

فصل ششم

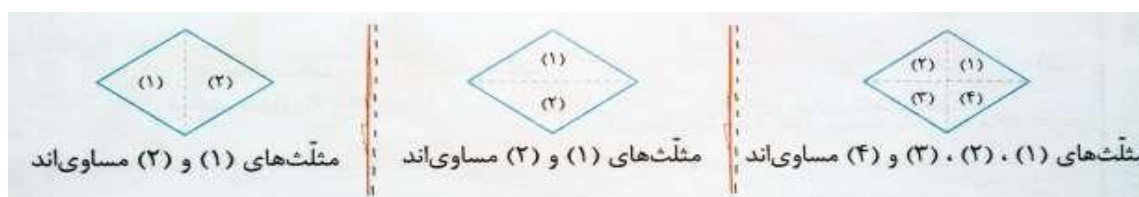
اندازه گیری

مساحت لوزی و ذوزنقه

مساحت لوزی

برای پیدا کردن مساحت یک لوزی، نیاز داریم که برخی از ویژگی های لوزی را یادآوری کنیم.

الف) قطرهای خط تقارن لوزی هستند، بنابراین هر قطر، آن را به دو مثلث مساوی و در نتیجه دو قطر، آن را به چهار مثلث مساوی تقسیم می کند.



ب) قطرهای لوزی بر یک دیگر عمودند و یک دیگر را نصف می کنند.

مساحت لوزی

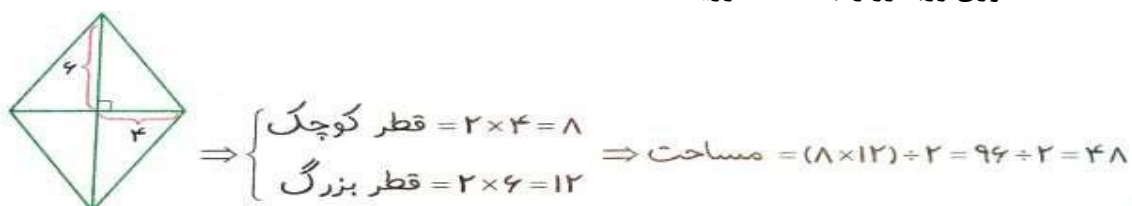
با استفاده از رابطه ی زیر، به دست می آید.

$$2 \div (\text{قطر بزرگ} \times \text{قطر کوچک}) = \text{مساحت}$$

لوزی یا به زبان ساده تر، مساحت لوزی برابر است با

« نصف حاصل ضرب دو قطر »

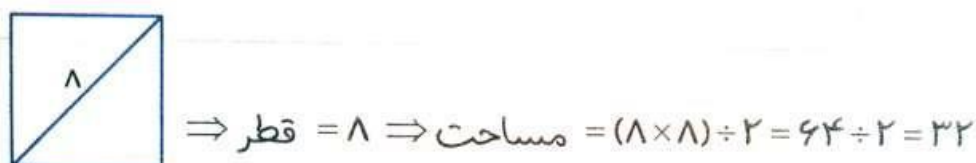
مثال ۱: مساحت لوزی روبه رو را به دست آورید.



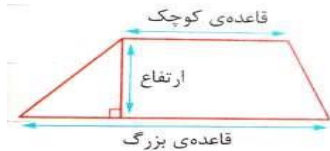
نکته : می دانیم، مربع همان لوزی است که قطرهای برابر دارد. بنابراین اگر اندازه ی یک قطر مربع را داشته باشیم، می توانیم مساحت آن را به صورت زیر، به دست آوریم.

$$2 \div (\text{قطر} \times \text{قطر}) = \text{مساحت}$$

مربع مثال ۲: مساحت مربع روبه رو را به دست آورید.



مساحت ذوزنقه

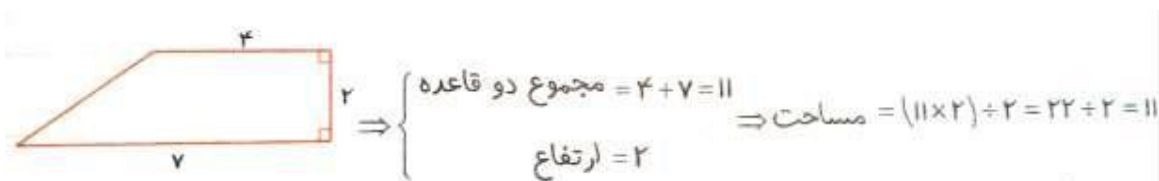


به ذوزنقه زیر و اجزای تشکیل دهنده ی آن، توجه کنید.

با داشتن اندازه های مشخص شده روی شکل، می توان مساحت ذوزنقه را از رابطه ی زیر، به دست آورد.

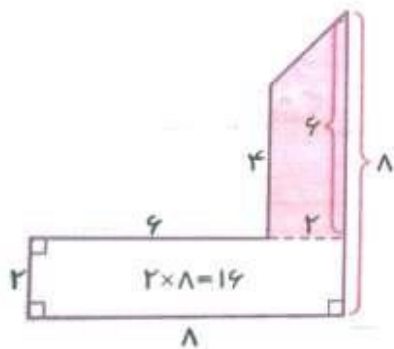
$$\text{مساحت} = \frac{2}{\text{ارتفاع}} \times (\text{مجموع دو قاعده})$$

مثال ۱: مساحت ذوزنقه ی زیر را پیدا کنید.



نکته: در بسیاری از مواقع، برای پیدا کردن مساحت یک شکل، باید آن را به شکل هایی که مساحت آن ها را می توانیم حساب کنیم، تقسیم بندی کنیم و مساحت های به دست آمده را باهم جمع کنیم.

مثال ۲: مساحت شکل زیر را پیدا کنید. شکل را به یک مستطیل و یک ذوزنقه تقسیم می کنیم.



$$\text{مساحت مستطیل} = 2 \times 8 = 16$$

$$\text{مساحت ذوزنقه} = \frac{(6 + 4) \times 2}{2} = 20 \div 2 = 10$$

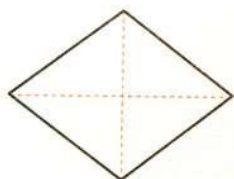
$$\text{مساحت کل شکل} = 16 + 10 = 26$$

بنابراین مساحت کل شکل برابر است با ۲۶

تقسیم بندی ای که با تعداد شکل های کم تری ما را به جواب برساند، تقسیم بندی مناسب است.

