فعالیت :

در سال هفتم مفهوم توان را یاد گرفته اید.در مثال های زیر می توانید این مفاهیم را به یاد بیاورید.

$$۳^۴ = ۳\times ۳\times ۳\times ۳$$

$$۵^۲ \times ۵^۴ = ۵\times ۵\times \underbrace{۵\times ۵\times ۵\times ۵} = ۵^{۲+۴} = ۵^۶$$

$$۳^۳ \times ۵^۳ = ۳\times ۳\times ۳\times ۵\times ۵\times ۵ = (۳\times ۵)\times (۳\times ۵)\times (۳\times ۵) = (۳\times ۵)^۳ = ۱۵^۳$$

هر کدام را به زبان ساده توضیح دهید.

کار درخانه (۱):

قواعد مربوط به ضرب را به فارسی بیان کنید.(اگر a و bعددی دلخواه و mو nدو عدد طبیعی باشند.)

در ضرب عددهای تواندار با پایه های مساوی.....	$a^m \times a^n = a^{m+n}$
در ضرب عددهای تواندار با توان های مساوی.....	$a^m \times b^m = (a\times b)^m$

کار درخانه (۲):

حاصل هریک از عبارت های زیر را به صورت یک عدد توان دار بنویسید.

$(-۹)^۵ \times (-۶)^۵ =$ $(-۹)^۳ \times (-۹)^۵ =$ $۵^۴ \times ۶^۴ =$ $۳^۵ \times ۳^۲ =$

فعالیت :

گاهی اوقات ممکن است در یک عبارت توانی از هر دو قانون استفاده شود.به مثال زیر به دقت نگاه کنید و روش کار را توضیح دهید. $۵^۳ \times ۱۰^۵ \times ۴^۳ \times ۲^۵ = (۵^۳ \times ۴^۳)\times (۱۰^۵ \times ۲^۵) = ۲۰^۳ \times ۲۰^۵ = ۲۰^۸$

و یا حتی باید پایه ها را تجزیه کرد.در مثال زیر نیز روش حل را بیان کنید.

(می توانید از تجزیه درختی استفاده کنید) $(۸۱ = ۳\times ۳\times ۳\times ۳ = ۳^۴)$ $۸۱\times ۳^۵ = ۳^۴ \times ۳^۵ = ۳^۹$

کار درخانه (۳):

حاصل هریک از عبارت های زیر را به صورت یک عدد توان دار بنویسید.

$۲^۳ \times ۸^۵ \times ۴^۳ =$ $۲^۵ \times ۳^۲ \times ۶^۵ \times ۴^۲ =$

$۳۶\times ۱۴۴ =$ $۱۲۵\times ۸^۳ =$

فعالیت :

در عبارت $۲^{۳} \times ۲^{۳} \times ۲^{۳} \times ۲^{۳}$ چند بار $۲^{۳}$ در هم ضرب شده اند؟ با توجه به مفهوم توان در مورد رابطه زیر فکر کنید.

$$۲^{۳} \times ۲^{۳} \times ۲^{۳} \times ۲^{۳} = (۲^{۳})^{۴}$$

حال اگر در عبارت $۲^{۳} \times ۲^{۳} \times ۲^{۳} \times ۲^{۳}$ ضرب را با قانون پایه ها مساوی انجام دهیم، به صورت زیر می توان نوشت

$$۲^{۳} \times ۲^{۳} \times ۲^{۳} \times ۲^{۳} = ۲^{۳+۳+۳+۳} = ۳^{۱۲}$$

با مقایسه تساوی های بالا ، آیا می توان نتیجه گرفت ؟ $(۲^{۳})^{۴} = ۲^{۱۲}$

برای توان ها چه اتفاقی رخ داد؟ پس می توان قانون جدیدی در مورد اعدادی که توان دار هستند و دوباره به توان می رسند نوشت. شما رابطه فوق را به فارسی توضیح دهید. $(a^{m})^{n} = a^{m \times n}$

کار درخانه (۴):

حاصل عبارت های زیر را به صورت توان دار بنویسید.

