

۱) درستی \checkmark یا نادرستی \times عبارتهای زیر را مشخص کنید.

الف) عبارت $\frac{x^3 - \sqrt{3}x}{x}$ یک عبارت گویا است. (خ ۹۵ بوشهر) \checkmark

ب) عبارت $\frac{x}{\sqrt{x-1}}$ یک عبارت گویاست. (خ ۹۵ خوزستان) \times

پ) عبارت $x + 3x = 4x$ یک اتحاد است. (خ ۹۵ کرمان) \checkmark

ت) عبارت $\frac{\sqrt{a+1}}{a^2}$ یک عبارت گویا است. (خ ۹۵ گیلان عصر) \times

ث) عبارت $\frac{5\sqrt{x}}{x-6}$ یک عبارت گویاست. (خ ۹۵ گیلان صبح) \times

ج) عبارت $|x - y|$ یک عبارت گویا نیست. (خ ۹۵ هرمزگان) \checkmark

ج) عبارت $\frac{|x|+3}{x+1}$ یک عبارت گویا است. (خ ۹۵ البرز عصر) \times

ح) درجه دو جمله ای $y^5 + x^6y^4 - 4x^3y^5$ نسبت به x و y برابر ۸ است. (خ ۹۵ آذربایجان شرقی) \checkmark

خ) عبارت $x^9 + x^3 = x^3(x + 3)$ اتحاد مربع دو جمله ای است. (خ ۹۵ آذربایجان شرقی) \times عرا ندارد.

د) عبارت $\frac{\sqrt{x^4}}{y}$ گویا نمی باشد. (خ ۹۵ آذربایجان شرقی) \checkmark

ذ) درجه یک جمله ای $z^5 - 5x^2y^3$ نسبت به دو متغیر x و z برابر ۲ است. (خ ۹۵ چهارمحال بختیاری) \times

ر) عبارت $\frac{2}{x}$ ، یک جمله ای است. (خ ۹۵ خراسان رضوی) \times

ز) $|x - 3|^3$ یک عبارت گویاست. (خ ۹۵ کهگلیویه وبریر احمد) \times

ژ) اگر $1 - y = x$ باشد پس $y < x$ است. \times تفاضل دو عدد اگر برابر عددی مثبت باشد پس اولی از دومی بزرگ تر است.

س) عبارت 5^x یک جمله ای است. \times

ش) دو جمله ای $y^3 - x^2y^3$ و x^2y^3 دو جمله که قسمت حرفی آن ها عیناً مثل هم باشد متشابه اند.

ص) اگر $x^2 > y^2$ باشد همواره $y > x$ است. \times

$$(-5)^2 = 25 \quad 3^2 = 9 \quad -5 > 9 - \text{نیست}$$

۲) در جای خالی عدد یا کلمه مناسب بنویسید.

الف) درجه چند جمله ای $-4x^4 - 5xy^3 - 3x^2y - 4x^3$ نسبت به x مساوی است. (خ ۹۵ بوشهر)

ب) درجه یک جمله ای $5a^4xb^4$ نسبت به متغیر a برابر است. (خ ۹۵ شهرستانهای تهران)

پ) عبارت گویا کسری است که صورت و مخرج آن چند جمله ای باشد. (خ ۹۵ کرمان)

ت) درجه چند جمله ای $3x^3y^3 + 3x^2y^3$ بر حسب متغیر x برابر است. (خ ۹۵ کرمان)

ث) درجه جمله $3x^4yz^2 - 3x^4yz^2$ نسبت به متغیرهای x و z برابر است. (خ ۹۵ گلستان)

چ) درجه یک جمله ای $\sqrt{5}x^2yz^2$ نسبت به متغیر z برابر ۲ است. (خ95گیلان عصر)
ج) یک جمله ای از دو قسمت عددی و حرفی تشکیل شده است. (عدد و حروف ، عدد و عدد) (خ95زنجان)

چ) درجه یک جمله ای y^7x^3 - نسبت به متغیرهای x و y برابر ۴ می باشد. (خ95البرز عصر)
ج) ضریب عددی جمله $4ax^2$ برابر با ۴ است. (خ95 لرستان عصر)
ضریب عددی عددی است که کنار حروف قرار می گیرد.

ح) $(x^2y^4 + 9x^4y^6 + 12x^3y^6 + 2x^2y^4)^2 = 4x^2y^4 + 12x^3y^6 + 9x^4y^8$ (خ95چهارمحال بختیاری)
خ) در چند جمله ای $1 - 4m^2 + 7m^4 - 4m^6 + m^8$ درجه نسبت به m برابر ۴ است. (خ95 شهر تهران)

د) درجه یک جمله ای $5x^2y^4z^5$ نسبت به متغیر x و y برابر ۶ می باشد. (خ95 خراسان رضوی)
ذ) در یک جمله ای $-7a^2b^4c^6$ - درجه یک جمله ای نسبت به a برابر ۲ است. (خ95 سیستان و بلوچستان)
ر) درجه عبارت $5 + 3x^2y^3 - 4xy^2 - 4x^2y^5$ نسبت به x و y برابر با ۵ است. (خ95 کرمانشاه)

ز) عبارت $\frac{|x-3|}{2x}$ یک عبارت گویا نیست. (خ95 کرمانشاه)

ژ) ضریب عددی عبارت $\frac{\sqrt{3}a^2b}{5}$ عدد است.
س) درجه تک جمله ای $-2a^5b^3$ - نسبت به متغیر a برابر ۵ است.

ش) $(-7x + 5)^2 = 49x^2 - 70x + 25$

۳) گزینه صحیح را انتخاب کنید.

