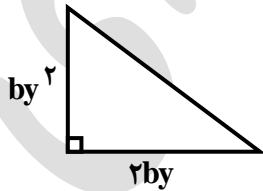




درس اول: عبارت های جبری و مفهوم اتحاد

<p>۱. درستی <input type="checkbox"/> یا نادرستی <input type="checkbox"/> عبارت های زیر را مشخص کنید .</p> <p>۱. عبارت $x + 3x = 4x$ یک اتحاد است. ص</p> <p>۲. درجه دو جمله ای $x^6y + 4x^3y^5$ نسبت به x و y برابر ۸ است. ص</p> <p>۳. درجه یک جمله ای $5x^2y^3z - 5x^2y^3z$ نسبت به دو متغیر x و z برابر ۲ است. غ</p> <p>۴. عبارت $\frac{2}{x}$، یک جمله ای است. غ</p> <p>۵. عبارت 5^x یک جمله ای است. غ</p> <p>۶. دو جمله ی $3x^2y^3$ و $-y^3x^2$ با هم متشابه اند. ص</p> <p>۷. عبارت $2\sqrt{x}$ یک جمله ای است. غ</p> <p>۸. یک جمله ای های $3ab^3$ و $3a^4b^3$ متشابه اند. غ</p> <p>۹. درجه چند جمله ای $\frac{2}{3}xa^3b^5$ نسبت به همه متغیرها، مساوی ۹ می باشد. ص</p> <p>۱۰. عبارت $\frac{1}{x}$ یک جمله ای است. غ</p> <p>۱۱. عبارت $x^2 + xy = x(x + y)$ یک اتحاد است. ص</p> <p>۱۲. $x\sqrt{y}$ یک جمله ای است. غ</p>	<p>۲. در جای خالی عدد یا کلمه مناسب بنویسید.</p> <p>۱. درجه چند جمله ای $3x^2y - 4x^4 - 5xy^2$ نسبت به x مساوی ۴ است.</p> <p>۲. درجه یک جمله ای $5a^4xb^7$ نسبت به متغیر a برابر ۴ است .</p> <p>۳. درجه چند جمله ای $x^3 + 3x^2y^3$ بر حسب متغیر x برابر ۳ است</p> <p>۴. درجه جمله $3x^4yz^2$ نسبت به متغیرهای x و z برابر ۶ است.</p> <p>۵. درجه یک جمله ای $\sqrt{5}x^2yz^2$ نسبت به متغیر z برابر ۲ است.</p> <p>۶. یک جمله ای از دو قسمت حرفی و عددی تشکیل شده است.</p> <p>۷. ضریب عددی جمله $4ax^2$ برابر با ۴ است.</p> <p>۸. در چند جمله ای $7m^4 - 4m^2 + 1$، درجه نسبت به m برابر ۴ است.</p> <p>۹. درجه عبارت $3x^2y^3 - 4xy^2 + 5$ نسبت به x و y برابر با ۵ است.</p> <p>۱۰. ضریب عددی عبارت $\frac{\sqrt{3}a^2b}{5}$ عدد $\frac{\sqrt{3}}{5}$ است.</p> <p>۱۱. درجه چند جمله ای $7a^2b^6 - a^4b^5 + 3a^6b$ نسبت به همه متغیرهایش برابر ۹ است.</p> <p>۱۲. به تساوی بین دو عبارت جبری که به ازای همه مقادیر برابر باشند، اتحاد می گوئیم.</p> <p>۱۳. ضریب عددی $\frac{\sqrt{5}}{4}xyz^2$ برابر با $\frac{\sqrt{5}}{4}$ است.</p>
--	--

<p>۳. گزینه صحیح را انتخاب کنید.</p> <p>۱. کدام یک از عبارت های زیر را می توان ساده نمود؟</p> <p>(۱) $\frac{x^2+5}{x^2}$ (۲) $\frac{x^2+5}{5}$ (۳) $\frac{x^2+5}{x^2-5}$ (۴) $\frac{x^2+5x}{x}$</p> <p>۲. کدام یک از تساوی های زیر اتحاد است؟</p> <p>(۱) $2x = 2$ (۲) $x + x = 2x$ (۳) $\sqrt{x^2} = x$ (۴) $x + 1 = 2$</p> <p>۳. درجه چند جمله ای $xy - x^2y$ نسبت به تمام حروف برابر است با:</p> <p>(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵</p> <p>۴. درجه یک جمله ای $5xyz^3 - 5xy^2z^3$ نسبت به همه متغیرهایش برابر است با؟</p> <p>(۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۱ (۴) ۳</p> <p>۵. کدام یک عبارت های زیر یک جمله ای است؟</p> <p>(۱) m (۲) $\frac{x}{y}$ (۳) $2xyz$ (۴) \sqrt{a}</p> <p>۶. ساده شده عبارت $\frac{a+ax}{a}$ کدام است؟ ۱</p> <p>(۱) $1 + a$ (۲) ax (۳) $1 + ax$ (۴) $1 + x$</p> <p>۷. مقدار عددی عبارت $(y^2 - x^2) - (y^2 - x^2)$ به ازای $y = -\sqrt{2}$ و $x = \sqrt{3}$ کدام است؟</p> <p>(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۹</p> <p>۸. عبارت $\frac{a+ax}{a}$ به چهار صورت ساده شده است. کدام درست است؟</p> <p>(۱) $\frac{a+ax}{a} = \frac{a(1+x)}{a} = 1 + x$ (۲) $\frac{a+ax}{a} = a + x$ (۳) $\frac{a+ax}{a} = a + x$ (۴) $\frac{a+ax}{a} = \frac{2ax}{a} = 2x$</p> <p>۹. کدام یک عبارت های زیر یک جمله ای است؟</p> <p>(۱) $x - 1$ (۲) $\frac{1}{x^{-2}}$ (۳) x^{-2} (۴) $\sqrt{2x}$</p>	<p>۴. عبارت جبری زیر را ساده کنید.</p> $\left(-\frac{1}{2}x\right)^3 (4x)^2 + (3x)^2 x^3 = -\frac{1}{8}x^3 \times 16 \times x^2 + 9x^2 \times x^3 = -2x^5 + 9x^5 = 7x^5$ <p>۵. مساحت مثلث قائم الزاویه مقابل را به صورت عبارت جبری نوشته و تا حد امکان ساده کنید.</p>  $S = \frac{1}{2} \times by \times 2by = b^2y$ <p>۶. حاصل عبارت های زیر را به دست آورید و آن را بر حسب توان های نزولی x مرتب کنید.</p> $(x^2 + 1) [(ax + b)^2 - a(ax^2 - bx)] = (x^2 + 1)[(ax)^2 + 2abx + b^2 - a^2x^2 + abx]$ $= (x^2 + 1)[3abx + b^2] = 3abx^3 + b^2x^2 + 3abx + b^2$ $5x^2y + 3x^3 - 4xy^2 + 3x^3 + 1 = 6x^3 + 5x^2y - 4xy^2 + 1$
---	--