مساحت لوزی و دوزنقه ی ۲

امروز آموزگار می خواست مساحت لوزی را آموزش دهد. او از دانش آموزان خواست تا بر روی مقوا یک لوزی با اندازه های زیر رسم کنند.



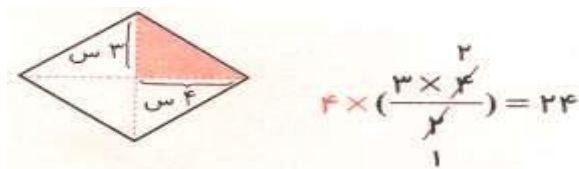
۸ سانتی متر : قطر بزرگ

۶ سانتی متر : قطر کوچک

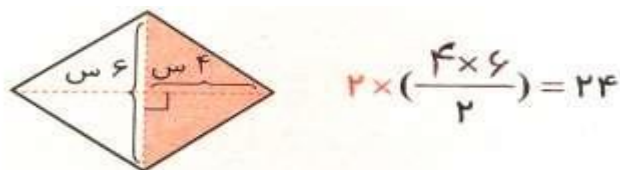
با توجه به این که دانش آموزان در پایه های سوم و چهارم با مساحت شکل های زیر آشنا شده بودند هر کدام به روش های متفاوتی پاسخ را به دست آوردند که در شکل های زیر آن ها را مشاهده می کنیم.

| «کلاس سوم» | | «کلاس چهارم» | |
|------------|----------------------|----------------|---------------------------------------|
| نام شکل | روش محاسبه ی مساحت | نام شکل | روش محاسبه ی مساحت |
| مربع | خودش \times یک ضلع | متوازی الاضلاع | ارتفاع \times قاعده |
| مستطیل | عرض \times طول | مثلث | $\frac{1}{2}$ (ارتفاع \times قاعده) |

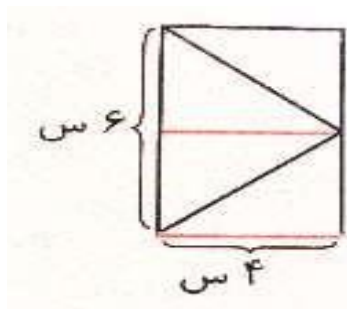
روش ساسان: او مساحت یک مثلث را حساب کرد و آن را ۴ برابر کرد تا مساحت لوزی را به دست آورد.



روش سروش: او مساحت مثلث سمت راست را حساب کرد و آن را ۲ برابر کرد.



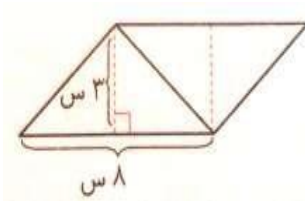
روش علی: او لوزی را از روی قطرهایش برش داد و آن را به شکل مستطیل درآورد:



طول مستطیل = قطر کوچک لوزی \times عرض مستطیل = $\frac{1}{2}$ قطر بزرگ

بنابراین: $6 \times \dots = \dots$

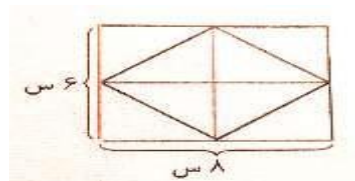
روش مهدی: او لوزی را از روی قطرهایش داد و با مثلث‌های به وجود آمده یک متوازی‌الاضلاع درست کرد.



قاعده‌ی متوازی‌الاضلاع = لوزی ارتفاع متوازی‌الاضلاع = $\frac{1}{2}$ لوزی

بنابراین = ×

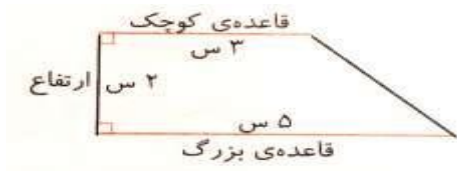
روش نیما: او با استفاده از ۲ لوزی هم‌اندازه، یک مستطیل ساخت و بعد از این که مساحت مستطیل را حساب کرد، پاسخ را تقسیم بر ۲ کرد. دلیل کار او را بنویسید.



معلم گفت: آفرین بچه‌ها! همه‌ی روش‌ها درست است. پس می‌توانیم بگوییم:

$$\text{مساحت لوزی} = \frac{\text{قطر کوچک} \times \text{قطر بزرگ}}{2}$$

در شکل زیر یک ذوزنقه‌ی قائم‌الزاویه می‌بینید. به اجزای آن دقت کنید.

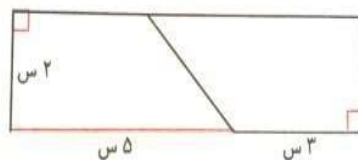


برای به دست آوردن مساحت آن ذوزنقه‌ی دیگری به همان اندازه رسم کردیم و مستطیل زیر را ساختیم.

طول مستطیل = قاعده‌ی بزرگ +

عرض مستطیل =

مساحت مستطیل = طول × عرض



آیا بعد از این که مساحت مستطیل را به دست آوردیم، باید پاسخ را تقسیم بر ۲ کنیم؟ چرا؟

$$\text{مساحت ذوزنقه} = \frac{\text{ارتفاع} \times (\text{قاعده‌ی بزرگ} + \text{قاعده‌ی کوچک})}{2}$$

$$\Rightarrow \text{مساحت ذوزنقه} = \frac{(5+3) \times \frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} = 8 \text{ سانتی‌متر مربع}$$

مساحت لوزی و ذوزنقه ۳

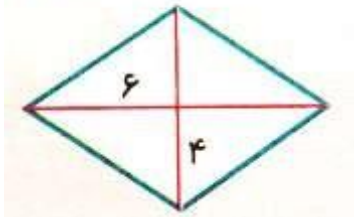
مساحت لوزی

برای محاسبات مساحت لوزی به اندازه ی قطرهای آن نیاز داریم؛ رابطه ی مساحت لوزی عبارت است از:

مثال: اندازه ی قطرهای لوزی مقابل ۶ و ۴ سانتی متر است.

