

فصل ششم

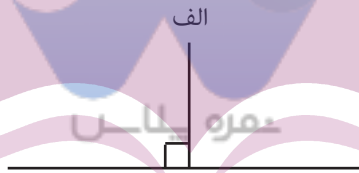
شکل‌های هندسی

خط از کنار هم قرار گرفتن بی‌نهایت نقطه به وجود می‌آید. اگر دو خط یکدیگر را در یک نقطه قطع کنند طوری که یک زاویه‌ی راست به وجود آورند می‌گوییم آن دو خط بر هم عمود هستند.

مثال:



به کمک گونیا می‌توانیم از یک نقطه‌ی خارج از یک خط: خطی عمود بر آن رسم کنیم.



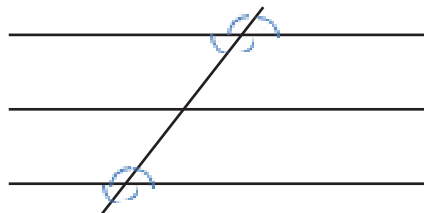
اگر وضعیت دو خط نسبت به یکدیگر طوری باشد که فاصله‌ی آنها از هم در تمام نقاط مساوی بوده و هر چه آنها را ادامه دهیم در هیچ نقطه‌ای یکدیگر را قطع نکنند آن دو خط با هم موازی هستند.

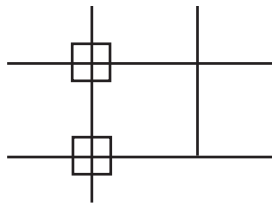
مثال:



هرگاه خطی مورب دو خط موازی را قطع کند تمام زاویه‌های تند و تمام زاویه‌های باز ایجاد شده با هم برابر خواهند بود.

مثال:





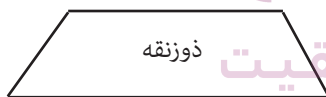
اگر یک خط بر دو خط موازی عمود شود تمام زاویه های ایجاد شده ۹۰ درجه خواهند بود. دو خط عمود بر یک خط نیز با هم موازی هستند. همچنین اگر خطی بر یکی از خط های موازی عمود باشد بر دیگری هم عمود خواهد بود. فاصله ی دو خط موازی در تمام نقاط یکسان است و هرگز تغییر نمی کند.

چهار ضلعی ها

به شکل هایی که از چهار پاره خط تشکیل شده باشند چهارضلعی می گوئیم. به چهارضلعی هایی که فقط دو ضلع موازی دارند دوزنقه و به آنهایی که ضلع های روبه رو با هم موازی هستند؛ متوازی الاضلاع می گویند. البته برخی از چهارضلعی ها هم هستند که هیچ یک از ضلع های آنها با هم موازی نیستند که نام مشخص ندارند.



متوازی الاضلاع



خواص متوازی الاضلاع؛ تمام متوازی الاضلاع ها همواره سه مشخصه ی اصلی دارند:

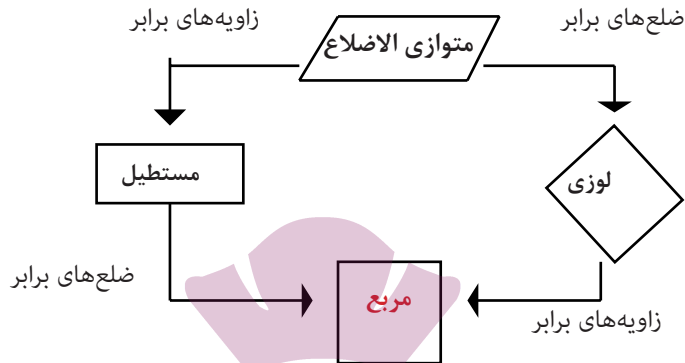
(الف) زاویه های روبه رو با هم برابرند.

(ب) ضلع های روبه رو با هم موازی و برابرند.

(ج) مجموع دو زاویه ی کنار هم، همیشه برابر ۱۸۰ درجه می باشد.

مستطیل، مربع و لوزی متوازی الاضلاع هستند؛ در واقع مربع نوعی مستطیل است که ضلع ها و زاویه های آن با هم برابرند و لوزی نیز مانند مربع و مستطیل نوعی متوازی الاضلاع است که ضلع هایش با هم برابر هستند.

به نمودار توجه کنید.



با توجه به ویژگی‌های مشابه انواع چهارضلعی‌های بالا محاسبه‌ی سطح آنها مشابه هم انجام می‌شود.