$2x^2y^4 - 2xz - 5x^7 = -5x^7 + 2x^2y^4 - 2xz$																									
<p>۷. حاصل عبارات زیر را به ساده ترین صورت بنویسید و سپس به سئوالات زیر پاسخ دهید.</p> $(xy^3z^5)^3 + (x^4y^2z^2)^2 = x^{15}y^9z^{15} + x^8y^4z^4$ <p style="text-align: center;"> z درجه = ۱۵ y درجه = ۹ x درجه = ۸ </p> <p style="text-align: center;">۲۷ = درجه عبارات نسبت به همه متغیرها</p>																									
<p>۸. حاصل عبارات زیر را به ساده ترین صورت ممکن بنویسید؛ سپس تعیین کنید که عبارت حاصل چند جمله ای است؛ و همچنین عبارت ساده شده را بر حسب توان نزولی x مرتب کنید.</p> $(1 + 3x)(x - 3x^2 + 2) = -9x^3 + 6x^2 + 1x + 2$ <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>ضرب</td> <td>x</td> <td>$-3x^2$</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>۱</td> <td>$1x$</td> <td>$-3x^2$</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>$3x$</td> <td>$3x^2$</td> <td>$-9x^3$</td> <td>$6x^2$</td> </tr> <tr> <td>جمع</td> <td>$-9x^3$</td> <td>$6x^2$</td> <td>$1x+2$</td> </tr> </table>	ضرب	x	$-3x^2$	2	۱	$1x$	$-3x^2$	2	$3x$	$3x^2$	$-9x^3$	$6x^2$	جمع	$-9x^3$	$6x^2$	$1x+2$									
ضرب	x	$-3x^2$	2																						
۱	$1x$	$-3x^2$	2																						
$3x$	$3x^2$	$-9x^3$	$6x^2$																						
جمع	$-9x^3$	$6x^2$	$1x+2$																						
<p>۹. جدول مقابل را کامل کنید.</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th>عبارت</th> <th>متغیر</th> <th>ضریب</th> <th>درجه x</th> <th>درجه y یا z</th> <th>درجه کل</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$-2x^2y$</td> <td>x^2y</td> <td>-2</td> <td>2</td> <td>1</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>$\frac{x^3z^2}{3}$</td> <td>x^3z^2</td> <td>$\frac{1}{3}$</td> <td>3</td> <td>2</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>xy^3</td> <td>xy^3</td> <td>1</td> <td>1</td> <td>3</td> <td>4</td> </tr> </tbody> </table>	عبارت	متغیر	ضریب	درجه x	درجه y یا z	درجه کل	$-2x^2y$	x^2y	-2	2	1	3	$\frac{x^3z^2}{3}$	x^3z^2	$\frac{1}{3}$	3	2	5	xy^3	xy^3	1	1	3	4	
عبارت	متغیر	ضریب	درجه x	درجه y یا z	درجه کل																				
$-2x^2y$	x^2y	-2	2	1	3																				
$\frac{x^3z^2}{3}$	x^3z^2	$\frac{1}{3}$	3	2	5																				
xy^3	xy^3	1	1	3	4																				
<p>درس دوم: اتحاد و تجزیه و کاربرد اتحاد ها</p>																									
<p>۱۰. درستی <input checked="" type="checkbox"/> یا نادرستی <input type="checkbox"/> عبارتهای زیر را مشخص کنید .</p> <p>۱. عبارت $(x + 3)^2 = x^2 + 9$ اتحاد مربع دو جمله ای است. غ</p> <p>۲. عبارت $(x + 2)^3 = x^3 + 6x + 9$ اتحاد مربع دو جمله ای است. ص</p> <p>۳. عبارت $x^2 + 9$ قابل تجزیه شدن می باشد. غ</p> <p>۴. حاصل $(x + 8)(x - 8) - 16$ برابر x^2 است. غ</p> <p>۵. هر عبارت با درجه بیشتر از یک قابل تجزیه است. غ</p> <p>۶. در هر تجزیه ، الزاما حاصل ضرب عوامل تجزیه در یکدیگر به عبارت اولیه منجر نمی شود. غ</p>																									
<p>۶. در جای خالی عدد یا کلمه مناسب بنویسید.</p> <p>۱. اتحاد مربع دو جمله ای ، حالت خاصی از اتحاد.....جمله مشترک.....است.</p>																									