پس مساحت آن برابر است با:

$$۲ \div (\text{قطر} \times \text{قطر})$$



$$\text{سانتی متر مربع } ۱۲ = ۲ \div (۶ \times ۴)$$

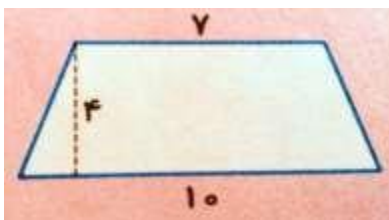
مساحت ذوزنقه

برای محاسبه ی مساحت ذوزنقه به اندازه ی هر دو قاعده (یعنی آن ضلع هایی که با هم موازی هستند) و هم چنین به اندازه ی ارتفاع آن (یعنی پاره خطی که به این دو قاعده عمود می شود) نیاز داریم. رابطه ی محاسبه مساحت ذوزنقه عبارت است از:

$$۲ \div (\text{ارتفاع} \times \text{مجموع دو قاعده})$$

مثال: اندازه ی قاعده های ذوزنقه ی زیر ۷ و ۱۰ سانتی متر و اندازه ی ارتفاع آن ۴ سانتی متر است.

پس مساحت آن برابر است با:



$$\text{سانتی متر مربع } ۳۴ = ۲ \div \left(\overset{۱۰+۷}{\text{}} \times ۴ \right)$$

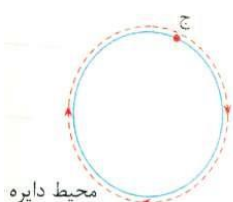
نکته: مربع هم نوعی لوزی است که قطرهای برابر دارد. پس می توان مساحت مربع را از رابطه ی مساحت لوزی هم محاسبه کرد.

نکته: ذوزنقه چند نوع است که مساحت همه ی آن ها از رابطه مساحت ذوزنقه به دست می آید.



محیط دایره

محیط دایره



همان طور که گفته شد، منظور از محیط یک شکل هندسی، این است که دورتادور آن شکل را اندازه بگیریم. در مورد دایره نیز، همین کار را انجام می دهیم. برای انجام این کار، یک نقطه را روی دایره مشخص می کنیم و از آن جا به کمک یک متر نواری، شروع به اندازه گیری دور دایره می کنیم تا به نقطه ی اول باز گردیم. در واقع طول هر دور دایره، برابر با محیط آن دایره می باشد.

پیدا کردن محیط تقریبی دایره

اگر بخواهیم محیط تقریبی یک دایره را به دست آوریم، می توانیم تعدادی نقطه روی آن در نظر بگیریم و آن ها را به طور متوالی (پشت سرهم) با پاره خط، به یک دیگر وصل کنیم و سپس محیط چندضلعی ایجاد شده را محاسبه کنیم.



همان طور که دیده می شود، هر چه تعداد نقاطی که روی دایره انتخاب می کنیم، بیش تر باشد، محیط چندضلعی به دست آمده، به محیط دایره نزدیک تر می شود.

معرفی عدد پی (π)

اگر یک دایره ی دلخواه رسم کنید و اندازه ی قطر و محیط آن را به دست آورید، خواهید دید که نسبت محیط دایره به قطر دایره، همواره عددی ثابت است که تقریباً برابر با $3/14$ می باشد. به این عدد ثابت، عدد «پی» گفته می شود و آن را با نماد « π » نمایش می دهند.

$$\frac{\text{محیط دایره}}{\text{قطر دایره}} = 3/14 = \pi$$

به عبارت دیگر، محیط دایره، تقریباً $3/14$ برابر قطر آن است.

نکته: اگر شعاع یا قطر یک دایره را داشته باشیم، می توانیم محیط آن را از طریق رابطه های زیر، به دست آوریم.

$$\text{محیط دایره} = 2 \times \text{شعاع} \times 3/14 \quad \text{یا} \quad \text{محیط دایره} = \text{قطر} \times 3/14$$

مثال ۱: محیط دایره ای به شعاع ۳ متر، چند متر است؟

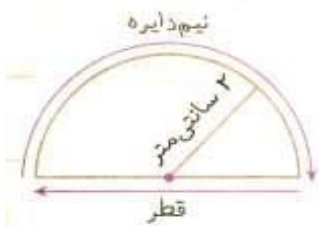
$$\text{متر} = 2 \times 3 \times 3 / 14 = 4 \times 3 / 14 = 12 / 14 = 6 / 7$$

مثال ۲: محیط دایره ای به قطر ۸۰۰ سانتی متر، چند سانتی متر است؟

$$\text{سانتی متر} = 800 \times 3 / 14 = 2400 / 14 = 1200 / 7$$

مثال ۳: محیط شکل زیر را به دست آورید.

محیط این شکل، از دو قسمت تشکیل شده است. یکی قطر دایره و دیگری، نیمی از دور دایره می باشد.



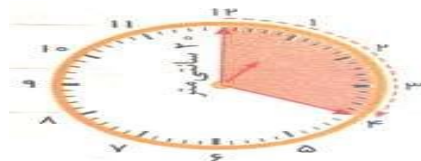
$$\text{سانتی متر} = 2 \times 2 = 4 \text{ قطر دایره}$$

$$\text{سانتی متر} = \frac{1}{2} \times 2^2 \times 2 \times 3 / 14 = 2 \times 3 / 14 = 6 / 7 \text{ محیط نیم دایره}$$

$$\text{سانتی متر} = 4 + 6 / 7 = 34 / 7 \text{ محیط شکل}$$

تعیین میزان حرکت نوک عقربه ی دقیقه شمار ساعت

به ساعت زیر، توجه کنید. وقتی عقربه ی دقیقه شمار شروع به حرکت می کند، نوک عقربه روی محیط دایره ی ساعت حرکت خواهد کرد. برای این که تشخیص دهیم در یک مدت زمان مشخص، نوک عقربه ی دقیقه شمار، چه قدر حرکت کرده است، به صورت زیر، عمل می کنیم.



