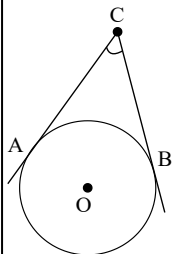


فصل نهم
ریاضی هشتم

نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: فصل نهم ریاضی هشتم

در شکل مقابل \widehat{AB} چند درجه است؟ $\widehat{C} = 50^\circ$



۱۱۰ ۲

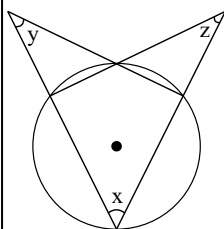
۱۰۰ ۱

۱۳۰ ۴

۱۲۰ ۳

۱

باتوجه به شکل مقدار x کدام گزینه است؟



$2x + y + z = 180^\circ$ ۲

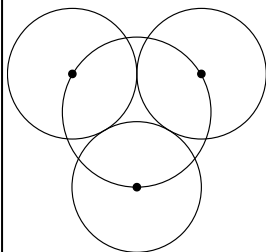
$x + y + z = 180^\circ$ ۱

$3x + y + z = 180^\circ$ ۴

$3x + 2y + 2z = 270^\circ$ ۳

۲

سه دایره مساوی به شعاع 12cm ، دو به دو مماس خارجی هستند. اگر دایره‌ای رسم کنیم که از مرکز این سه دایره عبور کند، مساحت آن کدام است؟



188π ۲

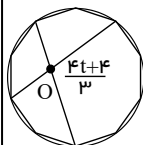
170π ۱

160π ۴

192π ۳

۳

در شکل مقابل یک ده ضلعی در دایره محاط شده است. مقدار t کدام گزینه است؟



۹۵ ۴

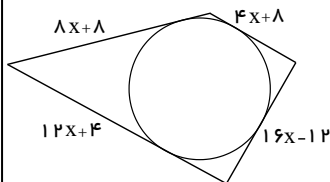
۹۰ ۳

۸۵ ۲

۸۰ ۱

۴

مقدار x در شکل مقابل کدام گزینه است؟



۳ ۲

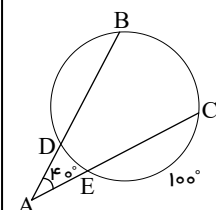
۴ ۱

۱ ۴

۲ ۳

۵

در شکل مقابل $\widehat{BC} = 2\widehat{DE}$ و $\widehat{EC} = 100^\circ$ و $\widehat{A} = 40^\circ$ ، اندازه \widehat{DB} چند درجه است؟



20° ۲

160° ۱

80° ۴

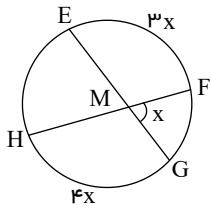
40° ۳

۶



فصل نهم ریاضی هشتم

اندازه زاویه \widehat{EMF} کدام است؟



۱۴۰

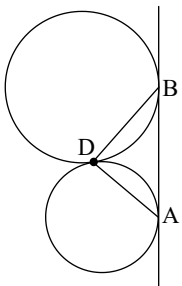
۴۰

۱۴۵

۴۵

۷

اگر دو دایره زیر مماس خارج باشند و نقطه D ، نقطه تماس این دو دایره و AB مماس مشترک دو دایره باشد در این صورت مثلث ADB چه نوع مثلثی است؟



قائم الزاویه

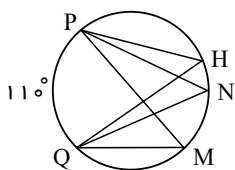
قائم الزاویه متساوی الساقین

متساوی الساقین

متساوی الاضلاع

۸

در دایره مقابل، مقدار زاویه $\frac{H + N}{3}$ برابر است با:



۳۶٫۶

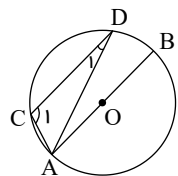
۳۰

۳۹

۳۳

۹

اگر در دایره روبه‌رو AB قطر دایره و دو وتر DC و AB موازی باشند مقدار $D_1 + C_1$ بر حسب AC کدام است؟



$\widehat{AC} + 90$

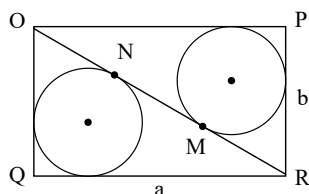
90

$90 + 2\widehat{AC}$

$90 - \widehat{AC}$

۱۰

چهارضلعی $OQPR$ مستطیل و دو دایره بر طول و عرض و یک قطر مستطیل مماس هستند. اگر طول مستطیل a و عرض آن b باشد، طول \overline{MN} بر حسب a و b کدام گزینه است؟