<p>۲. هر عبارتی که از اتحاد مربع تجزیه می شود با اتحاد..... جمله مشترک..... نیز تجزیه می شود.</p> <p>۳. $(2xy^2 + 3x^2y^4)^2 = 4x^2y^4 + 12x^3y^6 + 9x^4y^8$</p> <p>۴. $(7x + 5)^2 = 49x^2 - 70x + 25$</p> <p>۵. اولین قدم در تجزیه در صورت امکان.....فاکتورگیری.....است.</p>	
<p>۷. گزینه صحیح را انتخاب کنید.</p> <p>۱. کدام یک از عبارت های گویای زیر قابل ساده شدن است؟ (در تمامی گزینه ها مخرج کسرها مخالف صفر است.)</p> <p>(۱) $\frac{a^2+5}{a^2}$ (۲) $\frac{a^2+4}{4}$ (۳) $\frac{a^2+b^2}{b^2}$ (۴) $\frac{a^2-b^2}{a-b}$</p> <p>۲. اگر $\frac{1}{x} + x = 5$ باشد، حاصل $x^2 + \frac{1}{x^2}$ برابر است با:</p> <p>(۱) ۲۵ (۲) ۱۰ (۳) ۲۳ (۴) $\left(\frac{1}{x} + x = 5\right)^2 \rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 = 25 \rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = 23$</p> <p>۳. کدام یک از عبارت های جبری زیر به کمک اتحاد مزدوج تجزیه می شود؟</p> <p>(۱) $ax^2 - 7x$ (۲) $4x^2 + 9y^2$ (۳) $4x^2 - 9y^2$ (۴) $x^2 - 2x^2$</p> <p>۴. در جای خالی چه عددی قرار می گیرد؟</p> <p>(۱) $4\sqrt{3}$ (۲) $-4\sqrt{3}$ (۳) ۱۲ (۴) ۳۶</p> <p>(۱) اتحاد مربع دو جمله ای (۲) اتحاد مزدوج (۳) اتحاد جمله مشترک (۴) هر سه مورد</p> <p>۵. در محاسبه حاصل ضرب عبارت 190×210 استفاده از چه اتحادی کار را برای ما آسانتر می کند.</p>	
<p>۸. طرف دیگر تساوی های زیر را با استفاده از اتحادها به دست آورید.</p> <p>$(2a - 3)(2a + 3) = 4a^2 - 9$</p> <p>$(2a + 5)^2 = 4a^2 + 20a + 25$</p> <p>$(a^2 - 3)(a^2 + 3) = a^4 - 9$</p> <p>$(3a - b)(3a + b) = 9a^2 - b^2$</p> <p>$(2x + 4)(2x - 6) = 4x^2 - 4x - 24$</p> <p>$(a - \sqrt{7})(a + \sqrt{7}) = a^2 - 7$</p> <p>$(3y - 2x)^2 = 9y^2 - 12xy + 4x^2$</p>	<p>$(2a - 5b)^2 = 4a^2 - 20ab + 25b^2$</p> <p>$(x - 3)(x + 3) = x^2 - 9$</p> <p>$(x - 2y)^2 = x^2 - 4xy + 4y^2$</p> <p>$(x^2 - 2)^2 = x^4 - 4x^2 + 4$</p> <p>$(5x - 3)^2 = 25x^2 - 30x + 9$</p> <p>$(y + 5)^2 = y^2 + 10y + 25$</p> <p>$(3a - 2b)(3a + 2b) = 9a^2 - 4b^2$</p>

$\left(x^r - \frac{1}{r}\right)^r = x^r - x + \frac{1}{r}$ $(-4a - 2z)(2z - 4a) = 16a^2 - 4z^2$	$(\Delta a - 2)(2 + \Delta a) = 2\Delta a^2 - 4$ $(3a + c)^2 = 9a^2 + 6ac + c^2$													
تساوی های زیر را با استفاده از اتحاد ها کامل کنید.														
$\left(xy - \frac{1}{r}\right)^r = x^r y^r - xy + \frac{1}{r}$ $\left(\frac{r}{3}x + \sqrt{3}\right)\left(\frac{r}{3}x - \sqrt{3}\right) = \frac{r}{9}x^2 - 3$ $(2x - 3)^2 = 4x^2 - 12x + 9$ $x^2 - \frac{1}{9} = \left(x + \frac{1}{3}\right)\left(x - \frac{1}{3}\right)$ $(2x + 5)^2 = 4x^2 + 20x + 25$ $(x + \sqrt{5})(x - \sqrt{5}) = x^2 - 5$ $(2x + 5)(2x - 5) = 4x^2 - 25$	$(-5y + t)(t + 5y) = t^2 - 25y^2$ $(\Delta a + 7b)^2 = 2\Delta a^2 + 7 \cdot ab + 49b^2$ $(3x + 4y)^2 = 9x^2 + 16y^2 + 24xy$ $(4x + 5y)^2 = 16x^2 + 25y^2 + 40xy$ $x^2 + 3x - 18 = (x + 6)(x - 3)$ $(2x + 8)(2x - 3) = 4x^2 + 10x - 24$ $(1 + 2x)^2 = 1 + 4x + 4x^2$	۹.												
حاصل عبارت های زیر را به کمک اتحاد بدست آورید.														
<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tbody> <tr> <td data-bbox="50 1304 1357 1409"> $2/4^2 + 2(2/4)(3/6) + 3/6^2 = (2/4 + 3/6)^2 = 6^2 = 36$ </td> <td data-bbox="1357 1304 1515 1409" style="text-align: center;">۱۰.</td> </tr> <tr> <td data-bbox="50 1409 1357 1514"> $(1 \cdot 1)^2 = (1 \cdot 0 + 1)^2 = 1 \cdot 0 \cdot 0 + 2 \cdot 0 + 1 = 1 \cdot 2 \cdot 1$ </td> <td data-bbox="1357 1409 1515 1514"></td> </tr> <tr> <td data-bbox="50 1514 1357 1619"> $298 \times 302 = (300 - 2)(300 + 2) = 300^2 - 4 = 90000 - 4 = 89996$ </td> <td data-bbox="1357 1514 1515 1619"></td> </tr> <tr> <td data-bbox="50 1619 1357 1724"> $396 \times 406 = (400 - 4)(400 + 6) = 400^2 + 2 \times 400 - 24 = 160000 + 800 - 24 = 160776$ </td> <td data-bbox="1357 1619 1515 1724"></td> </tr> <tr> <td data-bbox="50 1724 1357 1829"> $997 \times 1003 = (1000 - 3)(1000 + 3) = 1000^2 - 3^2 = 1000000 - 9 = 999991$ </td> <td data-bbox="1357 1724 1515 1829"></td> </tr> <tr> <td data-bbox="50 1829 1357 1923"> $(1395)^2 - (1394)^2 = (1395 - 1394)(1395 + 1394) = 1 \times 2789 = 2789$ </td> <td data-bbox="1357 1829 1515 1923"></td> </tr> </tbody> </table>			$2/4^2 + 2(2/4)(3/6) + 3/6^2 = (2/4 + 3/6)^2 = 6^2 = 36$	۱۰.	$(1 \cdot 1)^2 = (1 \cdot 0 + 1)^2 = 1 \cdot 0 \cdot 0 + 2 \cdot 0 + 1 = 1 \cdot 2 \cdot 1$		$298 \times 302 = (300 - 2)(300 + 2) = 300^2 - 4 = 90000 - 4 = 89996$		$396 \times 406 = (400 - 4)(400 + 6) = 400^2 + 2 \times 400 - 24 = 160000 + 800 - 24 = 160776$		$997 \times 1003 = (1000 - 3)(1000 + 3) = 1000^2 - 3^2 = 1000000 - 9 = 999991$		$(1395)^2 - (1394)^2 = (1395 - 1394)(1395 + 1394) = 1 \times 2789 = 2789$	
$2/4^2 + 2(2/4)(3/6) + 3/6^2 = (2/4 + 3/6)^2 = 6^2 = 36$	۱۰.													
$(1 \cdot 1)^2 = (1 \cdot 0 + 1)^2 = 1 \cdot 0 \cdot 0 + 2 \cdot 0 + 1 = 1 \cdot 2 \cdot 1$														
$298 \times 302 = (300 - 2)(300 + 2) = 300^2 - 4 = 90000 - 4 = 89996$														
$396 \times 406 = (400 - 4)(400 + 6) = 400^2 + 2 \times 400 - 24 = 160000 + 800 - 24 = 160776$														
$997 \times 1003 = (1000 - 3)(1000 + 3) = 1000^2 - 3^2 = 1000000 - 9 = 999991$														
$(1395)^2 - (1394)^2 = (1395 - 1394)(1395 + 1394) = 1 \times 2789 = 2789$														