الف) کدام یک از عبارت های زیر گویا است؟ (مخرج کسرها مخالف صفر فرض شده است. (خ95 شهرستانهای تهران)

$$\frac{5+mn^2}{\sqrt{8m}} \quad (4) \quad \frac{2\sqrt{m}}{m+n} \quad (3) \quad \checkmark \quad \frac{mn+m^2}{5-n} \quad (2) \quad \frac{|m+n|}{n} \quad (1)$$

ب) کدام یک از عبارت های زیر را می توان ساده نمود؟ (خ95 گیلان عصر)

$$\checkmark \quad \frac{x^2+5x}{x} \quad (4) \quad \frac{x^2+5}{x^2-5} \quad (3) \quad \frac{x^2+5}{5} \quad (2) \quad \frac{x^2+5}{x^2} \quad (1)$$

پ) کدام یک از تساوی های زیر اتحاد است؟ (خ95 هرمزگان)

$$x + 1 = 2 \quad (4) \quad \checkmark \quad x + x = 2x \quad (2) \quad 2x = 2 \quad (1)$$

ت) درجه چند جمله ای $xy - xy^2 - x^2y$ نسبت به تمام حروف برابر است با : (خ95 هرمزگان)

$$5 \quad (4) \quad 4 \quad (3) \quad \checkmark \quad 3 \quad (2) \quad 2 \quad (1)$$

ث) درجه یک جمله ای $-5xy^2z^3$ - نسبت به همه متغیرهایش برابر است با : ؟ (خ95 البرز)

$$3 \quad (4) \quad 1 \quad (3) \quad \checkmark \quad 6 \quad (2) \quad 5 \quad (1)$$

چ) ساده شده عبارت $\frac{a+ax}{a}$ کدام است؟ (خ95 البرز عصر)



$$1 + x \checkmark \quad (4) \quad 1 + ax \quad (3) \quad ax \quad (2) \quad 1 + a \quad (1)$$

$$\frac{a + ax}{a} = \frac{a(1 + x)}{a} = 1 + x$$

ج) کدام یک از عبارت های گویای زیر قابل ساده شدن است؟ (در تمامی گزینه ها مخرج کسرها مخالف صفر است.) (خ ۹۵ خراسان رضوی)

$\frac{a^r - b^r}{a - b}$ (۴) $\frac{a^r + b^r}{b^r}$ (۳) $\frac{a^r + c}{c}$ (۲) $\frac{a^r + b}{a^r}$ (۱)

$$\frac{(a - b)(a + b)}{(a - b)} = a + b$$

ح) کدام عدد گویا است؟ (خ ۹۵ لرستان صبح)

$\sqrt{5} - \sqrt{4}$ (۴) $\sqrt{5} - \sqrt{5}$ (۳) $\sqrt{5} + 4$ (۲) $\sqrt{5} - 1$ (۱)

$$\sqrt{5} - \sqrt{5} = 0 \in Q$$

خ) مقدار عددی عبارت $x = \sqrt{3}$, $y = -\sqrt{2}$ به ازای $x^r - y^r - (y^r - x^r)$ کدام است؟

۹ (۴) ۲ (۳) ۱ (۲) ۱ صفر (۱)

$$(\sqrt{3})^r - (-\sqrt{2})^r - ((-\sqrt{2})^r - (\sqrt{3})^r) = 3 - 2 - (2 - 3) = 1 - (-1) = 1 + 1 = 2$$

سوالات تشریحی

۱- الف) طرف دیگر تساوی های زیر را با استفاده از اتحادها به دست آورید. (خ ۹۵ بوشهر)

$$(2a - 5b)^2 = 4a^2 - 20ab + 25b^2$$

$$(2a - 3)(2a + 3) = 4a^2 - 9$$

ب) عبارات زیر را تجزیه کنید.

$$9by^r - 4b = b(3y - 2)(3y + 2)$$

$$x^r - 9x + 18 = (x - 3)(x - 6)$$

پ) مجموعه جواب نامعادله مقابله را به دست آورید.

$$4(2x - 3) \geq 2x + 6$$

$$8x - 12 \geq 2x + 6 \quad 8x - 2x \geq 12 + 6 \quad 6x \geq 18 \quad x \geq \frac{18}{6} = 3$$





۲- الف. عبارت زیر را ساده کنید. (خ95 خوزستان)

$$\underbrace{\left(-\frac{1}{4}x\right)^3(4x)^2}_{-\frac{1}{4}x^3 \times 16x^2} + \underbrace{(3x)^2x^3}_{9x^2 \times x^3 = 9x^5} = -2x^5 + 9x^5 = 7x^5$$

ب) تساوی های زیر را با استفاده از اتحاد مناسب کامل کنید.

الف: $(-5y + t)(t + 5y) = t^2 - 25y^2$

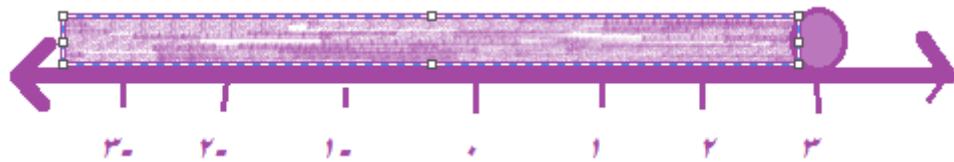
$$:(b) \quad \left(xy - \frac{1}{4}\right)^2 = (xy)^2 - \underbrace{xy}_{2 \times xy \times \frac{1}{4}} + \frac{1}{4}$$

پ) مجموعه جواب نامعادله زیر را به دست آورید.