$a^2 + b^2$

$a - b$

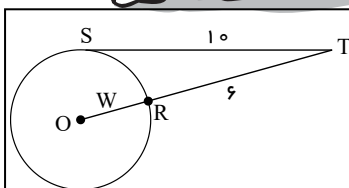
$b - a$

$\sqrt{a^2 + b^2}$

۱۱



فصل نهم ریاضی هشتم



در شکل مقابل ST بر دایره مماس است، مقدار W کدام گزینه است؟

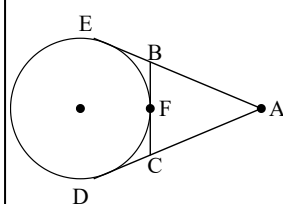
$$\frac{14}{5} \quad \text{۲}$$

$$\frac{5}{14} \quad \text{۱}$$

۱۲

$$\frac{16}{3} \quad \text{۴}$$

$$\frac{3}{16} \quad \text{۳}$$



در شکل مقابل $\overline{AE} = 25\text{cm}$ محیط مثلث ABC کدام است؟

$$40 \quad \text{۲}$$

$$35 \quad \text{۱}$$

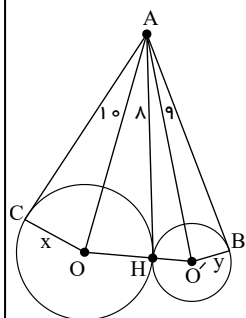
۱۳

$$45 \quad \text{۴}$$

$$50 \quad \text{۳}$$

در شکل مقابل پاره‌های AB و AC بر دایره مماس می‌باشد. طول پاره‌های BO' و CO' به ترتیب کدام گزینه است؟

$$(OA = 10, O'A = 9, AH = 8)$$



$$\sqrt{13.5} \quad \text{۲}$$

$$6 \cdot \sqrt{17} \quad \text{۱}$$

۱۴

$$\sqrt{17.6} \quad \text{۴}$$

$$5 \cdot \sqrt{13} \quad \text{۳}$$

شعاع دایره محاط در قطاعی به شعاع ۷ و زاویه 60° چقدر است؟

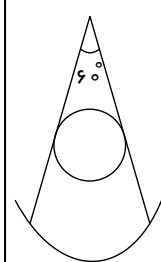
$$\frac{7}{2} \quad \text{۲}$$

$$\frac{3}{7} \quad \text{۱}$$

۱۵

$$\frac{2}{7} \quad \text{۴}$$

$$\frac{7}{3} \quad \text{۳}$$



با توجه به شکل روبه‌رو $(r' = 17, r = 9, CD = 18)$ کدام است؟

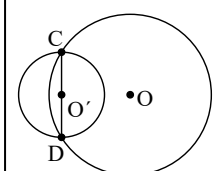
$$\sqrt{13} \quad \text{۲}$$

$$4\sqrt{13} \quad \text{۱}$$

۱۶

$$8\sqrt{13} \quad \text{۴}$$

$$2\sqrt{13} \quad \text{۳}$$



دورترین فاصله نقطه A از دایره‌ای به محیط 28.26 سانتی‌متر، برابر 16 سانتی‌متر است نزدیک‌ترین فاصله نقطه A از این دایره و شعاع دایره چند است؟

$$9.7 \quad \text{۴}$$

$$9.9 \quad \text{۳}$$

$$4.5.9 \quad \text{۲}$$

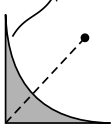
$$4.5.7 \quad \text{۱}$$

۱۷

فصل نهم ریاضی هشتم

با توجه به شکل روبه‌رو مساحت قسمت رنگی را بیابید.

ربع دایره است



$$1 - \frac{\pi}{4} \quad \text{۲}$$

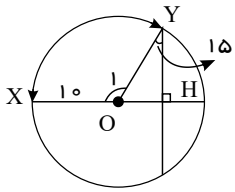
$$2 - \frac{\pi}{4} \quad \text{۴}$$

$$1 + \frac{\pi}{2} \quad \text{۱}$$

$$1 - \frac{\pi}{2} \quad \text{۳}$$

۱۸

در شکل مقابل طول کمان \widehat{XY} کدام گزینه است؟



$$\frac{6}{35} \pi \quad \text{۲}$$

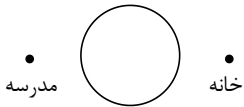
$$\frac{17}{4} \pi \quad \text{۴}$$

$$\frac{35}{6} \pi \quad \text{۱}$$

$$\frac{4}{17} \pi \quad \text{۳}$$

۱۹

علی می‌خواهد از مدرسه به خانه برود ولی دقیقاً در وسط راه میدانی به قطر ۴ قرار دارد. اگر فاصله مدرسه تا خانه ۸ باشد، کمترین مسیری که علی می‌پیماید چقدر است؟



$$\sqrt{12} + \frac{2\pi}{3} \quad \text{۴}$$

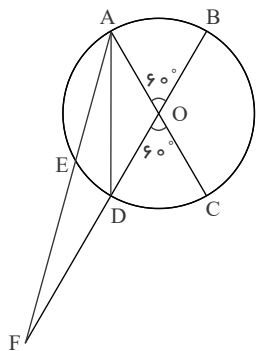
$$2\sqrt{12} + \frac{2\pi}{3} \quad \text{۳}$$

$$12 - \frac{\pi}{3} \quad \text{۲}$$

$$24 - \frac{\pi}{3} \quad \text{۱}$$

۲۰

در دایره مقابل O مرکز دایره است و دو ضلع AD و FD با هم برابرند (اگر اندازه $\widehat{AOB} = 60^\circ$ باشد اندازه