<p>۱۱. اگر $A = 2x^2 + 3y$ و $B = 3(x + 1)^2 - 7$ باشد. حاصل عبارت $2A - B$ را بدست آورید.</p> $2A - B = 2(2x^2 + 3y) - (3(x + 1)^2 - 7) = 4x^2 + 6y - (3x^2 + 6x + 3 - 7)$ $= 4x^2 + 6y - 3x^2 - 6x + 4 = x^2 + 6y - 6x + 4$.۱۱										
<p>۱۲. اگر $x - \frac{1}{x} = 8$ باشد حاصل عبارت $x^2 + \frac{1}{x^2}$ را بدست آورید.</p> $\left(x - \frac{1}{x} = 8\right)^2 \rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 = 64 \rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = 62$.۱۲										
<p>۱۳. عبارت مقابل را به کمک اتحاد ساده کنید.</p> $\frac{3x^3 - 48x}{x^2 + 6x + 8} = \frac{3x(x^2 - 16)}{(x+2)(x+4)} = \frac{3x(x-4)(x+4)}{(x+2)(x+4)} = \frac{3x(x-4)}{(x+2)}$ $\frac{a^2 - 9}{3a + 9} = \frac{(a-3)(a+3)}{3(a+3)} = \frac{(a-3)}{3}$ $\frac{x^2 - 4}{1 \cdot x} \times \frac{\Delta x^2}{x^2 - 2x} = \frac{(x-2)(x+2)}{1 \cdot x} \times \frac{\Delta x^2}{x(x-2)} = \frac{(x+2)}{x}$.۱۳										
<p>۱۴. عبارت های زیر را با استفاده از فاکتور گیری و اتحادها تجزیه کنید.</p> <p>الف) اتحاد مربع</p> <table border="1" data-bbox="110 1066 1237 1904"> <tr> <td>۱) $abc - \lambda ab = ab(c - \lambda)$</td> </tr> <tr> <td>۲) $15ax + 10x^2 = 5x(3a + 2x)$</td> </tr> <tr> <td>۳) $x^2y^2 - 4xy + 4 = (xy - 2)^2$</td> </tr> <tr> <td>۴) $4x^2 + 4xy + y^2 = (2x + y)^2$</td> </tr> <tr> <td>۵) $x^2 + 18xy + 81y^2 = (x + 9y)^2$</td> </tr> <tr> <td>۶) $16 + 24y + 9y^2 = (4 + 3y)^2$</td> </tr> <tr> <td>۷) $4x^2y^2 + 20xy + 25 = (2xy + 5)^2$</td> </tr> <tr> <td>۸) $121 + 22a + a^2 = (11 + a)^2$</td> </tr> <tr> <td>۹) $x^2 + 12x + 36 = (x + 6)^2$</td> </tr> <tr> <td>۱۰) $a^2 + 18a + 81 = (a + 9)^2$</td> </tr> </table>	۱) $abc - \lambda ab = ab(c - \lambda)$	۲) $15ax + 10x^2 = 5x(3a + 2x)$	۳) $x^2y^2 - 4xy + 4 = (xy - 2)^2$	۴) $4x^2 + 4xy + y^2 = (2x + y)^2$	۵) $x^2 + 18xy + 81y^2 = (x + 9y)^2$	۶) $16 + 24y + 9y^2 = (4 + 3y)^2$	۷) $4x^2y^2 + 20xy + 25 = (2xy + 5)^2$	۸) $121 + 22a + a^2 = (11 + a)^2$	۹) $x^2 + 12x + 36 = (x + 6)^2$	۱۰) $a^2 + 18a + 81 = (a + 9)^2$.۱۴
۱) $abc - \lambda ab = ab(c - \lambda)$											
۲) $15ax + 10x^2 = 5x(3a + 2x)$											
۳) $x^2y^2 - 4xy + 4 = (xy - 2)^2$											
۴) $4x^2 + 4xy + y^2 = (2x + y)^2$											
۵) $x^2 + 18xy + 81y^2 = (x + 9y)^2$											
۶) $16 + 24y + 9y^2 = (4 + 3y)^2$											
۷) $4x^2y^2 + 20xy + 25 = (2xy + 5)^2$											
۸) $121 + 22a + a^2 = (11 + a)^2$											
۹) $x^2 + 12x + 36 = (x + 6)^2$											
۱۰) $a^2 + 18a + 81 = (a + 9)^2$											