$4 + 2x \geq 5(x - 1)$: مجموعه جواب

$$4 + 2x \geq 5x - 5 \quad 2x - 5x \geq -4 - 5 \quad -(-3x \geq -9) \quad 3x \leq 9$$

$$x \leq \frac{9}{3} = 3 \quad x \leq 3$$



۳- الف) تساوی زیر را با استفاده از اتحاد کامل کنید. (خ95 سمنان)

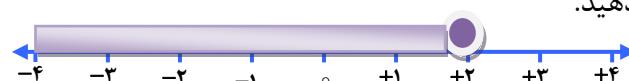
$$\left(\frac{2}{3}x + \sqrt{3}\right)\left(\frac{2}{3}x - \sqrt{3}\right) = \frac{4}{9}x^2 - 3$$

عبارت های زیر را با استفاده از فاکتور گیری و اتحاد تجزیه کنید.

الف: $a^3 + 13a^2 + 36a = a(a^2 + 13a + 36) = a(a + 4)(a + 9)$

ب: $x^2y^2 - 4xy + 4 = (xy - 2)^2$

پ) مجموعه جواب نامعادله زیر را به دست آورید و سپس مجموعه جواب را روی محور اعداد حقیقی نمایش دهید.



$$\begin{aligned} 5(3 - 2x) &\geq 5(1 - x) & -1 \cdot x + 5x &\geq 5 - 15 & -(-5x \geq -10) &\quad 5 \\ 15 - 10x &\leq 5 - 5x & x &\leq \frac{10}{5} = 2 \end{aligned}$$

۴-الف) طرف دیگر عبارت های زیر را با استفاده از اتحادها به دست آورید. (خ ۹۵ شهرستانهای تهران)

$$\begin{aligned} (x - 3)(x + 3) &= x^2 - 3^2 = x^2 - 9 \\ (2a + 5)^2 &= (2a)^2 + 2 \times 2a \times 5 + 5^2 = 4a^2 + 20a + 25 \end{aligned}$$

ب) عبارت های جبری زیر را تجزیه کنید.

$$\begin{aligned} \overbrace{x^2 + 5x + 6}^{x^2 + (2+3)x + 2 \times 3} &= (x + 2)(x + 3) \\ abc - ab &= ab(c - 1) \end{aligned}$$

ج) مجموعه جواب نامعادله زیر را بنویسید.

$$2x + 5 > 7 \quad 2x > 7 - 5 \quad 2x > 2 \quad x > 1$$

۵-الف) حاصل عبارت را با استفاده از اتحادها به دست آورید. (خ ۹۵ کرمان)

$$(x - 2y)^2 = x^2 - 2x \times 2y + 4y^2 \quad x^2 - 4xy + 4y^2$$

ب) عبارت جبری مقابل را تجزیه کنید.

$$x^2 - \cancel{3}x - \cancel{1} = (x - 5)(x + 2)$$

پ) مجموعه جواب نامعادله زیر را به دست آورید.

$$3 - 3x > -4(x + 2)$$

$$3 - 3x > -4(x + 2) \quad -3x + 4x > -8 - 3 \quad x > -11 \quad \{x \in R | x > -11\}$$

۶-الف) حاصل عبارت زیر را به کمک اتحاد بدست آورید. (خ ۹۵ گلستان)

$$(a^2 - 3)(a^2 + 3) = (a^2)^2 - 3^2 = (a^4 - 9)$$

$$(101)^2 = (100 + 1)^2 = 100^2 + 2 \times 100 \times 1 + 210000 + 200 + 1 = 10201$$

ب) عبارت مقابل را تجزیه کنید.

$$x^2 - 8x + 15 = (x - 3)(x - 5)$$

ج) نامعادله زیر را حل کرده و جواب را روی محور مشخص کنید. (خ ۹۵ گیلان عصر)

$$12x - 6 < 14x - 2 \quad 12x - 14x < 6 - 2 \quad -(-2x < 4) \quad 2x > -4 \\ x > \frac{-4}{2} = -2$$

۷- الف) جاهای خالی را کامل کنید. (خ ۹۵ گیلان عصر)

$$(2x - 3)^2 = 4x^2 - 12x + 9$$

ب) عبارت مقابل را تجزیه کنید.

$$x^2 - 8x + 12 = (x - 6)(x - 2)$$

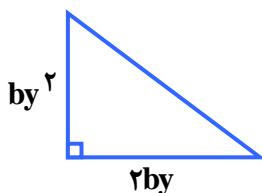
ج) مجموعه جواب نامعادله زیر را به دست آورید و آن را روی محور نشان دهید.

$$2(x - 2) \leq -2x + 4$$

$$\therefore 2x - 4 \leq -2x + 4 \quad 4x \leq 8 \quad x \leq \frac{8}{4} = 2 \quad \{x \in R | x \leq 2\}$$



۸- الف) مساحت مثلث قائم الزاویه مقابل را به صورت عبارت جبری نویشته و تا حد امکان ساده کنید.



$$\frac{(by^2) \times 2by}{2} = b^2y^3$$

ب) حاصل را به کمک اتحاد به دست آورید.

$$(3a - b)(3a + b) = 9a^2 - b^2$$

پ) عبارت مقابل را تجزیه کنید.

$$x^3 + 3x^2 + 2x = x(x^2 + 3x + 2) = x(x + 2)(x + 1)$$

ت) مجموعه جواب نامعادله مقابل را به دست آورید.

$$7 - 2x \geq 15 - 10x$$

$$10x - 2x \geq 15 - 7 \quad 8x \geq 8 \quad x \geq \frac{8}{8} = 1 \quad \{x \in R | x \geq 1\}$$

ث) عبارت کلامی زیر را به زبان ریاضی بنویسید.