نکته

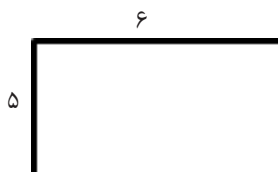
برای محاسبه سطح یا مساحت هر چهارضلعی ما به اندازه‌های طول یا درازا و عرض یا پهنا نیاز داریم. ما با استفاده از دو مثلث می‌توانیم یک چهارضلعی بسازیم و هر چهارضلعی نیز می‌تواند به دو مثلث تبدیل شود.



مساحت متوازی الاضلاع و مثلث

همان طور که می‌دانید برای اندازه‌گیری مساحت چهارضلعی‌ها به اندازه‌های طول و عرض نیاز داریم.

مثال:



$$\text{مساحت مستطیل} = 6 \times 5 = 30$$

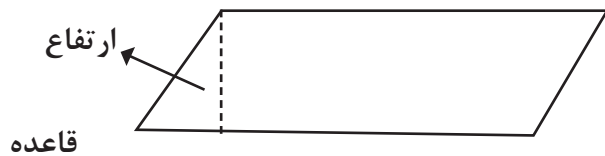
عرض \times طول



$$\text{مساحت مربع} = 7 \times 7 = 49$$

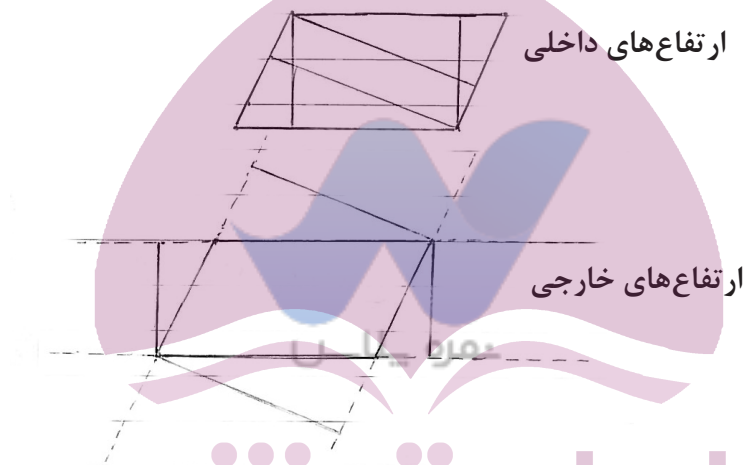
ضرب خودش \times یک ضلع

در متوازی الاضلاع زیر چگونه مساحت را اندازه گیری کنیم؟



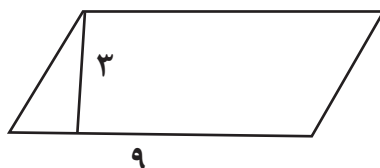
به پاره‌خط‌هایی که از یک رأس بر ضلع مقابل عمود شوند، ارتفاع می‌گویند. به ضلعی که ارتفاع بر آن عمود شود قاعده می‌گویند. هر متوازی الاضلاع دارای ۸ ارتفاع است؛ که ۴ تای آنها در داخل شکل و ۴ تای دیگر در خارج شکل تشکیل می‌شوند.

مثال:



همان‌طور که می‌بینید از رأس می‌توان دو ارتفاع رسم کرد. ارتفاع‌های روبه‌رو با هم موازی هستند. هدف از رسم ارتفاع در واقع به دست آوردن پهنای متوازی الاضلاع است. پس می‌توان نتیجه گرفت برای محاسبه مساحت متوازی الاضلاع داشتن اندازه قاعده و ارتفاع لازم است.

مثال:

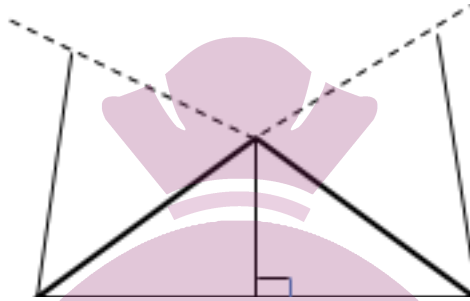


$$27 = 3 \times 9 = \text{مساحت متوازی الاضلاع} \\ \text{قاعده} \times \text{ارتفاع}$$

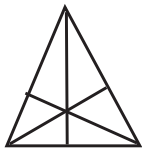
برای محاسبه مساحت مثلث به چه اندازه‌هایی نیاز داریم؟
مثلث انواع مختلفی دارد از جمله متساوی الاضلاع، قائم الزاویه، متساوی الساقین و مختلف الاضلاع. در مثلث نیز ما به اندازه‌ی درازا و پهنای نیاز داریم تا بتوانیم مساحت را محاسبه

کنیم. برای به دست آوردن پهنای مثلث به ارتفاع آن نیاز داریم. البته رسم ارتفاع در مثلث‌های مختلف متفاوت است.

