

فصل دوم

کسر

در این فصل دانشآموز با مفهوم کسر به کمک شکل و محور آشنا می‌شود؛ اگرچه سال گذشته تا حدودی با این مفاهیم روبرو شده ولی در کلاس چهارم مفاهیم کامل‌تر و گستردگر آموزش داده می‌شود.

در پایان این مبحث دانشآموز باید مفهوم واحد و اهمیت آن در کسر، کسرهای کوچک‌تر از واحد، کسر مساوی واحد، کسر مساوی صفر، مقایسه‌ی کسرها، کسرهای مساوی، عدد مخلوط و کسر بزرگ‌تر از واحد، جمع و تفریق کسرها با مخرج برابر و مخرج نابرابر، ضرب عدد در کسر، انجام محاسبات عبارت‌های کسری شناخت کافی پیدا کند.

مفهوم کسر

وقتی یک شکل واحد را به قسمت‌های مساوی تقسیم می‌کنیم و تعدادی از این قسمت‌ها را رنگ می‌کنیم، قسمت رنگ شده که بخشی از یک واحد است، کسری از یک واحد را به مانشان می‌دهد.
مثال:



یک مربع را به ۸ قسمت مساوی تقسیم کردیم و ۵ قسمت آن را رنگ زدیم.



خرج کسر نشان دهنده تعداد کل قسمت های مساوی یک شکل واحد است؛ صورت کسر نشان دهنده قسمت های مساوی رنگ شده.

أنواع كسر

$$\frac{1}{5} = \frac{1}{7} \quad . =$$

۱- کسر مساوی صفر: کسری که صورت آن برابر صفر باشد.

$$\frac{3}{7}$$

۲- کسر کوچکتر از واحد: کسری که صورتش از مخرجش کوچکتر باشد.

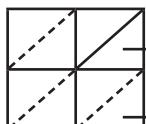
$$\frac{4}{4} = \frac{7}{7} \quad 1 =$$

۳- کسر مساوی یک: کسری که صورت و مخرجش برابر باشد.

هیچگاه مخرج یک کسر نمی تواند صفر باشد.

نکته

گاهی شکل به قسمت های مساوی تقسیم نشده است و از ما می خواهد که کسر مربوط به قسمت رنگ شده را پیدا کنیم. در این گونه موارد باید به کوچکترین تقسیم بندی شکل واحد توجه کنیم و شکل را به قسمت های مساوی تقسیم کنیم.



مثال:

قسمت های ایجاد شده

مفهوم شکل واحد

اگر یک شکل داشته باشیم و از ما خواسته شود که مشخص کنیم چه کسری از شکل رنگ شده؛ کل آن را به عنوان واحد در نظر می گیریم.

حال اگر یک شکل داشته باشیم و از ما خواسته شود که مشخص کنیم چه عدد یا کسری را نشان می دهد باید با توجه به واحد مشخص شده عدد یا کسر مربوطه را به دست آوریم.

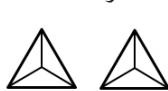


مثال:



$$\triangle \longrightarrow \frac{1}{3}$$

واحد

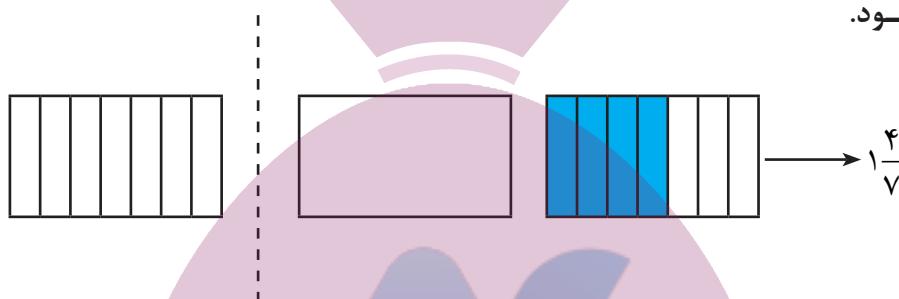


$$\triangle \longrightarrow \frac{1}{6}$$

عدد مخلوط

هرگاه با توجه به شکل واحد، چند واحد و قسمتی از یک واحد رنگ شده باشد برای نشان دادن عدد مربوط به آن از عدد مخلوط استفاده می کنیم.

عدد مخلوط شامل دو بخش است یک بخش تعداد واحدهای کامل را نشان می دهد و بخش دیگر قسمتی از یک واحد رنگ شده و به این صورت نوشته می شود و نمایش داده می شود.



هر کاه دو شکل واحد با هم برابر نباشند کسرهای یکسان از آنها نیز با هم برابر نیستند.

مثال:

$$\begin{array}{ccc} \text{شکل ب} & \rightarrow & \frac{1}{2} \\ \text{شکل الف} & \rightarrow & \frac{1}{2} \end{array}$$

$\frac{1}{2}$ از شکل الف با $\frac{1}{2}$ از شکل ب برابر نیست چون شکل ها با هم برابر نیستند.