« مجموع نصف عدد x و سه برابر عدد y از ۱۰ بزرگ تر است. »

$$\frac{1}{2}x + 3y > 10.$$

۹-الف) با استفاده از اتحادها جای خالی را کامل نمایید. (خ ۹۵ مرکزی صبح)

$$(2x + 4y)^2 = 9x^2 + 16y^2 + 12xy$$

ب- حاصل عبارت زیر را به دست آورید و آن را بر حسب توان های نزولی x مرتب کنید.

$$\begin{aligned}(x^r + 1)[(ax + b)^r - a(ax^r - bx)] \\&= (x^r + 1)\{a^r x^r + r abx + b^r - a^r x^r + abx\} \\&= (x^r + 1)(abx + b^r) = abx^r + b^r x^r + abx + b^r\end{aligned}$$

پ- تجزیه کنید.

$$x^4 - y^4 = (x^2)^2 - (y^2)^2 = (x^2 - y^2)(x^2 + y^2) = (x - y)(x + y)(x^2 + y^2)$$

ت- درجه نامعادله زیر را تعیی کرده و آن را حل کنید. درجه نامعادله ۱ است. زیرا x ها ساده شدند.

$$\begin{aligned}x^2 + \frac{x}{4} \leq (x - 2)^2 &\quad \frac{x}{4} \leq \frac{-4x}{1} + \frac{4}{1} \quad x \leq -16x + 16 \quad x + 16x \leq 16 \quad 17x \\&\leq 16 \quad x \leq \frac{16}{17} \quad \left\{ x \in R \mid x \leq \frac{16}{17} \right\}\end{aligned}$$

۱۰- الف) با استفاده از اتحادها جای خالی را کامل کنید. (خ ۹۵ مرکزی عصر)

$$(4x + 5y)^2 = \underbrace{16x^2}_{(4x)^2} + \underbrace{25y^2}_{(5y)^2} + \underbrace{40xy}_{2 \times 4x \times 5y}$$

ب- درجه چند جمله ای زیر را بر حسب x تعیین کنید.

$$5x^ry + rx^r = 4xy^r + rx^r + 1 \quad 5x^ry - 4xy^r - 1 = \dots \quad 2 = x^r$$

پ- تجزیه بکنید.

$$x^r - x = x(x^r - 1) = x(x - 1)(x + 1)$$

ت- نامعادله زیر را حل کنید و مجموعه جواب آن را روی محور نشان دهید.



$$\frac{3x}{2} + \frac{5 \times 2}{1 \times 2} \geq \frac{x}{2} - \frac{2 \times 2}{1 \times 2} \quad 3x + 10 \geq x - 4 \quad 3x - x \geq -4 - 10 \quad 2x \geq -14 \quad x$$

$$\geq \frac{-14}{2} = -7$$



١١- الف) عبارت مقابل را تجزیه کنید. (خ ٩٥ هرمزگان)

$$x^2 + \underset{3+5}{\cancel{x}} + \underset{3 \times 5}{\cancel{15}} = (x+3)(x+5)$$

ب) حاصل عبارت زیر را به کمک اتحاد به دست آورید.

$$(x^2 - 2)^2 = x^4 - 4x^2 + 4$$

پ) نامعادله زیر را حل کنید، و مجموعه جواب آن را بنویسید.

$$2x + 7 \geq 15 + 6x \quad 2x - 6x \geq 15 - 7 \quad -4x \geq 8 \quad 4x \leq -8 \quad x \leq \frac{-8}{4}$$

$$= -2$$

١٢- مجموعه جواب نامعادله مقابل را به دست آورید. (خ ٩٥ یزد)

$$3(2x - 5) < 6 - x \quad 6x - 15 < 6 - x \quad 6x + x < 6 + 15 \quad 7x < 21 \quad x$$

$$< \frac{21}{7} = 3 \quad \{x \in R | x < 3\}$$

١٣- الف) با استفاده از اتحادها در جاهای خالی عبارت مناسب قرار دهید. (خ ٩٥ البرز)

$$(2x + 5)^2 = \underset{(2x)^2}{4x^2} + \underset{2 \times 2x \times 5}{\cancel{20x}} + \underset{5^2}{\cancel{25}} \quad , \quad x^2 - \frac{1}{\frac{1}{9}} = \left(x + \frac{1}{3}\right)\left(x - \frac{1}{3}\right)$$

ب) چند جمله‌ای زیر را تجزیه کنید.

$$2b^3 - 2b = 2b(b^2 - 1) = 2b(b - 1)(b + 1)$$

پ) مجموعه جواب نامعادله زیر را به دست آورید.

$$\frac{\overbrace{3x - 2}^{x^2}}{5} \leq \frac{\overbrace{x - 2}^{x^2}}{3}$$

$$9x - 6 \leq 5x - 10 \quad 9x - 5x \leq -10 + 6 \quad 4x \leq -4 \quad x \leq \frac{-4}{4}$$

$$= -1 \quad \{x \in R | x \leq -1\}$$

۱۴-الف) با استفاده از اتحادها عبارت زیر را به دست آورید. (خ۹۵البرزعصر)

$$(5x - 3)^2 = 25x^2 - 30x + 9$$

ب) چند جمله‌ای زیر را تجزیه کنید.

$$-15a^3 + 7a^2 + 12a = a(-15a^2 + 7a + 12)$$

پ) نامعادله زیر را حل کنید.