کمان \widehat{CDE} چقدر است؟

$$90 \quad \text{۱}$$

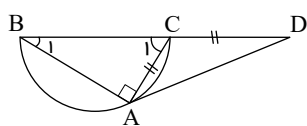
$$30 \quad \text{۲}$$

$$60 \quad \text{۳}$$

$$15 \quad \text{۴}$$

۲۱

اگر در شکل زیر $A > 90^\circ$ و $AC = DC$ باشد آنگاه اندازه زاویه D چند درجه است؟



$$20^\circ \quad \text{۲}$$

$$10^\circ \quad \text{۴}$$

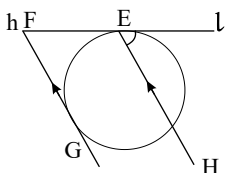
$$90^\circ \quad \text{۱}$$

$$30^\circ \quad \text{۳}$$

۲۲

فصل نهم ریاضی هشتم

خطوط $FG \parallel EH$ هستند و دایره مماس بر l و h می باشد. E برابر 60° درجه است. \widehat{GH} چقدر است؟



۱۲۰ ۲

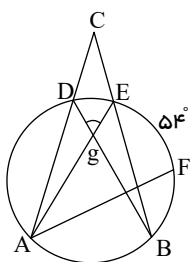
۶۰ ۱

۱۴۰ ۴

۱۳۰ ۳

۲۳

در شکل زیر اگر $\widehat{AB} = 3\widehat{DE}$ و $g = 64^\circ$ و $\widehat{EF} = 54^\circ$ اندازه $\widehat{EAF} + \widehat{C}$ چند درجه است؟



۳۲ ۲

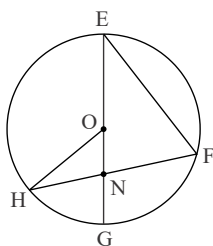
۹۶ ۱

۵۹ ۴

۲۷ ۳

۲۴

در دایره روبه‌رو مرکز دایره O باشد $\widehat{EH} = 130^\circ$ و $\widehat{FG} = 75^\circ$ است. زاویه \widehat{GNH} چند درجه است؟



۲۷٫۵ ۱

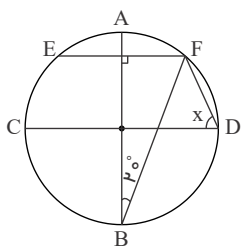
۵۰ ۲

۷۷٫۵ ۳

۱۲۵ ۴

۲۵

اگر در شکل زیر AB و CD قطرهای دایره و $\widehat{ABF} = 20^\circ$ و کمان‌های \widehat{FD} و \widehat{EC} با هم برابر باشند مقدار x را به دست آورید!



۴۰ ۲

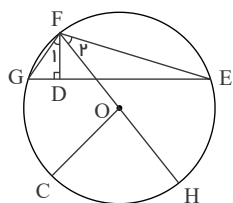
۵۰ ۱

۶۵ ۴

۶۰ ۳

۲۶

با توجه به شکل روبه‌رو، کدام گزینه درست است؟



$\widehat{F}_1 = 2\widehat{F}_2$ ۲

$\widehat{F}_1 = \widehat{F}_2$ ۱

هیچ کدام ۴

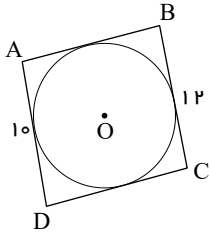
$\widehat{F}_1 = \frac{\widehat{F}_2}{2}$ ۳

۲۷



فصل نهم ریاضی هشتم

چهارضلعی $ABDC$ به دایره‌ای با شعاع ۵ محیط شده است، اگر طول اضلاع AD و BC به ترتیب ۱۰ و ۱۲ باشد، مساحت $ABDC$ چقدر است؟



۹۸ ۲

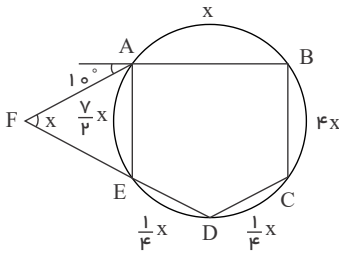
۱۰۰ ۱

۱۱۰ ۴

۲۲۰ ۳

۲۸

در شکل مقابل مقدار \widehat{AFE} چند درجه است؟



۹۰° ۲

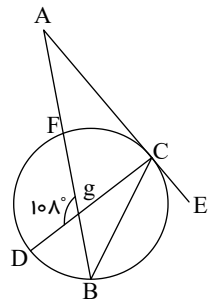
۲۵° ۱

۴۰° ۴

۸۰° ۳

۲۹

در شکل مقابل اگر قطر DC دایره و g نقطه‌ای روی قطر باشد و $\widehat{FgD} = ۱۰۸^\circ$ و $\widehat{BCE} = ۳۴^\circ$ آنگاه اندازه زاویه خارجی A کدام است؟



۱۸° ۱

۵۰° ۲

۶۸° ۳

۳۲° ۴

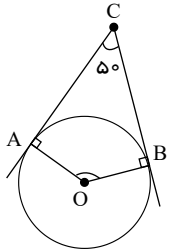
۳۰

[@riazicafe](https://www.instagram.com/riazicafe)