$$(۵^{۷})^{۴} = \qquad (۱۸^{۲})^{۷} = \qquad \left[(\frac{۲}{۳})^{۲}\right]^{۳} = \qquad \left[(-۶)^{۲}\right]^{۵} = \qquad \left[(ab)^{۳}\right]^{۶} =$$

کار درخانه (۵):

دلیل نادرست بودن عبارت های زیر را ،توضیح دهید.

$$(۳^{۲})^{۴} = ۳^{۲} \times ۳^{۴}$$

$$۳^{۲} \times ۳^{۳} = ۹^{۵}$$

فعالیت :

می خواهیم حاصل عبارت $۳^{۳} \times ۹^{۵}$ را به دست آوریم.آیا پایه ها با هم برابر هستند؟ توان ها چه طور؟پس کمی دچار مشکل شدیم.چون این عبارت را نمی توان با قوانینی که یاد داریم حل کنیم.چه راهی به ذهنتان می رسد.آیا از $۹ = ۳ \times ۳ = ۳^{۲}$ می توانیم استفاده کنیم؟پس راهی برای حل این مسئله به ظاهر عجیب یافتیم.

$$۹^{۵} \times ۳^{۳} = (۳^{۲})^{۵} \times ۳^{۳} = ۳^{۱۰} \times ۳^{۳} = ۳^{۱۳}$$

کار درخانه (۶):

حاصل عبارت های زیر را به صورت توان دار بنویسید.

$$۴۹^{۲} \times ۷^{۵} =$$

$$۲۷ \times ۹^{۵} =$$

فرامرز انتظاری

@riazicafe

کار درخانه (۱): قواعد مربوط به ضرب را به فارسی بیان کنید.(اگر a و bعددی دلخواه و mو nدو عدد طبیعی باشند.)

در ضرب عددهای تواندار با پایه های مساوی یکی از پایه ها را نوشته و توان ها را با هم جمع می کنیم	$a^m \times a^n = a^{m+n}$
در ضرب عددهای تواندار با توان های مساوی پایه ها را در هم ضرب می کنیم و یکی از توان ها را می نویسیم.	$a^m \times b^m = (a \times b)^m$

کار درخانه (۲):

حاصل هریک از عبارت های زیر را به صورت یک عدد توان دار بنویسید.

$(-۹)^۵ \times (-۶)^۵ = (+۵۴)^۵$ $(-۹)^۳ \times (-۹)^۵ = (-۹)^۸$ $۵^۴ \times ۶^۴ = ۳۰^۴$ $۳^۵ \times ۳^۲ = ۳^۷$

کار درخانه (۳): حاصل هریک از عبارت های زیر را به صورت یک عدد توان دار بنویسید.

$\underline{۲^۳} \times ۸^۵ \times \underline{۴^۳} = ۸^۳ \times ۸^۵ = ۸^۸$ $\underline{۲^۵} \times \underline{\underline{۳^۲}} \times \underline{۶^۵} \times \underline{\underline{۴^۲}} = ۱۲^۵ \times ۱۲^۲ = ۱۲^۷$

$۳۶ \times ۱۴۴ = ۶^۲ \times ۱۲^۲ = ۷۲^۲$ $۱۲۵ \times ۸^۳ = ۵^۳ \times ۸^۳ = ۴۰^۳$

کار درخانه (۴): حاصل عبارت های زیر را به صورت توان دار بنویسید.

$\left[(ab)^۳\right]^۶ = (ab)^{۱۸}$ $\left[(-۶)^۲\right]^۵ = (-۶)^{۱۰}$ $\left[(\frac{۲}{۳})^۲\right]^۳ = (\frac{۲}{۳})^۶$ $(۱۸^۲)^۷ = ۱۸^{۱۴}$ $(۵^۷)^۴ = ۵^{۲۸}$

کار درخانه (۵): دلیل نادرست بودن عبارت های زیر را ،توضیح دهید.

در سمت چپ چون توان به توان رسیده است. داریم $(۳^۲)^۴ = ۳^۸$ $(۳^۲)^۴ = ۳^۲ \times ۳^۴$

در سمت راست چون پایه ها با هم برابرند. داریم. $۳^۲ \times ۳^۴ = ۳^۶$ و این دو با هم برابر نیستند.