$$2(x - 5) \leq 6x + 2$$

$$2x - 10 \leq 6x + 2 \quad 2x - 6x \leq 2 + 10 \quad -4x \leq 12 \quad 4x \geq -12 \quad x \geq \frac{-12}{4}$$

$$= -3$$

۱۵-الف) حاصل عبارت زیر را با استفاده از اتحاد مربع دو جمله‌ای به دست آورید. (خ۹۵زنجان)

$$(3x + 1)^2 = 9x^2 + 6x + 1$$

ب) عبارت مقابل را تجزیه کنید.

$$x^2 - vx + \frac{-3x - 4}{12} = (x - 3)(x - 4)$$

۱۶-الف) حاصل هر یک را با استفاده از اتحادها به دست آورید. (خ۹۵قم)

$$\frac{2}{4^2} + 2(\frac{2}{4})(\frac{3}{6}) + \frac{3}{6^2} = (\frac{2}{4} + \frac{3}{6})^2 = 6^2 = 36$$

$$298 \times 302 = (300 - 2)(300 + 2) = 300^2 - 2^2 = 90000 - 4 = 8996$$

ب) تجزیه کنید.

$$x^2 - vx + \frac{v^2 - 4}{12} = (x - v)(x - 4)$$

$$4x^2 - (v - 3y)^2 = (2x - v + 3y)(2x + v - 3y)$$

ج) نامعادله زیر را حل کرده سپس مجموعه جواب آن را روی محور اعداد نمایش دهید.

$$\frac{x}{3} - \frac{1}{2} < \frac{x-1}{6}$$

$$2x - 3 < x - 1 \quad 2x - x < -1 + 3 \quad x < 2$$



۱۷- الف) به کمک اتحاد حاصل عبارت مقابله را به دست آورید. (خ ۹۵ لرستان)

$$(2x+4)(2x-6) = (2x)^2 + (4-6)2x + 4 \times (-6) = 4x^2 - 4x - 24$$

ب) چند جمله ای زیر را تجزیه کنید.

$$x^2 + 7x + 12 = (x+3)(x+4)$$

پ) جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.

$$(5a+7b)^2 = 25a^2 + \underbrace{7 \cdot ab}_{2 \times 5a \times 7b} + 49b^2$$

ت) مجموعه جواب نامعادله مقابله را بنویسید.

$$3(-2x+6) \geq -12x - 6$$

$$-6x + 18 \geq -12x - 6 \quad -7x + 12x \geq -6 - 18 \quad 5x \geq -24$$

$$x \geq \frac{-24}{5} = -4 \quad \{x \in R | x \geq -4\}$$

۱۸- الف) حاصل عبارت مقابله را با استفاده از اتحاد به دست آورید. (خ ۹۵ آذربایجان شرقی)

$$(a - \sqrt{y})(a + \sqrt{y}) = a^2 - (\sqrt{y})^2 = a^2 - y$$

ب) عبارت مقابله را تجزیه کنید.

$$x^2 - 7x^2 + 12x = x(x^2 - 7x + 12) = x(x-3)(x-4)$$

پ) جواب نامعادله مقابله را به دست آورید.

$$3 - 3x \geq 3(7 + 2x)$$

$$3 - 3x \geq 21 + 6x \quad -3x - 6x \geq 21 - 3 \quad -9x \geq 18 \quad 9x \leq -18$$

$$x \leq \frac{-18}{9} = -2$$

۱۹- الف) حاصل هر یک از عبارت های زیر را با استفاده از اتحادها به دست آورید. (خ ۹۵ شهر تهران)

$$(y+5)^2 = y^2 + 10y + 25$$

$$(3a - 2b)(3a + 2b) = (3a)^2 - (2b)^2 = 9a^2 - 4b^2$$

ب) مجموعه جواب نامعادله مقابله دست آورید.

$$8x + 11 \geq 2x - 1$$

$$8x - 2x \geq -1 - 11 \quad 6x \geq -12 \quad x \geq \frac{-12}{6} = -2 \quad \{x \in R | x \geq -2\}$$

ج) عبارت جبری زیر را به کمک اتحادها تجزیه کنید.

$$x^2 + 2x - 35 = (x + 7)(x - 5)$$

٢٠-الف) کمک اتحادها ثابت کنید. (خ ۹۵ آذربایجان غربی)

$$\begin{aligned} (x + y)^2 - (x - y)^2 &= 4xy \\ x^2 + 2xy + y^2 - x^2 + 2xy - y^2 &= 4xy \end{aligned}$$

ب) نامعادله زیر را حل کنید و مجموعه جواب را روی محور اعداد مشخص کنید.

$$3(x - 1) \geq 2x - 1 \quad 3x - 3 \geq 2x - 1 \quad 3x - 2x \geq -1 + 3 \quad x \geq 2$$



٢١-الف) عبارت مقابل را به کمک اتحادها تجزیه کنید. (خ ۹۵ چهارمحال بختیاری)

$$x^3 - 7x^2 + 6x = x(x^2 - 7x + 6) = x(x - 6)(x - 1)$$

ب) نامعادله مقابل را حل کنید.

$$\frac{2x - 2}{3} \leq \frac{x^2}{1 \times 3} + \frac{1 \times 2}{1 \times 3}$$

$$2x - 2 \leq 3x + 2 \quad 2x - 3x \leq 2 + 2 \quad -x \leq 4 \quad x \geq -4 \quad \{x \in R | x \geq -4\}$$

٢٢. الف) حاصل عبارت زیر را با استفاده از اتحادها به دست آورید. (خ ۹۵ خراسان رضوی)

$$997 \times 1003 = (1000 - 3)(1000 + 3) = 1000^2 - 3^2 = 1000000 - 9 = 999991$$

ب) عبارت جبری مقابل را تجزیه کنید.