الف) طول دقیقه ی عقربه شمار (شعاع دایره ساعت) را به دست می آوریم.

ب) محیط دایره ی ساعت را به دست می آوریم. (مسافتی که نوک عقربه، در یک دور طی می کند)

ج) مدت زمان داده شده را به صورت کسری از ساعت می نویسیم.

د) کسر به دست آمده را در محیط دایره ساعت، ضرب می کنیم.

نکته: یک راه سریع، برای پیدا کردن میزان حرکت نوک عقربه ی دقیقه شمار در یک مدت زمان مشخص، استفاده از جدول تناسب زیر است.

| | |
|----------|-----------------|
| ۶۰ | محیط دایره ساعت |
| مدت زمان | مسافت طی شده |

دقت داشته باشید که در جدول روبه رو، مدت زمان، حتما باید بر حسب دقیقه باشد.

مثال ۴: پس از گذشت ۱ ساعت و ۲۰ دقیقه، نوک عقربه ی دقیقه شمار ساعت زیر، چند میلی متر حرکت می کند؟



دقیقه ۸۰ = ۱ ساعت و ۲۰ دقیقه

میلی متر $3768 = 2 \times 600 \times \frac{3}{14}$ محیط دایره ی ساعت

| | |
|----------------|------|
| $\frac{3}{60}$ | ۳۷۶۸ |
| $\frac{A}{60}$ | ? |

$$\Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{3768}{?} \Rightarrow ? = 4 \times 1256 = 5024 \text{ میلی متر}$$

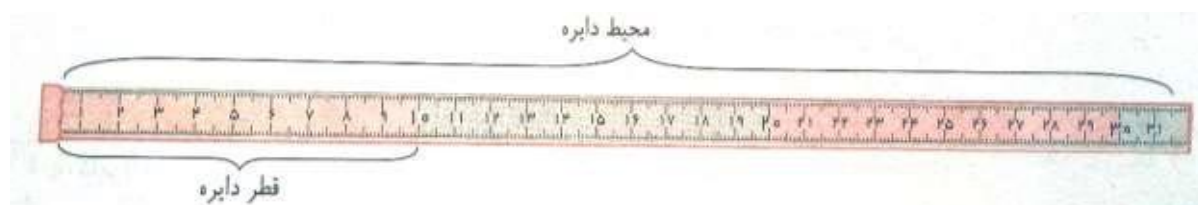
محیط دایره ی ۲

آموزگار از دانش آموزان کلاس پنجم خواست که روی مقوا دایره ای به قطر ۱۰ سانتی متر رسم کنند. آن ها باید دهانه ی پرگار را چند سانتی متر باز کنند؟

سپس به آن ها گفت که بعد از بریدن دایره، با استفاده از متر خیاطی دور تا دور آن را اندازه بگیرند. محیط دایره در حدود ۳۱ سانتی متر بود.

محیط دایره به طور تقریبی چند برابر قطر آن است؟

مقدار این عدد $\frac{3}{14}$ است که به آن عدد پی می گوئیم.



اگر قطر دایره را به طور تقریبی ۳ برابر کنیم؛ یعنی در عدد پی ($\frac{3}{14}$) ضرب کنیم، محیط دایره به دست می آید.

$$\text{محیط دایره} = \text{قطر} \times \text{عدد پی} \left(\frac{3}{14}\right)$$

محیط دایره ی ۳

برای محاسبه ی اندازه ی محیط دایره، به اندازه ی قطر دایره و هم چنین عدد تقریبی $3/14$ نیاز داریم. به این عدد، «عدد پی» می گوئیم. عدد پی در واقع نسبت تقریبی محیط دایره به قطر آن است. رابطه ی محاسبه ی محیط دایره عبارت است از:

$$\text{محیط دایره} = \text{قطر} \times 3/14$$

مثال: قطر دایره مقابل ۸ سانتی متر است. پس اندازه ی محیط دایره تقریباً برابر است با:

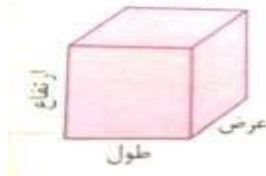


$$8 \times 3/14 = 25/14 \text{ سانتی متر مربع}$$

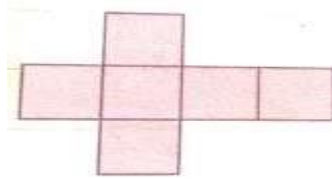
$$\begin{array}{r} 3/14 \\ \times 8 \\ \hline 25/14 \end{array}$$

حجم مکعب مستطیل

مکعب (چینه) به شکل زیر، مکعب (چینه) گفته می شود. اندازه ی طول، عرض و ارتفاع مکعب با هم برابر می باشد.

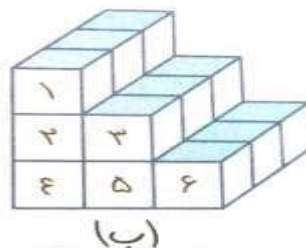
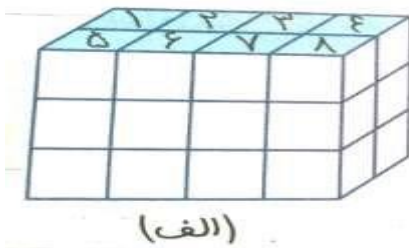


شکل باز شده ی (گسترده ی) مکعب، به صورت زیر می باشد.



همان طور که دیده می شود، هر مکعب، از ۶ مربع مساوی تشکیل شده است.