در ضرب با پایه های مساوی پایه ها تغییری نمی کند و فقط توان ها جمع می شوند. $۳^۲ \times ۳^۳ = ۹^۵$

کار درخانه (۶):

حاصل عبارت های زیر را به صورت توان دار بنویسید.

$(۴۹ = ۷ \times ۷ = ۷^۲)$

$۴۹^۲ \times ۷^۵ = (۷^۲)^۲ \times ۷^۵ = ۷^۴ \times ۷^۵ = ۷^۹$

$(۹ = ۳ \times ۳ = ۳^۲)$ $(۲۷ = ۳ \times ۳ \times ۳ = ۳^۳)$

$۲۷ \times ۹^۵ = ۳^۳ \times (۳^۲)^۵ = ۳^۳ \times ۳^{۱۰} = ۳^{۱۳}$

فرامرز انتظاری

@riazicafe

فعالیت :

می خواهیم حاصل تقسیم $۱۰^{۵} \div ۱۰^{۲}$را به صورت عددی تواندار به دست آوریم.چه بخشی در این تقسیم یکسان است؟

با توجه به تعریف توان می توان به صورت زیر عملیات را به شکل گسترده نوشت.

$$۱۰^{۵} \div ۱۰^{۲} = \frac{۱۰^{۵}}{۱۰^{۲}} = \frac{\cancel{۱۰^{۱}} \times \cancel{۱۰^{۱}} \times ۱۰ \times ۱۰ \times ۱۰}{\cancel{۱۰^{۱}} \times \cancel{۱۰^{۱}}} = ۱۰ \times ۱۰ \times ۱۰ = ۱۰^{۳}$$

ولی می شود راهی یافت که مختصر به جواب رسید. به نظر شما چه اتفاقی برای توان ها افتاد؟

$$۱۰^{۵} \div ۱۰^{۲} = ۱۰^{۵-۲} = ۱۰^{۳}$$

پس اگر aعددی دلخواه و مخالف صفر و m,nعددهای طبیعی باشند.داریم: $a^m \div a^n = a^{m-n}$ ،عبارت زیر را کامل کنید.

« در تقسیم اعداد تواندار با پایه های مساوی، یکی از پایه ها را نوشته و توان ها را از هم ..... می کنیم.»

کار درخانه (۱):

حاصل تقسیم های زیر را به صورت عددی تواندار بنویسید.

$(-۹)^{۱۵} \div (-۹)^{۸} =$ $(۴/۵)^{۶} \div (۴/۵)^{۳} =$ $۳^{۸} \div ۳^{۲} =$ $۸^{۹} \div ۸^{۵} =$

فعالیت :

به عبارت های زیر نگاه کنید و تفاوت را بیان کنید.

$$\frac{۵^{۳}}{۵^{۷}} = \frac{\cancel{۵^{۳}}^{۱}}{\cancel{۵^{۳}}^{۱} \times ۵^{۴}} = \frac{۱}{۵^{۴}}$$

$$\frac{۵^{۷}}{۵^{۳}} = \frac{۵^{۴} \times \cancel{۵^{۳}}^{۱}}{\cancel{۵^{۳}}^{۱}} = \frac{۵^{۴}}{۱} = ۵^{۴}$$

در این موارد نیز توان ها از هم کم شده اند.ولی قرار گرفتن عدد توان دار در صورت یا مخرج جواب متفاوت است..ببینید در هرکدام با توجه به چه چیزی جواب در صورت یا مخرج قرار گرفته است؟

پس می توان به صورت خلاصه هم این سوالات را حل کرد،به مثال های زیر دقت کنید.

$$\frac{۵^{۶} \times ۴^{۳}}{۵^{۴} \times ۴^{۵}} = \frac{۵^{۶}}{۵^{۴}} \times \frac{۴^{۳}}{۴^{۵}} = \frac{۵^{۲}}{۱} \times \frac{۱}{۴^{۲}} = \frac{۵^{۲}}{۴^{۲}}$$

$$\frac{۹^{۳}}{۹^{۵}} = \frac{۱}{۹^{۲}}$$

$$\frac{۷^{۶}}{۷^{۴}} = \frac{۷^{۲}}{۱}$$

کار درخانه (۲):

حاصل را به صورت توان دار بنویسید.