پاسخنامه تشریحی

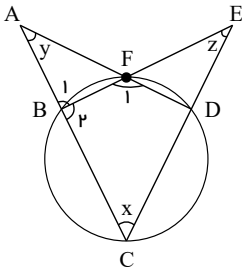
گزینه ۴ با توجه به مماس بودن \overline{AC} و \overline{BC} بر دایره داریم:



$$\hat{O} = 360 - (50 + 90 + 90) = 130 \Rightarrow \widehat{AB} = 130^\circ$$

۱

گزینه ۲

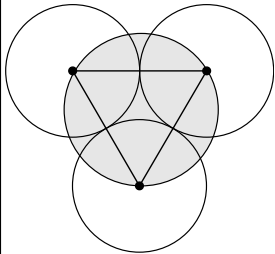


$$\left. \begin{array}{l} \triangle EBC : \widehat{B}_1 = x + z \\ \triangle ABF : \widehat{F}_1 = y + \widehat{B}_1 \end{array} \right\} \rightarrow \widehat{F}_1 = y + x + z$$

۲

$BFDC$ در چهارضلعی محاطی $\widehat{F}_1 + \widehat{C} = 180^\circ \rightarrow y + x + z + x = 180 \rightarrow 2x + y + z = 180$

گزینه ۳



اگر مراکز سه دایره‌ی کوچک را بهم وصل کنیم، مثلث متساوی‌الاضلاعی به ضلع 24cm پدید می‌آید که دایره‌ی رنگ شده، دایره‌ی محیطی آن است.

نکته: طبق یک اصل مهم که شعاع دایره‌ی محیطی مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع x برابر است با: $\frac{\sqrt{3}}{3}x$

$$\text{شعاع دایره} = \frac{\sqrt{3}}{3} \times 24 = 8\sqrt{3}$$

$$S_o = (8\sqrt{3})^2 \times \pi = 64 \times \pi \times 3 = 192\pi$$

۳

گزینه ۱ اندازه‌ی هر کمان در دایره برابر است با: $\frac{360}{10} = 36^\circ$

\hat{O} یک زاویه‌ی داخلی است و نصف مجموع کمان‌های مقابلش است.

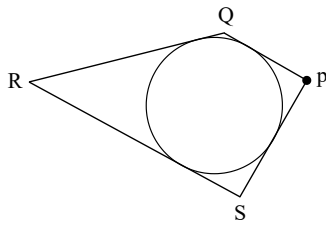
۴

$$\frac{4t + 4}{3} = \frac{4 \times 36 + 2 \times 36}{2}$$

$$\frac{4t + 4}{3} = \frac{144 + 72}{2} = \frac{216}{2} \rightarrow \frac{4t + 4}{3} = 108 \rightarrow 4t + 4 = 3 \times 108$$

$$\rightarrow 4t + 4 = 324 \rightarrow 4t = 324 - 4 \Rightarrow t = \frac{320}{4} = 80$$

گزینه ۳



نکته: با توجه به این که اگر دایره‌ای درون یک ضلعی n ضلعی باشد به طوری که بر همه‌ی ضلع‌های آن n ضلعی مماس شود، دایره را دایره‌ی محاطی و n ضلعی را محیطی می‌نامند. در هر چهارضلعی محیطی داریم:

۵

$$\overline{QP} + \overline{RS} = \overline{QR} + \overline{PS}$$

$$4x + 8 + 12x + 4 = 8x + 8 + 16x - 12 \rightarrow 4x + 12x - 8x - 16x = -8 - 4 + 8 - 12$$

$$\rightarrow -8x = -16$$

$$x = \frac{-16}{-8} = +2$$

گزینه ۲

$$\text{زاویهٔ خارجی } A = \frac{\widehat{BC} - \widehat{DE}}{2} \xrightarrow{\widehat{BC} = 2\widehat{DE}} \frac{2\widehat{DE} - \widehat{DE}}{2} = \frac{\widehat{DE}}{2} = 40^\circ \Rightarrow \widehat{DE} = 80^\circ$$

$$\widehat{BC} = 2\widehat{DE} \Rightarrow \widehat{BC} = 160^\circ$$

$$\widehat{DE} + \widehat{EC} + \widehat{BC} + \widehat{DB} = 360^\circ$$

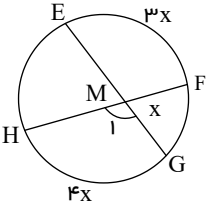
$$80 + 100 + 160 + \widehat{DB} = 360$$

$$\widehat{DB} = 20^\circ$$

۶

گزینه ۲

داخلی دایره $M_1 = \frac{3x + 4x}{2} = \frac{7x}{2}$



$$x + \frac{7x}{2} = 180 \Rightarrow 2x + 7x = 360 \rightarrow 9x = 360$$

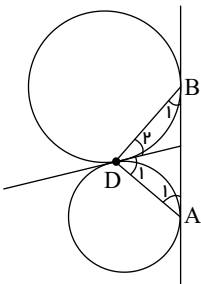
$$x = 40$$

$$\widehat{EMF} = 180 - 40 = 140$$

۷

گزینه ۱

در ابتدا مماس مشترک دو دایره را رسم می‌کنیم.



$$\left. \begin{aligned} B_1 &= \frac{\widehat{BD}}{2} \\ D_1 &= \frac{\widehat{BD}}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow B_1 = D_1 \Rightarrow \overline{BM} = \overline{DM}$$

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= \frac{\widehat{AD}}{2} \\ D_1 &= \frac{\widehat{AD}}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow A_1 = D_1 \Rightarrow \overline{AM} = \overline{DM}$$

نکته: در مثلث قائم‌الزاویه میانه نصف وتر است.
 $\Rightarrow \overline{AM} = \overline{DM} = \overline{BM}$

پس مثلث ADB قائم‌الزاویه است!