$$x^2 - 11x + 24 = (x - 3)(x - 8)$$

۲۳- الف) نامعادله مقابله را حل کنید. و مجموعه جواب را روی محور نمایش دهید.

$$3(x - 4) + 5 < 3 - 2x$$

$$3x - 12 + 5 < 3 - 2x \quad 3x + 2x < 3 + 12 - 5 \quad 5x < 10 \quad x < \frac{10}{5} = 2$$



۲۴- الف) جاهای خالی را به کمک اتحادها کامل کنید. (خ ۹۵ سیستان و بلوچستان)

$$x^2 + 3x - 18 = (x + 6)(x - 3)$$

$$(x + \sqrt{5})(x - \sqrt{5}) = x^2 - 5$$

ب) عبارت زیر را تجزیه کنید.

$$8ax^2 + 24axy + 18ay^2 = 2a(4x^2 + 12xy + 9y^2) = 2a(2x + 3y)^2$$

مجموعه جواب نامعادله زیر را به دست آورید.

$$\begin{aligned} 5x - 11 &< 8x + 4 & 5x - 8x &< 4 + 11 & -3x &< 15 & 3x &> -15 & x \\ &> \frac{-15}{3} = -5 & \{x \in R | x > -5\} \end{aligned}$$

۲۵- الف) حاصل عبارت های زیر را با استفاده از اتحاد به دست آورید. (خ ۹۵ کرمانشاه)

$$(3y - 2x)^2 = 9y^2 - 12xy + 4x^2$$

$$(5a - 2)(2 + 5a) = (5a)^2 - 2^2 = 25a^2 - 4$$

ب) هر یک از عبارت های زیر را تجزیه کنید.

$$8ax^2 + 2a = 2a(4a^2 + 1)$$

$$y^2 - 2y \underset{-4 \times 2}{\cancel{-}} = (y - 4)(y + 2)$$

پ) نامعادله زیر را حل کنید.

$$\begin{aligned} 3(2x - 5) &< 8x & 6x - 15 &< 8x & 6x - 8x &< 15 & -2x &< 15 & 2x \\ &> -15 & x &> \frac{-15}{2} \end{aligned}$$

۲۶- الف) عبارت مقابله را ساده کنید. (خ ۹۵ کهگلیویه و بیر احمد)

$$(2a - 3)(2a + 7) = (2a)^2 + (-3 + 7)2a + (-3)(7) = 4a^2 + 8a - 21$$

ب) عبارت مقابله را تجزیه کنید.

$$x^2 - 12x + \frac{32}{-8 \times 4} = (x - 8)(x - 4)$$

چ) مجموعه جواب نامعادله مقابله را بدست آورید.

$$4x - 6 \geq 2x - 8 \quad 4x - 2x \geq -8 + 6 \quad 2x \geq -2 \quad x \geq \frac{-2}{2} = -1 \quad \{x \in R | x \geq -1\}$$

-27- الف) به کمک اتحادها حاصل عبارت زیر را به دست آورید. (خ ۹۵ لرستان سمپاد)

$$\left(x^2 - \frac{1}{2}\right)^2 = x^2 - 2 \times x \times \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = x^2 - x + \frac{1}{4}$$

$$(-4a - 2z)(2z - 4a) = (-4a)^2 - (2z)^2 = 16a^2 - 4z^2$$

ب) عبارت زیر را تجزیه کنید.

$$ax^2 - 5ax - 5 \cdot a = a(x^2 - 5x - 5) = a(x - 10)(x + 5)$$

-28- الف) عبارت جبری $2x^2y^4 - 2xz - 5x^7$ را نسبت به توان های نزولی x مرتب کنید. (خ ۹۵ مازندران)

$$-5x^7 + 2x^2y^4 - 2xz$$

ب) حاصل عبارت زیر را به کمک اتحاد به دست آورید.

$$(3a + c)^2 = (3a)^2 + 2 \times 3a \times c + c^2 = 9a^2 + 6ac + c^2$$

ج) عبارت مقابله را تجزیه کنید.

$$m^2 - 3m - \frac{12}{-5 \times 2} = (m - 5)(m + 2)$$

د) نامعادله زیر را حل کنید

$$\frac{3}{2}x > \frac{4x \times 2}{1 \times 2} - \frac{2 \times 2}{1 \times 2}$$

$$3x > 8x - 4 \quad 3x - 8x > -4 \quad -5x > -4 \quad 5x < 4 \quad x < \frac{4}{5}$$

-29- حاصل عبارت های زیر را به کمک اتحاد بدست آورید.

$$(4x - 5)^2 = 16x^2 - 40x + 25$$

$$(2a - b + 2c)^2 = 4a^2 + b^2 + 4c^2 + 4ab + 12ac - 8bc$$

$$(3x - 1)(3x + 5) = (3x)^2 + (-1 + 5)3x + (-1)(5) = 9x^2 + 12x - 5$$

۳۰- اگر $A = 2x^2 + 3y$ و $B = 3(x + 1)^2 - 7$ باشد. حاصل عبارت $2A - B$ را بدست آورید.

$$\begin{aligned} 2(2x^2 + 3y) - 3(x + 1)^2 - 7 &= 4x^2 + 6y - 3(x^2 + 2x + 1) - 7 \\ &= 4x^2 + 6y - 3x^2 - 6x - 3 - 7 = x^2 + 6y - 6x - 10. \end{aligned}$$

۳۱- عبارت مقابل را به کمک اتحاد ساده کنید.

$$\frac{3x^2 - 48x}{x^2 + 6x + 8} = \frac{3x(x-16)}{(x+4)(x+2)} = \frac{3x(x+4)(x-4)}{(x+4)(x+2)} = \frac{3x(x-4)}{x+2}$$

۳۲- اگر $x - \frac{1}{x} = 8$ باشد حاصل عبارت $x^2 + \frac{1}{x^2} - 2$ را بدست آورید.