$11) m^2 + m + \frac{1}{4} = \left(m + \frac{1}{2}\right)^2$		
$12) 81x^2 + 18xy + y^2 = (9x + y)^2$		
$13) 4x^2 + 28x + 49 = (2x + 7)^2$		
$14) 4x^2 + 2x + \frac{1}{4} = \left(2x + \frac{1}{2}\right)^2$		
$15) 9x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{4}{81} = \left(3x + \frac{2}{9}\right)^2$		
$16) 9x^2 + 30x + 25 = (3x + 5)^2$		
$17) x^2 + 4x^2 + 4 = (x^2 + 2)^2$		
$18) 25x^2 + 10x + 1 = (5x + 1)^2$		
$19) 9x^2 + 24x + 16 = (3x + 4)^2$		
$20) x^2 + 6x^2y + 9y^2 = (x^2 + 3y)^2$		
$21) 27x^2 + 18xy + 3y^2 = 3(9x + y)^2$		
$22) 9x^2 - 12x^2 + 4x^2 = x^2(3 - 2x)^2$		
$23) a^2x^2 + 18a^2x^2 + 81a = a(ax^2 + 9)^2$		
$24) 100 + 120b + 36b^2 = (10 + 6b)^2$		
$25) -x^2 - 16x - 64 = -(x + 8)^2$		
$26) a^2 + \frac{5}{4}a + \frac{25}{16} = \left(a + \frac{5}{4}\right)^2$		
$27) 2x^2 - 8x^2 + 8x = 2x(x - 2)^2$		
$28) 4ax^2 - 20axy + 25ay^2 = a(2x - 5y)^2$		
$29) x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{1}{9} = \left(x - \frac{1}{3}\right)^2$		
$30) 3a^2 - 18a^2 + 27a^2 = 3(a - 3)^2$		
$31) -x^2 + 14xy - 49y^2 = -(x - 7y)^2$		

$$۳۲) x^3 - 12x^2 + 36x = x \left(x^2 - \underset{ع}{12}x + \underset{ض}{36} \right) = x(x-4)(x-9)$$

$$۳۳) 7x^2y - 28x^2y^2 + 28xy^3 = 7xy(x^2 - 4xy + 4y^2) = 7xy(x-2y)^2$$

$$۳۴) 5x^3 - 15x^2 + \frac{5}{4}x = 5x \left(x^2 - 3x + \frac{1}{4} \right) = 5x \left(x - \frac{3}{2} \right)^2$$

$$۳۵) 4(x+1)^2 - 12(x+1) + 9 = (2(x+1) - 3)^2 = (2x-1)^2$$

ب) اتحاد مزدوج:

$$۱) 9by^2 - 4b = b(3y-2)(3y+2)$$

$$۲) x^3 - y^3 = (x^2 - y^2)(x^2 + y^2) = (x-y)(x+y)(x^2 + y^2)$$

$$۳) x^3 - x = x(x^2 - 1) = x(x-1)(x+1)$$

$$۴) 2b^3 - 2b = 2b(b^2 - 1) = 2b(b-1)(b+1)$$

$$۵) 4x^2 - (7-3y)^2 = (2x - (7-3y))(2x + (7-3y))$$

$$۶) x^2 - 9y^2 = (x-3y)(x+3y)$$

$$۷) 4x^2 - y^2 = (2x-y)(2x+y)$$

$$۸) 4x^2 - \frac{1}{4} = \left(2x - \frac{1}{2} \right) \left(2x + \frac{1}{2} \right)$$

$$۹) 9x^2 - \frac{4}{81} = \left(3x - \frac{2}{9} \right) \left(3x + \frac{2}{9} \right)$$

$$۱۰) -121 + a^2 = (-11+a)(11+a)$$

$$۱۱) (3x-5)^2 - 36 = (3x-5)^2 - 36 = (3x-11)(3x+1)$$

$$۱۲) (x-7)^2 - (x+5)^2 = (x-7-x-5)(x-7+x+5) = -12(2x-2)$$

$$۱۳) a^6 - 81 = (a^2-9)(a^2+9) = (a-3)(a+3)(a^2+9)$$

$$۱۴) 16m^5 - 81m = m(4m^4 - 9)(4m^4 + 9) = m(2m-3)(2m+3)(4m^2+9)$$

$$۱۵) 81x^2 - y^2 = (9x-y)(9x+y)$$

$$۱۶) -x^3 + 64x = -x(x-8)(x+8)$$

$$۱۷) 9x^2 - 25 = (3x-5)(3x+5)$$

$$۱۸) x^2 - 16y^2 = (x^2 - 4y)(x^2 + 4y) = (x - 2\sqrt{y})(x + 2\sqrt{y})(x^2 + 4y)$$

$$۱۹) 27x^2 - 3y^2 = 3(3x - y)(3x + y)$$

$$۲۰) -100 + 36b^2 = (-10 + 6b)(10 + 6b)$$

$$۲۱) (5a + 7)^2 - (3a + 1)^2 = (5a + 7 - 3a - 1)(5a + 7 + 3a + 1) = (2a + 6)(8a + 8)$$

$$۲۲) -x^2 + 64 = (-x + 8)(x + 8)$$

$$۲۳) a^2 - \frac{25}{16} = \left(a - \frac{5}{4}\right)\left(a + \frac{5}{4}\right)$$

$$x^8 - y^8 = (x^4 - y^4)(x^4 + y^4) = (x^2 - y^2)(x^2 + y^2)(x^4 + y^4) = (x - y)(x + y)(x^2 + y^2)(x^4 + y^4)$$