۸

گزینه ۲ زاویه‌های محاطی مقابل به یک کمان با هم برابرند: $\widehat{H} = \widehat{N} = \widehat{M} = \frac{\widehat{PQ}}{2}$

$$\widehat{N} = \widehat{H} = \frac{110}{2} = 55 \rightarrow \frac{H + N}{3} = \frac{55 + 55}{3} = \frac{110}{3} \approx 36,6$$

۹

گزینه ۲ نکته: کمان‌های محصور بین دو خط موازی با هم برابرند:

۱۰

$$\Rightarrow \widehat{DB} = \widehat{AC}$$

$$D_1 = \frac{\widehat{AC}}{2}$$

$$C_1 = \frac{\widehat{DB} + 180}{2} \xrightarrow{\widehat{AC} = \widehat{BD}} C_1 = \frac{\widehat{AC} + 180}{2}$$

$$D_1 + C_1 = \frac{\widehat{AC}}{2} + \frac{\widehat{AC} + 180}{2} = \frac{2\widehat{AC} + 180}{2} = \widehat{AC} + 90$$

گزینه ۲ شعاع دایره‌ها را x در نظر می‌گیریم.

هرگاه دو مماس از یک نقطه بر دایره رسم شود طول این دو مماس با هم برابر است.

رابطه‌ی (۱) و (۲) را از هم تفریق می‌کنیم.

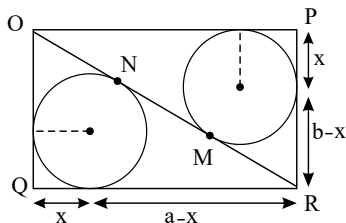
$$\overline{RN} = a - x \quad (1)$$

$$- \overline{RM} = b - x \quad (2)$$

$$\overline{RN} - \overline{RM} = a - x - (b - x)$$

$$\overline{MN} = a - x - b + x$$

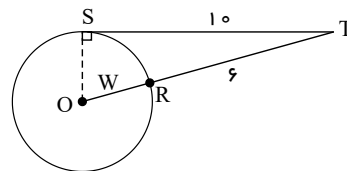
$$\overline{MN} = a - b$$



۱۱

گزینه ۴

$$\overline{TO} = \overline{OR} + \overline{RT} \rightarrow \overline{TO} = 6 + W$$



$$\overline{OS} = \overline{OR} = W = \text{شعاع دایره}$$

$$\overline{ST} = 10$$

$$\triangle TSO \xrightarrow[\text{رابطه‌ی فیثاغورس}]{\text{قائم‌الزاویه است}} \overline{ST}^2 + \overline{OS}^2 = \overline{TO}^2 \rightarrow 10^2 + W^2 = (6 + W)^2$$

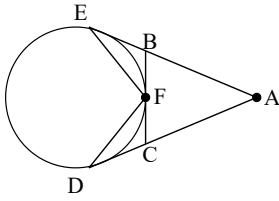
$$\rightarrow 100 + W^2 = 36 + 2(6W) + W^2 \rightarrow 100 + W^2 = 36 + 12W + W^2$$

$$100 - 36 = \cancel{W^2} + 12W \cancel{-W^2} \rightarrow 64 = 12W \rightarrow W = \frac{64}{12} = \frac{16}{3}$$

۱۲

گزینه ۳

با توجه به این که طول دو مماس AD و AE با هم برابر است. پس خواهیم داشت:



$$\left. \begin{array}{l} \overline{AD} = \overline{AE} \\ \overline{FC} = \overline{CD} \\ \overline{BF} = \overline{BE} \end{array} \right\} \rightarrow P_{\text{مثلث}} ABC = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AC} = \overline{AB} + \underbrace{\overline{BF} + \overline{FC}} + \overline{AC}$$

$$= \underbrace{\overline{AB} + \overline{BE}}_{25} + \underbrace{\overline{CD} + \overline{AC}}_{25} = 25\text{cm} + 25\text{cm} = 50\text{cm}$$

۱۳

گزینه ۱

نکته: خط مماس در نقطه تماس با شعاع دایره در آن نقطه زاویه قائمه می‌سازد.

$$\left. \begin{array}{l} \overline{AB} = \overline{AH} \\ \overline{AC} = \overline{AH} \end{array} \right\} \text{طول دو مماس از یک نقطه بر دایره با هم برابر است:}$$

$$\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{AH} = 8$$

$$\triangle O'AB \xrightarrow{\text{قائم‌الزاویه است رابطه فیثاغورس}} \overline{AB}^2 + \overline{BO'}^2 = \overline{AO'}^2 \rightarrow 8^2 + y^2 = 9^2 \rightarrow y^2 = 81 - 64 = 17 \rightarrow y = \overline{BO'} = \sqrt{17}$$

$$\triangle OAC \xrightarrow{\text{قائم‌الزاویه است رابطه فیثاغورس}} \overline{AC}^2 + \overline{OC}^2 = \overline{OA}^2 \rightarrow 8^2 + x^2 = 10^2 \rightarrow x^2 = 100 - 64 = 36 \rightarrow x = \overline{CO} = \sqrt{36} = 6$$