مثال ۱: حجم کدام یک از شکل های زیر، بیش تر است؟



شکل الف از ۳ ردیف ۸ تایی مکعب ساخته شده است. بنابراین:

$$\text{حجم مکعب} = 3 \times 8 = 24$$

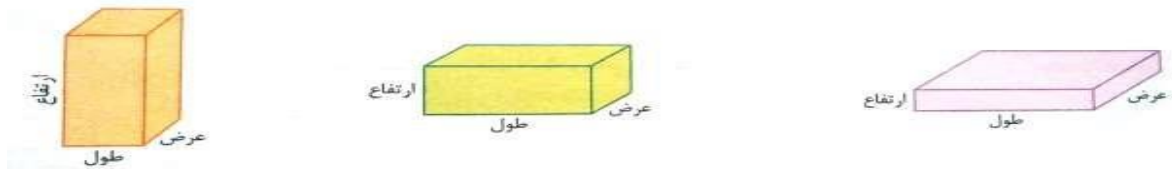
شکل ب از ۳ ردیف ۶ تایی مکعب ساخته شده است. پس:

$$\text{حجم مکعب} = 3 \times 6 = 18$$

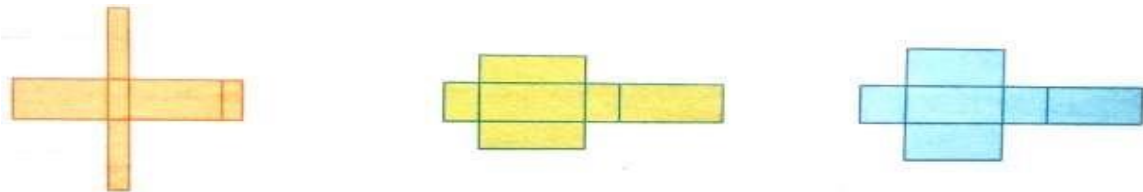
بنابراین حجم شکل (الف) بیش تر است.

مکعب مستطیل

به شکل های زیر، توجه کنید. به هر یک از این شکل ها مکعب مستطیل گفته می شود.

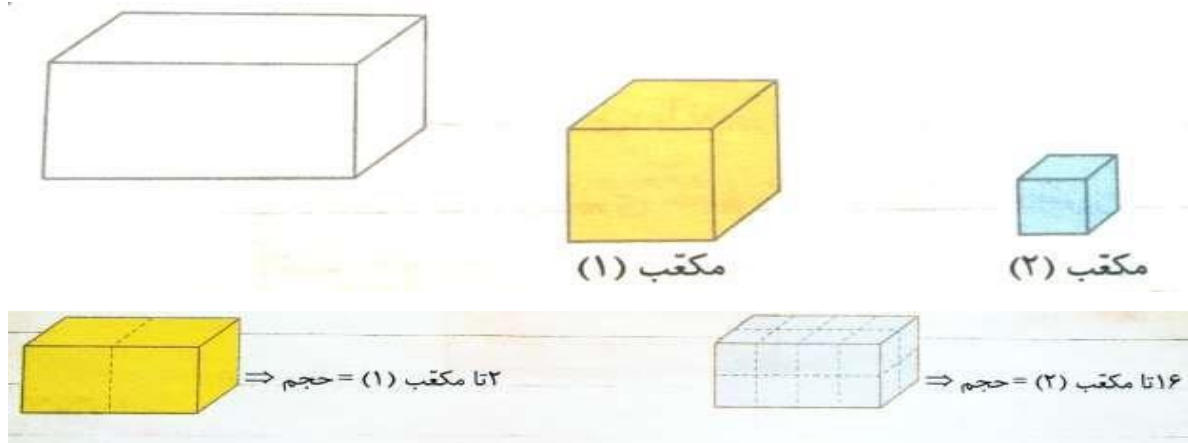


شکل باز شده ی (گسترده ی) مکعب مستطیل، حداقل از چهار مستطیل تشکیل شده است. مانند:



واحد حجم (مکعب واحد)

به مکعب مستطیل زیر، توجه کنید. می خواهیم حجم این مکعب مستطیل را با دو نوع مکعب روبه رو، به دست آوریم.

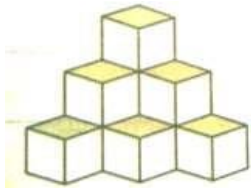



همان طور که دیده می شود برای یک شکل، دو عدد مختلف برای حجم به دست آمده است. زیرا با دو مکعب مختلف حجم آن را اندازه گرفته ایم. بنابراین باید یک مکعب را به عنوان مکعب واحد (واحد حجم) در نظر بگیریم و حجم همه ی اجسام را با آن اندازه گیری کنیم تا برای هر جسم، یک عدد مشخص به عنوان حجم به دست آید.

مکعب واحد، یک مکعب به طول، عرض و ارتفاع یک سانتی متر است که حجم آن برابر با یک سانتی متر مکعب می باشد.

1 سانتی متر

$$1 \text{ سانتی متر مکعب} = 1 \times 1 \times 1 = \text{حجم مکعب واحد} \Rightarrow$$



مثال ۲: اگر هر  نشان دهنده‌ی یک مکعب واحد باشد حجم شکل زیر چند سانتی متر

این شکل از ۱۰ مکعب واحد ساخته شده است. پس:

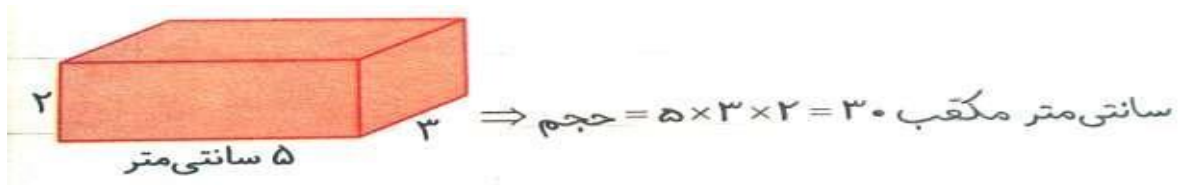
۱۰ سانتی متر مکعب = ۱۰ مکعب واحد = حجم شکل

حجم مکعب مستطیل

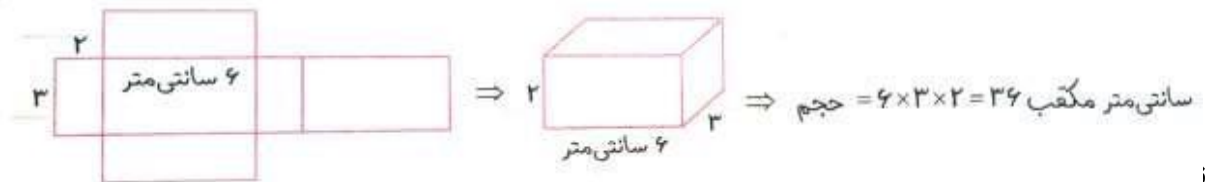
یک راه ساده تر برای این که بتوانیم حجم یک مکعب مستطیل را پیدا کنیم، استفاده از رابطه‌ی زیر است.