۲۴)

$$۲۵) x^2 - 81y^2 = (x + 9y)(x - 9y)$$

$$۲۶) x^2 - 3 = (x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3})$$

$$۲۷) 25x^2 - 1 = (5x - 1)(5x + 1)$$

$$۲۸) 3a^2 - 27a^2 = 3(a^2 - 3a)(a^2 + 3a)$$

$$۲۹) 4ax^2 - 25ay^2 = a(2x - 5y)(2x + 5y)$$

$$۳۰) (\sqrt{3}x - \sqrt{5})(\sqrt{5} + \sqrt{3}x) = 3x^2 - 5y^2$$

$$۳۱) 12y^2 - 3x^2 = 3(2y - x)(2y + x)$$

ج) اتحاد جمله مشترک

$$۱) x^2 + 5x + 6 = (x + 3)(x + 2)$$

$$۲) x^2 - 3x - 10 = (x + 2)(x - 5)$$

$$۳) a^2 + 13a^2 + 36a = a \left(a^2 + \overset{\text{جمع}}{13}a + \overset{\text{ضرب}}{36} \right) = a(a + 9)(a + 4)$$

$$۴) x^2 - 8x + 15 = (x - 3)(x - 5)$$

$$۵) x^2 - 9x + 18 = (x - 6)(x - 3)$$

$$۶) x^3 + 3x^2 + 2x = x \left(\overset{\text{ضرب}}{x^2} + \overset{\text{جمع}}{3x} + 2 \right) = x(x+1)(x+2)$$

$$۷) x^2 - 8x + 12 = (x-2)(x-6)$$

$$۸) a^3 + 7a^2 + 12a = a \left(\overset{\text{ضرب}}{a^2} + \overset{\text{جمع}}{7a} + 12 \right) = a(a+3)(a+4)$$

$$۹) x^3 - 7x^2 + 12x = x(x-3)(x-4)$$

$$۱۰) x^2 - 11x + 24 = (x-3)(x-8)$$

$$۱۱) x^2 + 2x - 35 = (x-5)(x+7)$$

$$۱۲) -x^2 - 17x - 72 = -(x^2 + 17x + 72) = -(x+8)(x+9)$$

$$۱۳) x^3 - 13x^2 + 36x = x \left(\overset{\text{ض}}{x^2} - \overset{\text{ع}}{13x} + 36 \right) = x(x-4)(x-9)$$

$$۱۴) 7x^2y + 35x^2y + 42xy = 7xy(x^2 + 5x + 6) = 7xy(x+2)(x+3)$$

$$۱۵) 5x^3 - 15x^2 - 90x = 5x(x^2 - 3x - 18) = 5x(x-6)(x+3)$$

$$۱۶) b^2 - 11b + 28 = (b-4)(b-7)$$

$$۱۷) x^2 + 2x - 24 = (x+6)(x-4)$$

$$۱۸) x^2 - 14x + 24 = (x-2)(x-12)$$

$$۱۹) x^2 + 5x - 24 = (x+8)(x-3)$$

$$۲۰) x^3 + 3x^2 - 10x = x(x+5)(x-2)$$

درس سوم: نابرابری و نامعادله

۱۵. درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید .

۱. اگر $x - y = 1$ باشد پس $x < y$ است. غ

۲. اگر $x^2 > y^2$ باشد همواره $x > y$ است. غ

۳. اگر $a + b > 0$ آنگاه a, b هر دو مثبت هستند. غ

۴. اگر $x^2y < 0$ باشد همواره $y < 0$ است. ص

۵. اگر $a + 2 = b$ باشد. آنگاه $a > b$ است. غ

	<p>۶. اگر $x - y = 3$ در این صورت $x < y$ است. غ</p> <p>۷. اگر $a + b < 0$ آنگاه a, b هر دو منفی هستند. غ</p> <p>۸. نامساوی $a \leq a$ همواره درست است. غ</p> <p>۹. اگر $a^2c > 0$ و $-2b < 0$ باشد، آن گاه $\frac{b}{c} > 0$ است. ص</p> <p>۱۰. اگر $a > b$ آنگاه همواره $-a < -b$ است. ص</p>	
	<p>۱۶. در جای خالی عدد یا کلمه مناسب بنویسید.</p> <p>۱. اگر $a^2b < 0$ باشد. آنگاه b همواره منفی است.</p> <p>۲. اگر $x + m = y$، $(m < 0)$، رابطه $x < y$ همواره برقرار نیست ۳. با قرینه کردن دو طرف یک نابرابری، جهت نابرابری عوض میشود ۴. اگر a, b دو عدد مختلف علامت و $a > b$ باشد. همواره رابطه $b^2 < ab$ برقرار نیست ۵. اگر $2m - n = 3$ در این صورت همواره $m < n$ است. ۶. اگر $-2x \leq -\frac{2}{3}$ باشد، آن گاه $x \geq \frac{1}{3}$ است. ۷. اگر a, b, c منفی باشند $\frac{a^2b}{c}$ مثبت است.</p>	
	<p>۱۷. گزینه صحیح را انتخاب کنید.</p> <p>۱. عبارت کلامی «سه برابر عددی منهای یک از پنج بزرگتر است.» با کدام گزینه برابر است؟ الف) $-3a - 1 > 5$ (ب) $3a - 1 < 5$ (ج) $3a - 5 > 1$ (د) $3a - 1 > 5$</p> <p>۲. $a < 0$ و $b < 0$ باشد، آن گاه جواب نامعادله $ax + b \leq 0$ کدام است؟ الف) $x \geq \frac{b}{a}$ (ب) $x \leq \frac{b}{a}$ (ج) $x \geq -\frac{b}{a}$ (د) $x \leq -\frac{b}{a}$</p> <p>۳. اگر $0 < a < b$ و $c < 0$ آنگاه کدام گزینه همواره درست است؟ الف) $ac < bc$ (ب) $ac^2 > bc^2$ (ج) $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$ (د) $\frac{a}{c^2} < \frac{b}{c^2}$</p> <p>۴. کدام یک از روابط زیر نادرست است؟ الف) $a < b \Rightarrow a - c < b - c$ (ب) $a < b \Rightarrow a + c < b + c$ ج) $a < b, c < 0 \Rightarrow \frac{a}{c} > \frac{b}{c}$ (د) $a < b, c < 0 \Rightarrow ac < bc$</p>	
<p>@riazicafe</p>	<p>۱۸. در جای خالی علامت $> = <$ بگذارید.</p> <p>۱- اگر $2a = 4b$ در این صورت: $a \dots b$ $>$</p> <p>۲- اگر $b - a = 5$ در این صورت: $a \dots b$ $<$</p> <p>۳- اگر $a < b$ در این صورت $3 = b - a$</p>	

مجموعه جواب نامعادله های زیر را به دست آوردید، سپس مجموعه جواب را روی محور اعداد حقیقی نمایش دهید.