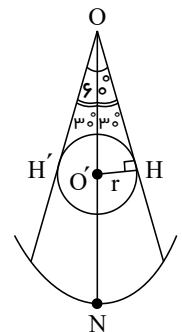
۱۴

گزینه ۳ در مثلث قائم‌الزاویه $OO'H$ پاره خط OO' نیم‌ساز زاویه $HO'H$ است. پس: $HOO' = 30^\circ$

$$\triangle OO'H : \overline{O'H} = \frac{1}{2} \overline{OO'} \rightarrow \overline{OO'} = 2 \overline{O'H} = 2r$$

$$\overline{OO'} = \overline{ON} - \overline{O'N} = 7 - r$$

$$\Rightarrow 2r = 7 - r \rightarrow 3r = 7 \rightarrow r = \frac{7}{3}$$

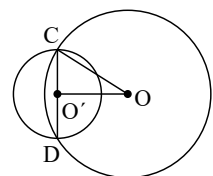


۱۵

گزینه ۱ قطر دایره کوچک با طول CD ، برابر و هر یک ۱۸ واحد هستند پس وتر CD ، قطر دایره کوچک است:

$$\triangle OO'C : \overline{OC}^2 = \overline{OO'}^2 + \overline{O'C}^2$$

$$17^2 = \overline{OO'}^2 + 9^2 \rightarrow \overline{OO'} = \sqrt{208} = 4\sqrt{13}$$



۱۶

گزینه ۱

نکته: اختلاف دورترین و نزدیکترین فاصله نقطه A نسبت به یک دایره برابر است با قطر دایره.

$$9cm = قطر \Rightarrow 3,14 \times قطر = 28,26 \rightarrow 3,14 \times قطر = محیط دایره$$

$$16 - x = 9 \Rightarrow 16 - 9 = x \Rightarrow x = 7cm \quad X \text{ نزدیکترین فاصله}$$

$$شعاع = \frac{قطر}{2} = \frac{9}{2} = 4,5cm$$

۱۷

گزینه ۲ خط مماس بر ربع دایره با هم برابرند پس چهارضلعی مربع است.

$$x^2 + x^2 = (\sqrt{2})^2 \rightarrow 2x^2 = 2$$

$$x = 1 \text{ ضلع مربع}$$

$$S_{\text{رنگی}} = S_{\text{مربع}} - S_{\text{ربع دایره}} = (1)^2 - \frac{\pi \times (1)^2}{4} = 1 - \frac{\pi}{4}$$

۱۸

گزینه ۱ برای بدست آوردن طول کمان \widehat{XY} ابتدا بایستی اندازهی آن را پیدا کنیم. برای بدست آوردن اندازهی کمان \widehat{XY} ابتدا بایستی زاویهی مرکزی \hat{O}_1 را پیدا کنیم. باتوجه به این که \hat{O}_1 برای مثلث $\triangle OHY$ یک زاویهی خارجی محسوب می شود بنابراین:

$$\hat{O}_1 = 15^\circ + \widehat{H} = 15 + 90 = 105^\circ$$

$$\widehat{XY} \text{ اندازهی کمان} = \hat{O}_1 = 105^\circ$$

برای پیدا کردن طول یک کمان نسبت اندازهی آن به محیط دایرهی کامل به این طریق عمل می کنیم:

$$\text{طول کمان } XY = \frac{105}{360} \times 2\pi r$$

$$\text{طول کمان } XY = \frac{105}{360} \times 2 \times \pi \times 10 = \frac{35}{6}\pi$$

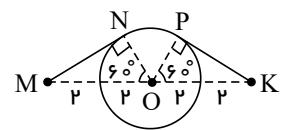
۱۹

گزینه ۳ کوتاهترین مسیر از دو نقطه که مماس بر میدان شده MN و PK و کمان NP تشکیل می شود.

$$\widehat{M\hat{O}N} = \widehat{K\hat{O}P} = 60^\circ \xrightarrow{\text{مرکزی}} \widehat{N\hat{O}P} = 180^\circ - (2 \times 60) = 60^\circ$$

$$\overline{MN}^2 = \overline{MO}^2 - \overline{ON}^2 = (4)^2 - (2)^2 = 16 - 4 = 12$$

$$\rightarrow MN = PK = \sqrt{12}$$



۲۰

$$2\pi \times 2 = \frac{2\pi}{3} \rightarrow 2\sqrt{12} + \frac{2\pi}{3} \leftarrow \sqrt{12} + \sqrt{12} + \frac{2\pi}{3}$$

گزینه ۱ می دانیم که کمان مقابل با زاویهی مرکزی با هم برابرند بنابراین:

۲۱

$$\widehat{CD} = \widehat{AB} = 60^\circ$$

و چون D زاویه محاطی است داریم:

$$\widehat{ADB} = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ$$

از آنجایی که \widehat{FDA} زاویه خارجی است پس داریم:

$$\widehat{ADF} = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$$

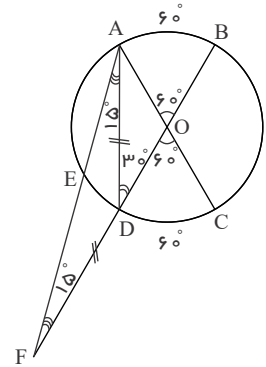
و چون $DF = AD$ پس مثلث $\triangle ADF$ مثلث متساوی الساقین است بنابراین:

$$\widehat{DAF} = \widehat{DFA} = \frac{180^\circ - 150^\circ}{2} = 15^\circ$$

و چون \widehat{DAF} زاویه محاطی است.

$$\widehat{ED} = 15 \times 2 = 30^\circ$$

$$\widehat{CDE} = \widehat{CD} + \widehat{ED} = 60^\circ + 30^\circ = 90^\circ$$



گزینه ۳

$$\widehat{CAD} = \frac{\widehat{AC}}{2} \text{ ظلی}$$

$$\widehat{B}_1 = \frac{\widehat{AC}}{2} \Rightarrow \widehat{CAD} = \widehat{B}_1 \quad (1)$$

$$\left. \begin{array}{l} \triangle ACD : \widehat{CD} = \widehat{AC} \Rightarrow \widehat{D} = \widehat{CAD} \quad (1) \\ \text{زاویه خارجی } C_1 = \widehat{D} + \widehat{CAD} \quad (2) \end{array} \right\} \rightarrow C_1 = 2\widehat{CAD} \quad (3)$$

$$\triangle ABC \text{ مثلث قائم الزاویه است!} \Rightarrow B_1 + C_1 + 90^\circ = 180^\circ \xrightarrow{(2), (1)} \widehat{CAD} + \widehat{CAD} + \widehat{CAD} = 90^\circ$$

$$\Rightarrow 3\widehat{CAD} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{CAD} = 30^\circ$$

طبق ۱ $\Rightarrow \widehat{CAD} = D = 30^\circ$

گزینه ۲

$FG \parallel EH \rightarrow \widehat{GE} = \widehat{GH}$

زاویه ظلی $E = \frac{\widehat{EH}}{2} \rightarrow 120^\circ = \widehat{EH}$

$x = \widehat{GH} \rightarrow 360^\circ = 120^\circ + 2x \rightarrow 360^\circ - 120^\circ = 2x$

$240^\circ = 2x \rightarrow x = 120^\circ = \widehat{GH}$

۲۳

گزینه ۴ زاویه داخلی دایره:

$g = \frac{\widehat{AB} + \widehat{DE}}{2} = \frac{3\widehat{DE} + \widehat{DE}}{2} = 2\widehat{DE}$

$64 = 2\widehat{DE} \Rightarrow \widehat{DE} = 32^\circ \xrightarrow{\widehat{AB}=3\widehat{DE}} \widehat{AB} = 32 \times 3 = 96^\circ$

C زاویه خارجی:

$C = \frac{\widehat{AB} - \widehat{DE}}{2} = \frac{96 - 32}{2} = 32^\circ$

۲۴

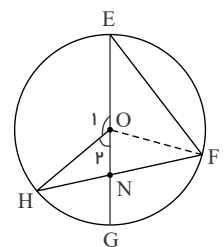
A زاویه محاطی:

$\widehat{A} = \frac{\widehat{EF}}{2} = \frac{54}{2} = 27^\circ$

$\widehat{A} + C = 27 + 32 = 59^\circ$

گزینه ۳ زاویه مرکزی می باشد پس O_1 برابر 130° درجه می باشد:

$\widehat{O} = \widehat{O}_1 + \widehat{O}_2 \Rightarrow 180^\circ = 130^\circ + O_2 \rightarrow \widehat{O}_2 = 50^\circ$



۲۵

\widehat{FG} کمان روبه روی زاویه محاطی است.

$$\hat{E} = \frac{\widehat{FG}}{2} = \frac{75^\circ}{2} = 37,5^\circ$$

از O به F وصل می‌کنیم: $\triangle OEF$: متساوی‌الساقین $E\hat{O}F : 180 - (2 \times 37,5^\circ) = 105^\circ \Rightarrow F\hat{O}N = 75^\circ$
 $F\hat{O}H = 50^\circ + 75^\circ = 125^\circ$

متساوی‌الساقین $\triangle FOH$: $\frac{(180^\circ - 125^\circ)}{2} = \frac{55^\circ}{2} = 27,5^\circ = O\hat{H}F$

$\triangle ONH$: خارجی $G\hat{N}H = N\hat{O}H + O\hat{H}F = 50^\circ + 27,5^\circ = 77,5^\circ$

راه حل ۲:

$$\Rightarrow G\hat{N}H = \frac{\widehat{HG} + \widehat{EF}}{2} = \frac{360 - \widehat{EH} - \widehat{FG}}{2} = \frac{360 - 130 - 75}{2} = \frac{155}{2} = 77,5$$