ارتفاع \times عرض \times طول = حجم مکعب

مثال ۳: حجم مکعب مستطیل زیر چند سانتی متر مربع می باشد؟



مثال ۴: شکل زیر، گسترده‌ی یک مکعب مستطیل می باشد. ابتدا شکل خود مکعب مستطیل را رسم کنید و سپس حجم آن را محاسبه نمایید.



الف) واحد اندازه گیری محیط، سانتی متر، واحد اندازه گیری مساحت، سانتی متر مربع و واحد اندازه گیری حجم، سانتی متر مکعب است.

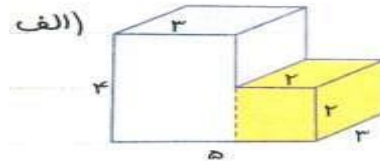
ب) حجم یک شکل، با تغییر شکل ظاهری آن، تغییر نمی کند.

ج) برای اندازه گیری حجم مایعات، مثل آب، بنزین، ... از واحد لیتر استفاده می کنند.

حجم شکل های ترکیبی

گاهی اوقات برای محاسبه ی حجم یک شکل، باید آن را به دو یا چند مکعب مستطیل تقسیم کرد تا بتوان ساده تر، حجم آن را به دست آورد. به مثال زیر، توجه کنید.

مثال ۵: حجم هر یک از شکل های زیر را به دست آورید.

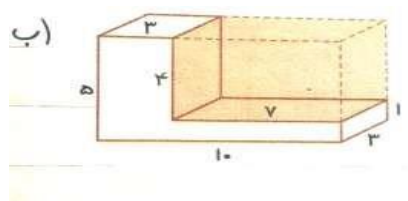


شکل را به دو مکعب مستطیل تقسیم می کنیم و حجم هر یک را محاسبه و در آخر، با هم جمع می کنیم.

$$12 = 3 \times 3 \times 2 = \text{حجم مکعب مستطیل سمت راست}$$

$$36 = 3 \times 3 \times 4 = \text{حجم مکعب مستطیل سمت چپ}$$

$$48 = 12 + 36 = \text{حجم کل شکل}$$

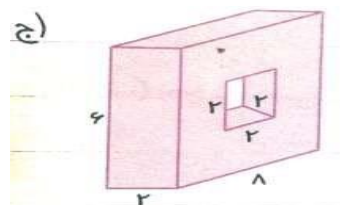


می توانیم شکل را به صورت یک مکعب مستطیل در نظر بگیریم که مکعب مستطیل رنگی، از آن برداشته شده است.

$$150 = 10 \times 3 \times 5 = \text{حجم مکعب مستطیل بزرگ}$$

$$84 = 7 \times 3 \times 4 = \text{حجم مکعب مستطیل رنگی}$$

$$66 = 150 - 84 = \text{حجم کل شکل}$$



این شکل را می توان به صورت یک مکعب مستطیل تو پر که یک مکعب مستطیل از وسط آن، خالی کرده ایم.

$$96 = 2 \times 8 \times 6 = \text{حجم مکعب مستطیل بزرگ}$$

$$8 = 2 \times 2 \times 2 = \text{حجم مکعب مستطیل خالی شده}$$

$$88 = 96 - 8 = \text{حجم کل شکل}$$

حجم و گنجایش

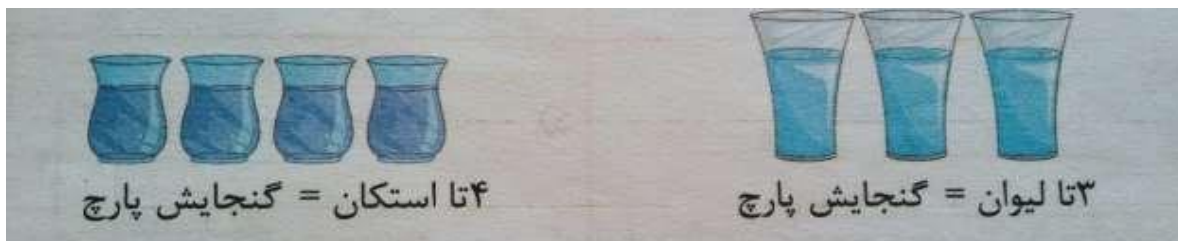
گنجایش

به مقدار مایعی که درون یک ظرف جای می گیرد، گنجایش آن ظرف گفته می شود. به عنوان نمونه، مقدار آبی که درون لیوان (۱) جای می گیرد، بیش تر از مقدار آبی است که درون لیوان (۲) جای می گیرد. پس گنجایش لیوان (۱) بیش تر از گنجایش لیوان (۲) است.



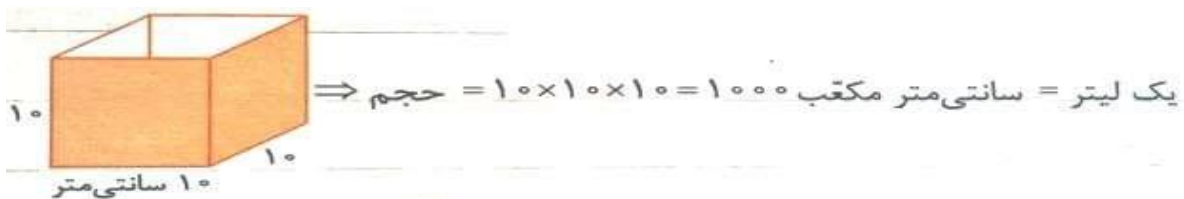
واحد گنجایش (لیتر)

به پارچ بالا، توجه کنید. اگر آب درون این پارچ را داخل استکان های هم اندازه بریزیم، ۴ استکان پر می شود و اگر داخل لیوان های هم اندازه بریزیم، ۳ لیوان پر می شود. به این ترتیب، می توان نوشت:



همان طور که دیده می شود، ۲ عدد متفاوت برای گنجایش این پارچ به دست آمده است که دلیل آن، متفاوت بودن اندازه ی استکان و لیوان می باشد. برای این که بتوانیم گنجایش همه ی اجسام را با یک عدد مشخص بیان کنیم، از واحدی به نام لیتر استفاده می کنیم.