.۱۹

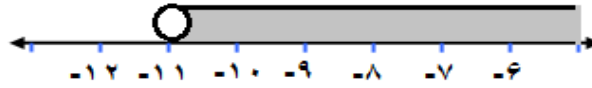
$$3 - 3x > -4(x + 2)$$

$$3 - 3x > -4x - 8$$

$$-3x + 4x > -8 - 3$$

$$x > -11$$

$$\{x \in \mathbb{R} / x > -11\}$$



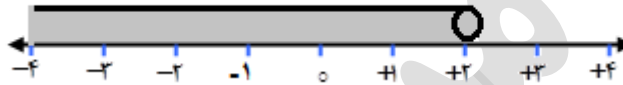
$$5(3 - 2x) \geq 5(1 - x)$$

$$15 - 10x \geq 5 - 5x$$

$$15 - 5 \geq -5x + 10x$$

$$10 \geq 5x$$

$$2 \geq x \quad \{x \in \mathbb{R} / x \leq 2\}$$



$$4 + 2x \geq 5(x - 1)$$

$$4 + 2x \geq 5x - 5$$

$$4 + 5 \geq 5x - 2x$$

$$9 \geq 3x \quad x \leq 3$$

$$\{x \in \mathbb{R} / x \leq 3\}$$



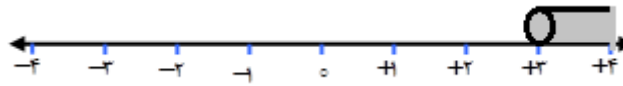
$$4(2x - 3) \geq 2x + 6$$

$$8x - 12 \geq 2x + 6$$

$$8x - 2x \geq 6 + 12$$

$$6x \geq 18 \quad x \geq 3$$

$$\{x \in \mathbb{R} / x \geq 3\}$$



$$2(x - 2) \leq -2x + 4$$

$$2x - 4 \leq -2x + 4$$

$$4x \leq 8$$

$$x \leq 2$$

$$\{x \in \mathbb{R} / x \leq 2\}$$



$$2(x - 5) \leq 6x$$

$$2x - 10 \leq 6x + 2$$

$$-12 \leq 4x \quad -3 \leq x$$

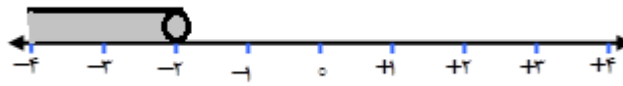
$$\{x \in \mathbb{R} / x \geq -3\}$$



$$2x + 7 \geq 15 + 6x$$

$$-8 \geq 4x$$

$$-2 \geq x$$

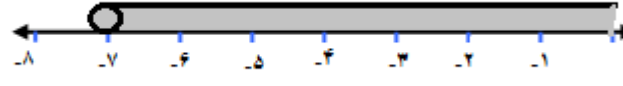


$$\frac{3x}{2} + \frac{5 \times 2}{1 \times 2} \geq \frac{x}{2} - \frac{2 \times 2}{1 \times 2}$$

$$3x + 10 \geq x - 4$$

$$3x + 10 \geq x - 4$$

$$2x \geq -14 \longrightarrow x \geq -7 \longrightarrow \{x \in \mathbb{R} / x \geq -7\}$$

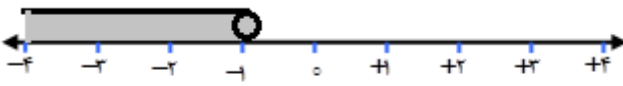


$$\frac{3x-2}{5} \leq \frac{x-2}{3}$$

$$9x - 6 \leq 5x - 10$$

$$4x \leq -4 \quad x \leq -1$$

$$\{x \in \mathbb{R} / x \leq -1\}$$

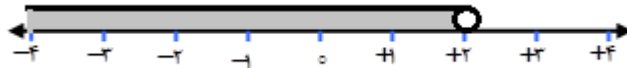


$$\frac{x}{3} - \frac{1}{2} < \frac{x-1}{6}$$

$$\frac{x \times 4}{3 \times 4} - \frac{1 \times 6}{2 \times 6} < \frac{(x-1) \times 2}{6 \times 2}$$

$$4x - 6 < 2x - 2$$

$$2x < 4 \rightarrow x < 2 \rightarrow \{x \in R / x < 2\}$$



$$x^2 + \frac{x}{4} \leq (x-2)^2$$

$$x^2 + \frac{x}{4} \leq x^2 + 2x + 4$$

$$-\frac{7}{4} \leq x \rightarrow x \geq -\frac{16}{7} \rightarrow \{x \in R / x \geq -\frac{16}{7}\}$$



$$3(-2x + 6) \geq -12x - 6$$

$$-6x + 18 \geq -12x - 6$$

$$6x \geq -24 \quad x \geq -4$$

$$\{x \in R / x \geq -4\}$$



$$\frac{4}{3}x > 4x - 2$$

$$4x > 12x - 6$$

$$4 > 8x \quad \frac{4}{8} > x$$

$$\{x \in R / \frac{1}{2} > x\}$$

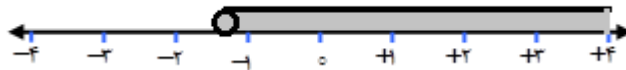


$$\frac{x+3}{2} - 1 \leq \frac{4x}{3} + \frac{5}{6}$$

$$6x + 18 - 12 \leq 8x + 10$$

$$-4 \leq 2x \quad \frac{-4}{2} \leq x$$

$$\{x \in R / -2 \leq x\}$$



خود ارزیابی فصل ۵



درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید. (۲۵/ انمره)