گزینه ۴ چون $\triangle ABF$ یک زاویهٔ محاطی است پس داریم:

$$\widehat{AF} = 40^\circ$$

نکته: قطر عمود بر وتر، کمان نظیر آن را نصف می‌کند بنابراین:

$$\widehat{AF} = \widehat{AE} = 40^\circ$$

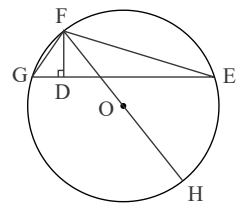
طبق فرض $\widehat{EC} = \widehat{FD}$ $\Rightarrow 2\widehat{EC} + \widehat{AE} + \widehat{AF} = 180 \Rightarrow 2\widehat{EC} + 80 = 180 \rightarrow \widehat{EC} = 50 = \widehat{FD}$

$$\hat{x} = \frac{\widehat{AF} + \widehat{AE} + \widehat{EC}}{2} = \frac{40 + 40 + 50}{2} = \frac{130}{2} = 65^\circ$$

گزینه ۱ از H به E وصل می‌کنیم. چون FH قطر می‌باشد. پس $\triangle FEH$ قائمه است یعنی $\hat{H} + \hat{F}_2 = 90^\circ$

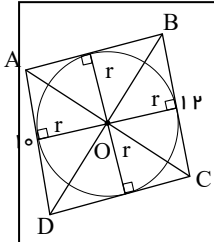
از طرفی $\hat{H} = \hat{G} = \frac{\widehat{FE}}{2}$ است. پس می‌توان نوشت:

$$\left. \begin{array}{l} \hat{F}_1 + G = 90^\circ \\ \hat{F}_2 + H = 90^\circ \end{array} \right\} \xrightarrow{G=H} \hat{F}_1 = \hat{F}_2$$



گزینه ۴ نکته: اگر دایره‌ای به شعاع r و مرکز O دایرهٔ محاطی چهارضلعی $ABCD$ باشد، همواره داریم:

$$*S_{ABCD} = \frac{r \times \text{محیط چهارضلعی}}{2}$$



$$S_{\triangle AOB} = \frac{1}{2} \times r \times \overline{AB}$$

$$S_{\triangle AOD} = \frac{1}{2} \times r \times \overline{AD}$$

$$S_{\triangle BOC} = \frac{1}{2} \times r \times \overline{BC}$$

$$S_{\triangle DOC} = \frac{1}{2} \times r \times \overline{DC}$$

$$\xrightarrow{\text{جمع}} S_{ABDC} = \frac{1}{2} \times 5 \times (\overline{AB} + \underbrace{\overline{AD} + \overline{BC}}_{22} + \overline{DC})$$

$$\xrightarrow{\overline{AD} + \overline{BC} = \overline{AB} + \overline{DC}} \frac{1}{2} \times 5 \times (44) = 22 \times 5 = 110$$

گزینه ۱

$$x + 4x + \frac{1}{4}x + \frac{1}{4}x + \frac{7}{2}x = 360^\circ$$

$$5x + 4x = 360^\circ \Rightarrow x = 40^\circ$$

\widehat{AED} یک زاویه محاطی است!

$$\widehat{AED} = \frac{\widehat{AB} + \widehat{BC} + \widehat{CD}}{2} = \frac{40 + 4(40) + \frac{1}{4}(40)}{2} = \frac{210}{2} = 105^\circ$$

$$\widehat{AEF} = 180 - 105 = 75^\circ$$

$$\widehat{BAE} = \frac{\widehat{BC} + \widehat{CD} + \widehat{ED}}{2} = \frac{4(40) + \frac{1}{4}(40) + \frac{1}{4}(40)}{2} = \frac{160 + 10 + 10}{2} = 90$$

$$F\widehat{AE} = 90 - 10 = 80$$

$$A\widehat{FE} = 180 - (80 + 75) = 25$$

۲۹

گزینه ۱

$$\widehat{A} = \frac{\widehat{BC} - \widehat{FC}}{2}$$

۳۰

زاوية ظلي $\widehat{BCE} = 34 \Rightarrow \widehat{BC} = 34 \times 2 = 68^\circ$

زاوية داخلي $\widehat{FgD} = \frac{\widehat{BC} + \widehat{FD}}{2} = \frac{68 + \widehat{FD}}{2} = 108 \Rightarrow \widehat{FD} = 148^\circ$

قطر دايره $DC \Rightarrow \widehat{DF} + \widehat{FC} = 180 \Rightarrow 148 + \widehat{FC} = 180 \Rightarrow \widehat{FC} = 32^\circ$

$$\widehat{A} = \frac{\widehat{BC} - \widehat{FC}}{2} = \frac{68 - 32}{2} = 18^\circ$$

پاسخنامه کلیدی

۱ ✨ ۴
۲ ✨ ۲
۳ ✨ ۳
۴ ✨ ۱
۵ ✨ ۳
۶ ✨ ۲

۷ ✨ ۲
۸ ✨ ۱
۹ ✨ ۲
۱۰ ✨ ۲
۱۱ ✨ ۲
۱۲ ✨ ۴

۱۳ ✨ ۳
۱۴ ✨ ۱
۱۵ ✨ ۳
۱۶ ✨ ۱
۱۷ ✨ ۱
۱۸ ✨ ۲

۱۹ ✨ ۱
۲۰ ✨ ۳
۲۱ ✨ ۱
۲۲ ✨ ۳
۲۳ ✨ ۲
۲۴ ✨ ۴

۲۵ ✨ ۳
۲۶ ✨ ۴
۲۷ ✨ ۱
۲۸ ✨ ۴
۲۹ ✨ ۱
۳۰ ✨ ۱