یک لیتر، برابر با مقدار مایعی است که درون مکعبی به ضلع ۱۰ سانتی متر، جا می شود.

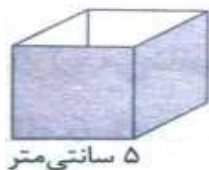


همان طور که ملاحظه می شود، حجم مایعی که درون یک مکعب به ضلع ۱۰ سانتی متر جا می گیرد، برابر با ۱۰۰۰ سانتی متر مکعب می باشد، پس می توان نوشت:

سانتی متر مکعب ۱۰۰۰ = یک لیتر

نکته: برای اندازه گیری مقدار مایعاتی که کم تر از یک لیتر حجم دارند، از واحد کوچک تری به نام سانتی متر مکعب (سی سی یا میلی لیتر) استفاده می شود.

مثال ۶: گنجایش یک مخزن سوخت ۵۰۰ لیتر است. اگر بخواهیم از داخل این مخزن، با ظرف هایی مکعب شکل مانند زیر، سوخت برداریم، چند ظرف لازم داریم؟



سانتی متر مکعب $۱۲۵ = ۵ \times ۵ \times ۵$ = گنجایش هر ظرف
 سانتی متر مکعب $۵۰۰۰۰۰ =$ لیتر ۵۰۰ = گنجایش مخزن سوخت
 ظرف $۴۰۰۰ = ۵۰۰۰۰۰ \div ۱۲۵$ = تعداد ظرف ها

پیدا کردن حجم اجسامی که شکل هندسی مشخصی ندارند

اگر بخواهیم حجم یک جسم که هیچ شکل مشخصی ندارد (مانند یک تکه سنگ) را پیدا کنیم، به صورت زیر عمل می کنیم.

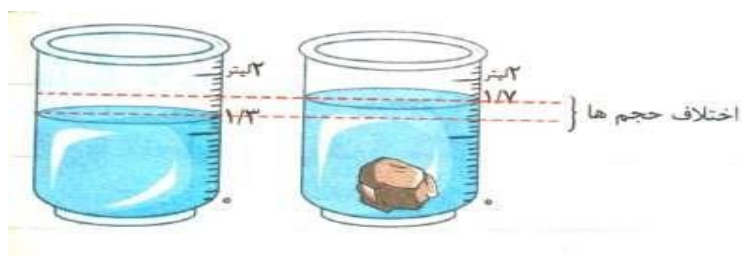
الف) یک ظرف آب که درجه بندی شده است را در نظر می گیریم طوری که اگر تکه سنگ را داخل آن بیندازیم، آب آن از ظرف بیرون نریزد.

ب) حجم اولیه ی آب را در ظرف یادداشت می کنیم.

ج) تکه سنگ را داخل ظرف آب می اندازیم و حجم جدید آب را یادداشت می کنیم.

د) حجم تکه سنگ، برابر با اختلاف حجم ها در این دو حالت است.

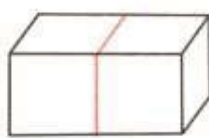
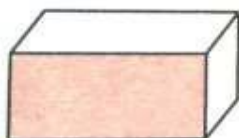
$$\text{سانتی متر مکعب } ۴۰۰ = \text{سانتی متر مکعب } ۱۰۰۰ \times ۰/۴ = \text{لیتر } ۰/۴ = ۱/۳ - ۱/۷ = \text{حجم تکه سنگ}$$



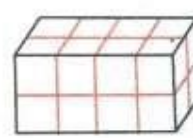
حجم و گنجایش ۲

حجم

حمید و مازیار می خواستند حجم مستطیل زیر را اندازه بگیرند. هر یک از آن ها از واحد متفاوتی استفاده کردند.



روش حمید



روش مازیار

حجم مکعب مستطیل با مکعبی که حمید استفاده کرده بود چند واحد شد؟

با واحد مازیار چطور؟ چرا پاسخ متفاوت بود؟ شما کدام واحد را انتخاب می کنید؟ چرا؟.....

حمید به مازیار گفت: « واحد من مناسب تر بود چون سریع تر توانستم مکعب مستطیل را اندازه بگیرم و بشمارم. »
مازیار گفت: « ولی من بدون این که مکعب ها را بشمارم تعدادشان را حساب کردم. در هر طبقه ی مکعب مستطیل ۲ ردیف ۴ تایی مکعب بود و چون مکعب مستطیل دو طبقه داشت تعداد مکعب ها $2 \times (2 \times 4) = 16$ می شد. »
بنابراین:

$$\text{ارتفاع} \times \text{عرض} \times \text{طول} = \text{حجم مکعب مستطیل}$$

در مکعب چون طول، عرض و ارتفاع برابرند بنابراین یک ضلع ۳ بار در خودش ضرب می شود.

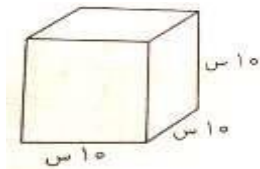
استفاده از یک واحد استاندارد باعث می شود که پاسخ ها یکسان باشند. واحدهای استاندارد حجم عبارت اند از: سانتی متر مکعب، متر مکعب، لیتر و ...