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 \quad 8^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 \quad x^2 + \frac{1}{x^2} = 64 + 2 = 66$$

۳۳- مجموعه جواب نامعادلهای زیر را بدست آورید.

$$\begin{aligned} \frac{x+3}{2} - 1 &\leq \frac{3x}{4} + \frac{5}{6} \\ 6x + 18 - 12 &\leq 9x + 10 \quad 6x - 9x \leq 10 - 6 \quad -3x \leq 4 \quad 3x \geq -4 \quad x \\ &\geq \frac{-4}{3} \quad \left\{x \in R \mid x \geq \frac{-4}{3}\right\} \end{aligned}$$

$$5(2x - 3) > 6x - 7$$

$$10x - 15 > 6x - 7 \quad 10x - 6x > 15 - 7 \quad 4x > 8 \quad x > \frac{8}{4} = 2$$

نمونه سوالات بخش تجزیه عبارتهای جبری به کمک اتحاد

$$1) 4x^2 + 4xy + y^2 = (2x + y)^2$$

$$2) x^2 + 18xy + 81y^2 = (x + 9y)^2$$

$$r) 4x^r y^r + r \cdot xy + r \Delta = (rx + \Delta)^r$$

$$f) 16 + 4y + 9y^r = (4 + 3y)^r$$

$$\Delta) 4x^r + rx + \frac{1}{4} = \left(rx + \frac{1}{r}\right)^r$$

$$g) 9x^r + \frac{4}{r}x + \frac{4}{81} = \left(3x + \frac{2}{9}\right)^r$$

$$h) 121 + 22a + a^r = (11 + a)^r$$

$$j) x^r + 12x + 36 = (x + 6)^r$$

$$k) 4x^r + 18x + 49 = (rx + 7)^r$$

$$l) a^r + 18a + 81 = (a + 9)^r$$

$$m) 16x^r + 18xy + y^r = (4x + y)^r$$

$$n) m^r + m + \frac{1}{4} = \left(m + \frac{1}{r}\right)^r$$

$$o) 9x^r + 3 \cdot x + r \Delta = (rx + \Delta)^r$$

$$p) x^r + 4x^r + 4 = (x^r + 2)^r$$

$$q) 25x^r + 1 \cdot x + 1 = (\Delta x + 1)^r$$

$$r) 9x^r + 24x + 16 = (rx + 4)^r$$

$$s) 27x^r + 18xy + 3y^r = 3(rx + y)^r$$

$$t) x^r + 6x^r y + 9y^r = (x^r + 3y)^r$$

$$19) 1 \cdot + 12 \cdot b + 36b^2 = (1 + 6b)^2$$

$$20) a^2x^4 + 18a^2x^2 + 81a = a(ax^2 + 9)^2$$

$$21) a^2 + \frac{5}{3}a + \frac{25}{18} = \left(a + \frac{5}{3}\right)^2$$

$$22) -x^2 - 16x - 64 = -(x + 8)^2$$

$$23) 4x^2 - 4xy + y^2 = (2x - y)^2$$

$$24) x^2 - 18xy + 81y^2 = (x - 9y)^2$$

$$25) 25x^2 - 1 \cdot x + 1 = (5x - 1)^2$$

$$26) x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{1}{9} = \left(x - \frac{1}{3}\right)^2$$

$$27) m^2 - 8m + 16 = (m - 4)^2$$

$$28) x^2 - 6x + 9 = (x - 3)^2$$

$$29) 2x^2 - 8x^2 + 8x = 2x(x^2 + 4x + 4)$$

$$30) 9x^2 - 12x^2 + 4x^2 = (3x^2 - 2x^2)$$

$$31) 4a^2 - 18a^2 + 27a^2 = 4(a^2 - 3a)^2$$

$$32) 4ax^2 - 2 \cdot axy + 25ay^2 = a(2x - 5y)^2$$

$$33) x^2 - 12x^2 + 36x = x(x - 6)^2$$

$$34) -x^2 + 14xy - 49y^2 = -(x^2 - 14xy + 49y^2) = -(x - 7y)^2$$

$$35) vx^r y - rax^ry^r + raxy^r = vxy(x - ry)^r$$

$$36) \Delta x^r - 1\Delta x^r + \frac{r\Delta}{r}x = \Delta x \left(x - \frac{r}{r} \right)^r$$

$$37) 1.. - 12.b + 36b^r = (1. - sb)^r$$

$$38) 9x^r - 24x + 16 = (rx - 4)^r$$

$$39) 4x^r - rx + \frac{1}{r} = \left(rx - \frac{1}{r} \right)^r$$

$$40) x^r - 18xy + 81y^r = (x - 9y)^r$$

$$41) 4(x + 1)^r - 12(x + 1) + 9 = 4x^r + 4 - 12x + 12 + 9 = ((rx + 2) - r)$$

$$42) a^r - \frac{\Delta}{r}a + \frac{r\Delta}{16} = \left(a - \frac{\Delta}{r} \right)^r$$

$$43) 4x^r - y^r = (rx - y)(rx + y)$$

$$44) x^r - 9y^r = (x - ry)(x + ry)$$

$$45) 4x^r - \frac{1}{r} = \left(rx - \frac{1}{r} \right) \left(rx + \frac{1}{r} \right)$$

$$46) 9x^r - \frac{r}{81} = \left(rx - \frac{r}{9} \right) \left(rx + \frac{r}{9} \right)$$

