان باشد در غیر این صورت مانند این بازی می گوییم که شرایط عادلانه و یا بازی هم شانس نبوده است. زیرا تعداد پرتاب ها با هم تفاوت داشتند.

بعضی از اتفاقات هستند که نتیجه ی آن ها از قبل مشخص است. برای مثال اگر مقداری آب را به اندازه ی معینی حرارت دهیم، آب به بخار تبدیل می شود. در مقابل، نتیجه ی برخی اتفاقات را نمی توان از قبل به دقت تعیین کرد و فقط پس از انجام تجربه نتیجه مشخص می شود. برای مثال وقتی سکه ای را به هوا پرتاب می کنیم، این سکه در فرود آمدن رو یا پشت می نشیند.

از اتفاق های زیر کدام حتمی، ممکن و غیرممکن است؟
احتمال این که بذر بکاریم و لوبیا سبز شود.
احتمال این که فردا معلم بیمار شود و به مدرسه نیاید.

احتمال این که وقتی سنگی را پرتاب می کنیم این سنگ به زمین بیفتد.

احتمال ۳

شما عزیزانم با مفهوم احتمال آشنا هستید. امکان رخ دادن یک پدیده را می توان به شکل های مختلف بیان کرد:
حتمی: حتما اتفاق می افتد. % ۱۰۰ اتفاق می افتد، احتمال آن ۱ است ... (مثل کم شدن زمان مسافرت با افزایش سرعت وسیله ی نقلیه)

به احتمال زیاد: احتمالش بالای $\frac{1}{2}$ یا % ۵۰ است، به احتمال زیاد اتفاق می افتد... (در پرتاب تاس عدد ۲ یا ۳ یا ۴ یا ۵ بیاید).
ممکن:
به احتمال کم: احتمالش کم تر از $\frac{1}{2}$ یا % ۵۰ است، به احتمال کم اتفاق می افتد... (در پرتاب تاس عدد ۱ یا ۲ بیاید).

پنجاه پنجاه: منظور از آن احتمال یا % ۵۰ درصد است، احتمال اتفاق افتادن یا نیافتادن مساوی است. (در پرتاب تاس عدد زوج یا فرد بیاید)

غیرممکن: احتمالش صفر است، قطعاً اتفاق نمی افتد، امکان ندارد اتفاق بیفتد. (در پرتاب تاس، عدد دورقمی بیاید یا با افزایش سرعت وسیله ی نقلیه، زمان سفر زیاد شود)

مسابقه ی عادلانه

از احتمال برای طراحی بازی ها و مسابقات عادلانه استفاده می شود. یعنی قوانین مسابقه طوری طراحی می شوند که احتمال برنده شدن افراد یا تیم ها برابر باشد و برنده شدن آن ها فقط به توانایی و تلاش آن ها بستگی داشته باشد.