۱- اگر مثلث دارای یک زاویه‌ی باز باشد به شکل زیر عمل می‌کنیم:



۲- در مثلث‌های دارای زاویه‌ی راست یا قائم الزاویه دو تا از ارتفاع‌ها در واقع اضلاع مثلث هستند.

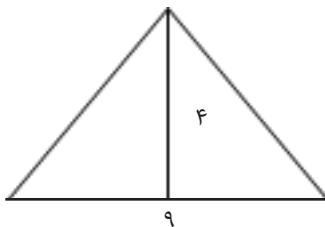


۳- مثلث‌هایی که دارای ۳ زاویه‌ی تند باشند.

ایران توننده
توشه‌ای برای موفقیت

همان طور که مشاهده کردید هر مثلث دارای ۳ ارتفاع است و از هر رأس یک ارتفاع بر قاعده‌ی نظیر خودش رسم می‌شود.

با توجه به این که یک مثلث همواره نصف یک چهارضلعی است بنابراین:



$$\begin{aligned} 2 \div \text{ارتفاع} \times \text{قاعده} &= \text{مساحت مثلث} \\ 2 \div 4 \times 9 &= \text{مساحت مثلث} \\ &= 18 \end{aligned}$$

↓ ↓
ارتفاع × قاعده

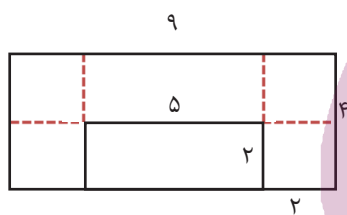
اگر چند مثلث یک قاعده‌ی مشترک داشته باشند و ارتفاع‌های آنها با هم مساوی باشد مساحت آنها برابر خواهد بود.

واحد اندازه‌گیری محیط همان واحد اندازه‌گیری طول است یعنی میلی‌متر، سانتی‌متر، متر، کیلومتر و...

واحد اندازه‌گیری مساحت همان واحد اندازه‌گیری سطح است یعنی میلی‌متر مربع، سانتی‌متر مربع، متر مربع و کیلومتر مربع و...

یک متر برابر با ۱۰۰ سانتی‌متر است. هر یک کیلومتر برابر با ۱۰۰۰ متر است. یک سانتی‌متر برابر با ۱۰ میلی‌متر است.

برای محاسبه‌ی شکل‌های ترکیبی بهتر است از روش زیرمسئله به منظور آسان کردن دستیابی به راه‌حل استفاده کرد به مثال توجه کنید.



برای دستیابی به راه‌حل به چند روش می‌توان عمل کرد:

۱- با یک خط فرضی یک مستطیل بزرگ ایجاد کنیم و سپس مستطیل خالی را از اندازه‌ی کل کم کنیم.

$$\begin{aligned} 9 \times 4 &= 36 \\ 2 \times 5 &= 10 \end{aligned} \rightarrow 36 - 10 = 26$$

ایران تونش

۲- با خط‌های فرضی دو مربع کوچک را جدا کنیم و سپس محاسبه کنیم.

$$\begin{aligned} 9 \times 2 &= 18 \\ 2 \times 2 &= 4 \rightarrow 18 + 4 + 4 = 26 \\ 2 \times 2 &= 4 \end{aligned}$$

شما چه راه‌حل دیگری پیشنهاد می‌کنید؟

تمرینات پایانی

۱- عبارتهای زیر را کامل کنید.

دوزنقه چهارضلعی است که فقط دو ضلع
 متوازی الاضلاع دارای ارتفاع داخلی و ارتفاع خارجی است.
 به ضلعی که ارتفاع بر آن عمود می‌شود می‌گویند.
 از هر رأس متوازی الاضلاع دو می‌توان رسم کرد.
 ۲- تمام ارتفاعهای متوازی الاضلاع مقابل را رسم کنید.



۳- مساحت شکل‌های زیر را به دست آورید.



۴- مساحت قسمت رنگ شده را محاسبه کنید.



۵- اندازه‌ی زاویه‌ی خواسته شده را بنویسید.



۶- دو ویژگی مهم خط‌های موازی را بنویسید.