گنجایش

پدر پرهام و پونه یک پاکت شیر خرید و کل بطری را در ۴ لیوان ریخت. گنجایش هر لیوان چه کسری از گنجایش پاکت شیر است؟

گنجایش پاکت چند برابر گنجایش لیوان است؟

پرهام از مادرش پرسید: « لیتر یعنی چه؟ » مادر گفت: « لیتر واحد اندازه گیری حجم مایعات است. یک لیتر برابر است با مقدار مایعی که در مکعبی به ابعاد ۱۰ سانتی متر جا می شود. »



$$\text{یعنی: } 10 \times 10 \times 10 = 1000 \text{ سانتی متر مکعب}$$

به هر سانتی متر مکعب یک سی سی یا یک میلی لیتر هم گفته می شود. پس می توانیم بگوییم:

$$\text{یک لیتر} = 1000 \text{ سانتی متر مکعب} = 1000 \text{ سی سی} = 1000 \text{ میلی لیتر}$$

پونه پرسید: « پس چرا در قبض آب به جای واحد لیتر، متر مکعب نوشته شده است؟ » پدر پاسخ داد: « هر چقدر مقدار مایعات بیشتر باشد به واحد بزرگ تری نیاز داریم. متر مکعب، مکعبی است به ابعاد یک متر که ۱۰۰۰ لیتر در آن جا می شود. مثلاً اگر روی قبض آب نوشته شده باشد:

« مصرف ماهیانه = ۷۵ متر مکعب ؛ یعنی در یک ماه ۷۵۰۰۰ لیتر آب مصرف کرده ایم!!! »

برای تبدیل واحدهای کوچک به بزرگ، آن ها را تقسیم و برای تبدیل واحدهای بزرگ به کوچک آن ها را ضرب می کنیم.

حجم و گنجایش ۳

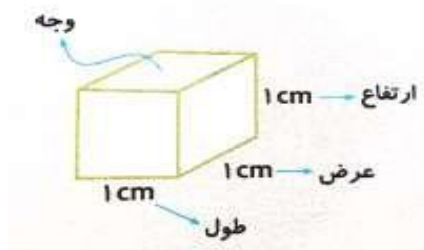
حجم

به مقدار جایی که یک جسم در فضا اشغال می کند، حجم می گوئیم. هر جسمی که حجم بیشتری داشته باشد، بزرگ تر است یعنی جای بیشتری می گیرد. واحد اندازه گیری حجم، واحد «مکعب» است: میلی متر مکعب، سانتی متر مکعب، متر مکعب و ...

مکعب داری طول، عرض و ارتفاع است.

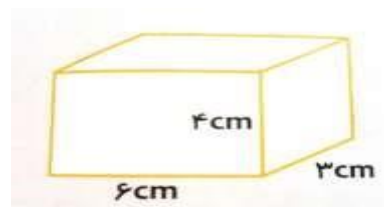
مثلا یک سانتی متر مکعب، مکعبی است که طول، عرض و ارتفاع آن، ۱ سانتی متر باشد.

(سانتی متر: cm)



به سطوح اطراف مکعب، «وجه» می گوئیم.

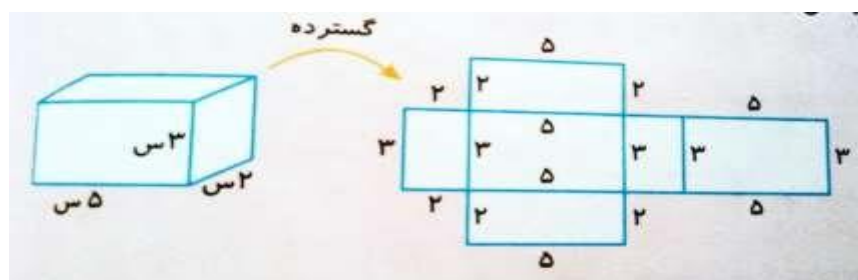
هر مکعب دارای ۶ وجه است. هر مکعبی که همه یا چند تا از وجه های آن مستطیل شکل باشند، مکعب مستطیل می گوئیم. برای محاسبه ی حجم مکعب مستطیل طول، عرض و ارتفاع را در هم ضرب می کنیم. به عنوان مثال: حجم مکعب مستطیل روبه رو برابر است با:



$$\text{سانتی متر مکعب } (cm^3) = 6 \times 4 \times 3 = 72$$

گسترده ی مکعب

اگر یک مکعب مستطیل را باز کنیم، گسترده ی آن پدید می آید.

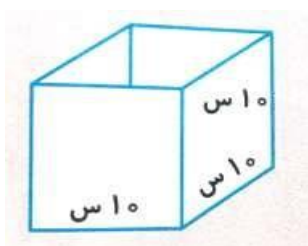


گنجایش

محاسبه ی گنجایش (ظرفیت) در ریاضی شبیه به محاسبه ی حجم است. یعنی مثلاً گنجایش یک ظرف مکعب شکل هم با ضرب طول در عرض در ارتفاع به دست می آید. اما از نظر مفهومی گنجایش به درون یک ظرف مربوط می شود.

برای درک تفاوت حجم و گنجایش، یک ظرف مکعب شکل را در نظر بگیرید. اگر بخواهیم حجم آن را حساب کنیم. طول و عرض و ارتفاع را از بیرون آن اندازه می گیریم اما اگر بخواهیم گنجایش آن را حساب کنیم، طول و عرض و ارتفاع را از درون آن اندازه می گیریم.

لیتر: واحد اندازه گیری حجم یا گنجایش برای مایعات است. یک لیتر برابر است با حجم مکعبی به اندازه های ۱۰ سانتی متر؛ پس هر لیتر برابر است با ۱۰۰۰ سانتی متر مکعب.



$$10 \times 10 \times 10 = 1000 \text{ (سانتی متر مکعب)}$$

به هر سانتی متر مکعب، سی سی یا میلی متر می گوئیم. پس هر لیتر ۱۰۰۰ سی سی است.

تبدیل لیتر به سی سی: برای این کار باید عدد را در ۱۰۰۰ ضرب کنیم. مثلاً $7/24$ لیتر برابر است با ۷۲۴۰ سی سی.

$$7/24 \times 1000 = 7240 \text{ سی سی}$$

اگر مقدار به لیتر به صورت عدد مخلوط بود به روش زیر هم می توانیم تبدیل واحد را انجام دهیم.

مثال: $4\frac{3}{5}$ لیتر برابر است با:

$$\begin{aligned} 4\frac{3}{5} &\rightarrow \frac{3}{5} = \frac{600}{1000} \\ 4 \times 1000 &= 4000 \Rightarrow 4000 + 600 = 4600 \text{ سی سی} \end{aligned}$$

تبدیل سی سی به لیتر: برای این کار مقدار به سی سی را بر ۱۰۰۰ تقسیم می کنیم.

مثال: ۹۸۲۰ سی سی برابر است با $9/820$ لیتر

$$\frac{9820}{100} = 9/820$$