$$47) - 121 + a^r = -(11 - a)^r$$

$$48) (rx - \Delta)^r - 36 = ((rx - \Delta) - s)((rx - \Delta) + s)$$

$$49) (x - v)^r - (x + \Delta)^r = ((x - v) + (x + \Delta))((x - v) - (x + \Delta))$$

$$\Delta \cdot) a^{\wedge} - \lambda \cdot = (a^{\wedge} - \lambda)(a^{\wedge} + \lambda)$$

$$\Delta \cdot) \lambda \cdot x^{\wedge} - y^{\wedge} = (\lambda x - y)(\lambda x + y)$$

$$\Delta \cdot) 16 m^{\wedge} - \lambda \cdot m = m(\lambda m^{\wedge} - \lambda)(\lambda m^{\wedge} + \lambda)$$

$$\Delta \cdot) \lambda x^{\wedge} - \alpha \cdot = (\alpha x - \lambda)(\alpha x + \lambda)$$

$$\Delta \cdot) -x^{\wedge} + \alpha \cdot x = -x(x - \lambda)$$

$$\Delta \cdot) \alpha \cdot x^{\wedge} - \beta \cdot y^{\wedge} = \beta(\beta x - y)$$

$$\Delta \cdot) x^{\wedge} - \beta \cdot y^{\wedge} = (x^{\wedge} - \beta y)(x^{\wedge} + \beta y)$$

$$\Delta \cdot) -1 \cdot \cdot + \beta \cdot b^{\wedge} = -(1 \cdot - \beta b)$$

$$\Delta \cdot) (\Delta a + v)^{\wedge} - (\beta a + 1)^{\wedge} = (\Delta a + v) - (\beta a + 1)(\Delta a + v) + (\beta a + 1)$$

$$\Delta \cdot) a^{\wedge} - \frac{\beta \Delta}{16} = \left(a - \frac{\Delta}{\beta}\right)\left(a + \frac{\Delta}{\beta}\right)$$

$$\beta \cdot) -x^{\wedge} + \alpha \cdot x = -(x - \lambda)$$

$$\begin{aligned} \beta \cdot) x^{\wedge} - y^{\wedge} &= (x^{\wedge} - y^{\wedge})(x^{\wedge} + y^{\wedge}) = (x^{\wedge} - y^{\wedge})(x^{\wedge} + y^{\wedge})(x^{\wedge} + y^{\wedge}) \\ &= (x - y)(x + y)(x^{\wedge} + y^{\wedge})(x^{\wedge} + y^{\wedge}) \end{aligned}$$

$$\beta \cdot) x^{\wedge} - \lambda \cdot y^{\wedge} = (x - \lambda y)(x + \lambda y)$$

$$\beta \cdot) \alpha \cdot x^{\wedge} - 1 = (\alpha x - 1)(\alpha x + 1)$$

$$\beta \cdot) x^{\wedge} - \beta = (x - \sqrt{\beta})(x + \sqrt{\beta})$$

$$\beta \cdot) \alpha \cdot a^{\wedge} - \beta \cdot a^{\wedge} = \alpha a^{\wedge}(a^{\wedge} - \beta) = \alpha a^{\wedge}(a - \beta)(a + \beta)$$

$$\beta \cdot) \alpha a x^{\wedge} - \beta a y^{\wedge} = a(\alpha x^{\wedge} - \beta y^{\wedge}) = a(\alpha x - \beta y)(\alpha x + \beta y)$$

$$67) x^3 - 13x^2 + 36x = x(x^2 - 13x + 36) = x(x - 4)(x - 9)$$

$$68) -x^3 - 17x^2 + 72 = -(x^3 + 17x + 72) = -(x + 9)(x + 8)$$

$$69) 7x^3y + 35x^2y + 42xy = 7xy(x^2 + 5x + 6) = 7xy(x + 2)(x + 3)$$

$$70) 5x^3 - 15x^2 - 9x = 5x(x^2 - 3x - 18) = 5x(x - 6)(x + 3)$$

$$71) b^3 - 11b + 28 = (b - 7)(b - 4)$$

$$72) x^3 - 14x^2 + 24 = (x - 12)(x - 2)$$

$$73) x^3 + 2x^2 - 24 = (x + 6)(x - 4)$$

$$74) x^3 + 5x^2 - 24 = (x - 3)(x + 8)$$

$$75) (x + 1)^3 - (x + 1) - 6 = (x + 1 - 3)(x + 1 + 3) = (x - 2)(x + 4)$$

$$76) a^3 - 5a^2 + 6 = (a^2 - 3)(a^2 - 2)$$

$$77) m^3 - 7m^2 + 12 = (m - 4)(m - 3)$$

$$78) x^3 - 7x^2 - 12 = (x - 4)(x + 3)$$

$$79) x^3 - 8x^2 - 12x = x(x^2 - 8x - 12) = (x - 12)(x + 2)$$

$$80) x^4 + 9x^3 + 8x^2 = x^2(x^2 + 9x + 8) = x^2(x + 8)(x + 1)$$

$$81) x^3 - \underbrace{4x}_{-8+4} - \underbrace{32}_{-8 \times 4} = (x - 8)(x + 4)$$

$$82) x^3 + 6x^2 - 24 = (x + 6)(x - 4)$$

$$83) x^3 + 6x^2 - 12 = (x + 6)(x - 2)$$

$$84) x^3 + 5x^2 - 12 = (x - 3)(x + 4)$$

$$85) x^2 - 7x + 6 = (x - 1)(x - 6)$$

$$86) x^2 + 6x + 8 = (x + 2)(x + 4)$$

موفق و پیروز باشید