توشهای برای موفقیت

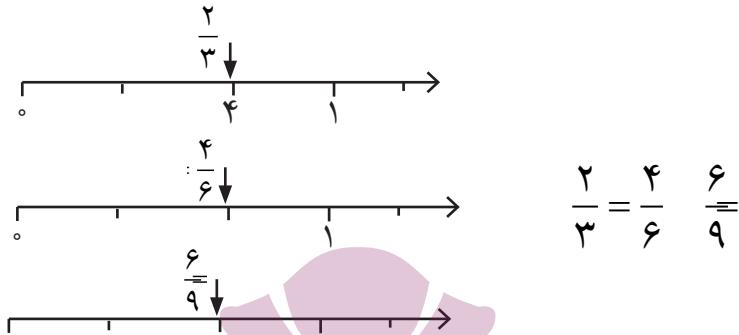
تساوی کسرها

اگر یک شکل را به عنوان واحد در نظر بگیریم دو کسر از این شکل واحد زمانی با هم برابر هستند که قسمت رنگ شده مربوط به آنها با هم برابر باشند.

مثال شکل:

$$\begin{array}{ccccccc} \text{شکل ۱} & = & \text{شکل ۲} & = & \text{شکل ۳} & \rightarrow & \frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8} \\ \text{شکل ۱} & & \text{شکل ۲} & & \text{شکل ۳} & & \end{array}$$

مثال روی محور:



برای نوشتن کسرهای مساوی بدون رسم شکل از دو روش می‌توان عمل کرد:

۱- صورت و مخرج را در یک عدد مساوی (غیر از صفر) ضرب کنیم.

$$\frac{3}{7} \times 3 = \frac{9}{21}$$

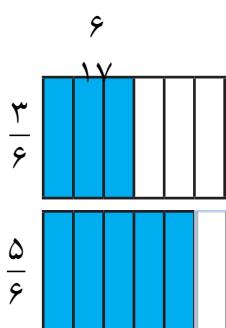
$$\frac{12}{34} \div 2 = \frac{6}{17}$$

۲- صورت و مخرج را بر یک عدد (غیر از صفر) تقسیم کنیم.

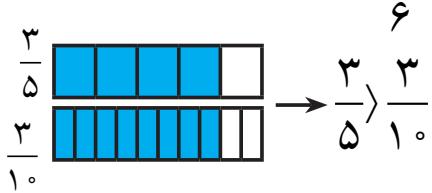
مقایسه کسرها

منظور از مقایسه این است که تعیین کنیم کدام کسر بزرگتر یا کوچکتر و یا با هم مساوی هستند.

۱- در کسرهای هم‌مخرج یعنی وقتی که مخرج دو کسر با هم برابر باشند: کسری بزرگتر است که صورتش بزرگتر باشد.



۲- هرگاه صورت دو کسر برابر باشد همواره کسری بزرگتر است که مخرج آن کوچکتر باشد.



۳- هرگاه صورت و مخرج دو کسر با هم برابر نباشند، باید با نوشتن کسرهای مساوی با آن دو کسر، آنها را با صورت های مخرج های برابر نوشт و سپس آنها با هم مقایسه کرد. مثال:

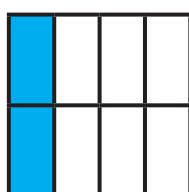
$$\frac{4 \times 2}{10 \times 2} = \frac{2}{5} \quad \frac{3}{10}$$

$$\frac{15 \times 4}{20} = \frac{3}{4} \quad \frac{5 \times 3}{6} = \frac{15}{18}$$

جمع و تفریق کسرها با مخرج برابر

این جمع و تفریق ها را به دو روش یکی رسم شکل و دیگری روی محور می توان انجام داد.

مثال شکل: در رسم شکل می توان به دو حالت انجام داد؛ روی دو شکل واحد یا روی یک شکل که هر دو مورد با مثال توضیح داده می شود.

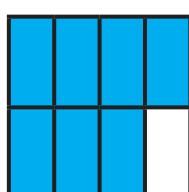


+



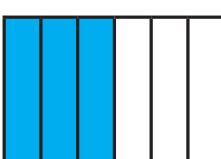
$$\frac{2}{8} + \frac{5}{8} = \frac{7}{8}$$

روی دو شکل

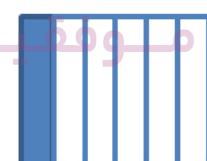


$$\frac{2}{8} + \frac{5}{8} = \frac{7}{8}$$

روی یک شکل



-



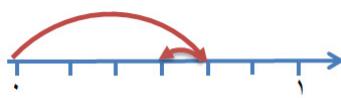
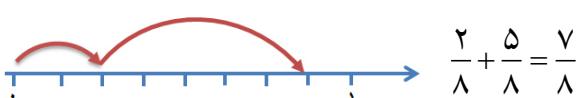
$$\frac{4}{6} - \frac{1}{6} = \frac{3}{6}$$



$$\frac{4}{6} - \frac{1}{6} = \frac{3}{6}$$

$$\frac{4}{6} - \frac{1}{6} = \frac{3}{6}$$

روی محور



جمع و تفریق کسرها با مخرج نابرابر

برای جمع و تفریق کسرهایی که مخرج‌ها آنها با هم برابر نیست، نیز می‌توان از شکل، محور یا محاسبه‌ی ریاضی استفاده کرد فقط باید ابتدا کسرهای مساوی با آن دو کسر را بنویسیم و آنها را به مخرج‌های برابر برسانیم سپس محاسبه کنیم:

$$\frac{1}{3} + \frac{2}{4} = \frac{4}{12} + \frac{6}{12} = \frac{10}{12}$$

$$\frac{6}{9} - \frac{1}{4} = \frac{24}{36} - \frac{9}{36} = \frac{15}{36}$$

مثال:

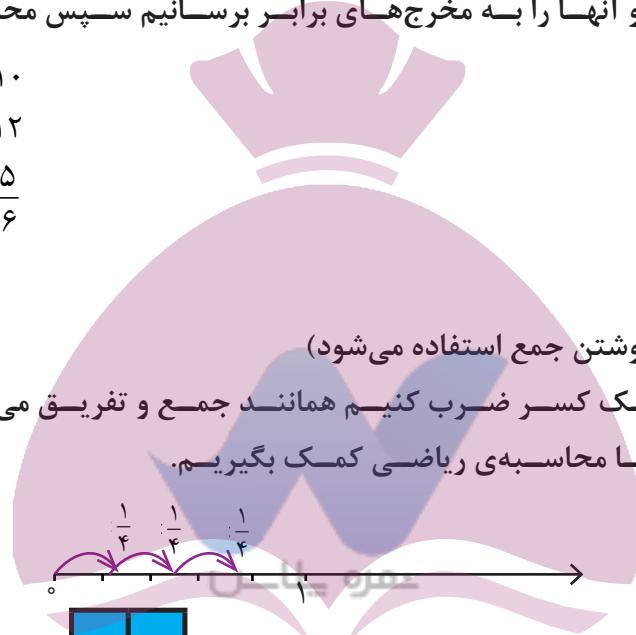
ضرب عدد در کسر

(از ضرب برای خلاصه نوشتمن جمع استفاده می‌شود) وقتی عددی را در یک کسر ضرب کنیم همانند جمع و تفریق می‌توانیم از سه روش، رسم شکل، محور یا محاسبه‌ی ریاضی کمک بگیریم.

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 3 \times \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 3 \times \frac{1}{4}$$

مثال:



ایران توش

یادآوری مفاهیم کسرها: خمس = $\frac{1}{5}$ ، ثلث = $\frac{1}{3}$ ، ربع = $\frac{1}{4}$ ، نصف = $\frac{1}{2}$ موقتی

گاهی می‌خواهیم بخشی از یک مقدار را محاسبه کنیم که برای محاسبه می‌توان به سه روش:

ج) استفاده از ضرب و تقسیم

ب) تساوی کسرها

الف) ضرب عدد در کسر

محاسبه را انجام داد.

$$27 \times \frac{2}{3} = \frac{54}{3} \neq 8$$

مثال: الف) $\frac{2}{3}$ عدد ۲۷ را پیدا کنید.

$$\begin{array}{r} \times 5 \\ 2 \\ \hline 10 \\ \hline 25 \\ 5 \times \end{array}$$

مثال: ب) $\frac{2}{5}$ عدد ۲۵ را پیدا کنید.

$$64 \div 4 = 16$$

۱۰

$$(18\frac{2}{3}) \times 2 = 12$$

۱۸ ۳ ۲ ۱۲

$$(\frac{1}{3} \times 2) + (\frac{5}{15} \times 2) = \frac{2}{3} + \frac{5}{15} = \frac{10}{15} + \frac{5}{15} = \frac{15}{15} = 1$$

$$4 \times \frac{1}{12} - \frac{1}{3} = \frac{4}{12} - \frac{1}{3} = \frac{4}{12} - \frac{4}{12} = \frac{0}{12} = 0$$

مثال: ج) ربع عدد ۶۴ چند است؟

$\frac{2}{3}$ عدد ۱۸ چند است؟

حل و محاسبه‌ی عبارت‌های مختلف:

مثال:

تمرینات پایانی

۱- در هر شکل به اندازه‌ی کسر خواسته شده رنگ کنید.



۲- بار رسم محور عبارت‌های زیر را با یک عدد مخلوط نشان دهید.

توشه‌ای برای موفقیت

الف) $\frac{1}{4}$ واحد قبل از عدد ۲

ب) $\frac{2}{3}$ واحد بعد از عدد ۳

۳- برای کسرهای زیر کسر مساوی بنویسید.

$$\frac{24}{32} = \underline{\quad} \quad \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

$$\frac{4}{9} = \underline{\quad} \quad \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{6} =$$

۴- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$5 \times \frac{3}{7} =$$

$$\frac{3}{6} - \frac{2}{8} \times 3 =$$

$$\frac{2}{8} \times \frac{2}{8} \times \frac{2}{8} = - \times \frac{2}{8}$$

۵- مقدار خواسته شده از هر عدد را به دست آورید.



$$\frac{2}{7} \text{ از عدد } 21$$

$$\frac{4}{8} \text{ از عدد } 40$$

ایران توشه

توشه‌ای برای موفقیت