A. دو عبارت $-3xy^2$, $-3x^2y^3$ مشابهند. غ

B. عبارت $x(x-2) = x^2 - 2$ یک اتحاد است. غ

C. دو عبارت $3 + 2a$ و $2a - 3$ مزدوج یکدیگرند. ص

D. $(x+y+z)^2 = x^2 + y^2 + z^2$ غ

E. اگر $a > b$ آنگاه $-a < -b$ ص

کامل کنید. (انمره)



A. در عبارت $-3x^2y^3 - 4y^3x^4 + y^6$ درجه نسبت به x, y برابر۷..... است.

B. $(3x+5)^2 = 9x^2 + 30x + 25$

C. اگر $ab < 0$ آنگاه a, b مختلف العلامه..... هستند.

D. اگر a, b, c منفی باشند $\frac{a^r b}{c}$ عددیمثبت..... است.

سوالات چهار گزینه ای. (انمره)



A. حاصل عبارت $(\sqrt{20} + 4)(\sqrt{20} - 4)$ برابر با کدام گزینه است؟

الف) ۴

ب) ۱۶

ج) -۴

د) -۱۶

B. تجزیه شده عبارت $\frac{1}{x^2} + \frac{6}{x} + 9$ برابر با کدام گزینه است؟

الف) $(\frac{1}{x^2} + 9)^2$

ب) $(\frac{1}{x} + 6)^2$

ج) $(\frac{3}{x} + 1)^2$

د) $(\frac{1}{x} + 3)^2$

C. در تجزیه شده $x^3 - x$ کدام گزینه وجود ندارد؟

الف) x

ب) $x - 1$

ج) $1 + x$

د) $1 - x$

D. اگر $0 < a < b$ و $c < 0$ آنگاه کدام گزینه همواره درست است؟

الف) $ac < bc$

ب) $ac^2 > bc^2$

ج) $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$

د) $\frac{a}{c^2} < \frac{b}{c^2}$

دور یک جمله ای ها خط بکشید. (انمره)



$-7\sqrt{5}$

$\frac{3a}{b^{-1}}$

$\sqrt{5x}$

$\frac{4a}{bc}$

$\frac{x^2y}{\sqrt{2}}$

عبارت کلامی زیر را به زبان ریاضی بنویسید.



الف) مجموع نصف عدد x و سه برابر عدد y از ۱۰ بزرگ تر است. $\frac{1}{2}x + 3y > 10$

ب) سه برابر ربع عدد a از دو برابر ثلث b نایبتر است. $3 \times \frac{1}{4}a \leq 2 \times \frac{1}{3}b$

ج) محیط مستطیلی به ابعاد ۵ و ۳ از محیط مستطیلی به ابعاد x, y کمتر نیست $2(3+5) \geq 2(x+y)$

عبارات زیر را ساده کنید و و بر حسب توان نزولی x مرتب کنید. (۲ انمره)



$$5x^4y(-2xy^2 + 5x^3y - y^2) = -10x^5y^3 + 25x^4y^2 - 5x^4y^3$$

$$(1-x)(x^2+x+1) = x^2+x+1-x^3-x^2-x = 1-x^3$$

الف) عبارت کلامی زیر را به صورت عبارات جبری بنویسید. (۳نمره)

$$\text{مجموع دو برابر عددی با عدد } 5 - \text{بزرگتر یا مساوی } \sqrt{3} \quad 2x - 5 \geq \sqrt{3}$$

ب) در جای خالی < یا > را قرار دهید. اگر $\frac{a-b}{-3} = 2$ آنگاه $a \leq b$

ج) به کمک کاربرد اتحادها حاصل عبارات زیر را بیابید.

$$101 \times 95 = (100 + 1)(100 - 5) = 100^2 - 4 \times 100 - 5 = 10000 - 400 - 5 = 9595$$

$$55^2 - 45^2 = (55 + 45)(55 - 45) = 100 \times 10 = 1000$$

حاصل عبارات زیر را به کمک اتحادها بدست آورید. (۲/۲۵نمره)

$$(x + 2y - 3)^2 = x^2 + 4y^2 + 9 - 4xy - 6x - 12y$$

$$(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)(x + 1) = (x - 1)(x + 1) = x^2 - 1$$

$$(2x^2 - 3)(2x^2 + 11) = 4x^4 + 16x^2 - 33$$

عبارات زیر را تجزیه کنید. (۲/۲۵نمره)

$$x^4 - 100 = (x^2 - 10)(x^2 + 10)$$

$$x^3 - 16x^2 + 64x = x(x - 8)^2$$

$$x^4 - x^2 - 56 = (x^2 - 8)(x^2 + 7)$$

الف) نامعادله زیر را حل کنید. (۲/۲۵نمره)

$$\frac{(2a - 1) \times 2}{3 \times 2} + \frac{a \times 3}{2 \times 3} \leq \frac{a - 1}{6}$$

$$4a - 2 + 3a \leq a - 1 \quad \rightarrow \quad 6a \leq 1 \quad \rightarrow \quad a \leq \frac{1}{6}$$

ب) با تشکیل نامعادله مسئله های زیر را حل کنید.

A. اعداد حقیقی بیابید که اگر از آنها ۴ واحد کم کنیم حاصل کمتر یا مساوی دو برابر آن عددها باشند.

$$a - 4 \leq 2a \quad \rightarrow \quad -4 \leq a$$

B. محیط یک مستطیل نباید از ۸۰ متر بیشتر باشد اگر طول آن ۲۰ متر باشد عرض آن چه اعدادی میتوانند باشند؟

$$40 + 2a \leq 80 \quad \rightarrow \quad 2a \leq 40 \quad \rightarrow \quad a \leq 20$$