$\frac{x^{۵} \times y^{۴}}{x^{۳} \times y^{۶}} =$ $\frac{۵^{۷} \times ۶^{۲}}{۵^{۳} \times ۶^{۶}} =$ $\frac{۶^{۸}}{۶^{۱۰}} =$

@riazicafe

فعالیت :

به مثال زیر توجه کنید. در اینجا کدام بخش از تقسیم یکسان است؟

$$۱۲^۴ \div ۶^۴ = \frac{۱۲^۴}{۶^۴} = \frac{۱۲\times۱۲\times۱۲\times۱۲}{۶\times۶\times۶\times۶} = \frac{۱۲}{۶}\times\frac{۱۲}{۶}\times\frac{۱۲}{۶}\times\frac{۱۲}{۶} = \left(\frac{۱۲}{۶}\right)^۴ = ۲^۴$$

در اینجا نیز می توان کار را ساده و مختصر انجام داد.

$$۱۲^۴ \div ۶^۴ = \left(\frac{۱۲}{۶}\right)^۴ = ۲^۴$$

اکنون قانون فوق را به صورت نماد ریاضی می توان نوشت. اگر a,b دو عدد دلخواه و m عددی طبیعی باشد.($b \neq ۰$)

$$a^m \div b^m = \left(\frac{a}{b}\right)^m$$

« در تقسیم اعداد تواندار با توان های مساوی، پایه ها را بر هم تقسیم می کنیم و یک از توان ها را می نویسیم.»

کار درخانه (۳):

حاصل هر یک از تقسیم های زیر را به صورت عددی توان دار بنویسید.

$(-۸)^۷ \div (-۲)^۷ =$ $\quad ۲۷^۲ \div ۹^۲ =$ $\quad ۱۶^۵ \div ۲^۵ =$ $\quad ۱۴^۳ \div ۷^۳ =$

فعالیت :

به دو مثال زیر توجه کنید و تفاوت آنها را بیان کنید.

$$۳^۴ \div ۱۵^۴ = \left(\frac{۳}{۱۵}\right)^۴ = \left(\frac{۱}{۵}\right)^۴ \qquad ۱۵^۴ \div ۳^۴ = \left(\frac{۱۵}{۳}\right)^۴ = ۵^۴$$

پس همیشه در زمان تقسیم کردن دقت لازم را داشته باشید. ضمناً اگر جواب تقسیم ساده نشد ، به همان صورت بنویسید.

کار درخانه (۴):

حاصل هر یک از تقسیم های زیر را به صورت عددی توان دار بنویسید.

$۵^۷ \div ۳^۷ =$ $\quad ۵^{۱۰} \div ۲۰^{۱۰} =$ $\quad ۶^۵ \div ۱۸^۵ =$

کار درخانه (۵):

عبارت های زیر را ساده کنید و پاسخ را به صورت عددی تواندار بنویسید.

$$\frac{x^۲ \times \left(x^۳\right)^۴}{x^{۲۰}} = \qquad \frac{\left(a^۳\right)^۴}{a^۸} =$$

کار درخانه (۱):

حاصل تقسیم های زیر را به صورت عددی تواندار بنویسید.

$(-۹)^{۱۵} \div (-۹)^{۸} = (-۹)^{۷}$ $\quad (۴/۵)^{۶} \div (۴/۵)^{۳} = (۴/۵)^{۳}$ $\quad ۳^{۸} \div ۳^{۲} = ۳^{۶}$ $\quad ۸^{۹} \div ۸^{۵} = ۸^{۴}$

کار درخانه (۲):

حاصل را به صورت توان دار بنویسید.

$\frac{x^{۵} \times y^{۴}}{x^{۳} \times y^{۶}} = \frac{x^{۲}}{۱} \times \frac{۱}{y^{۲}} = \frac{x^{۲}}{y^{۲}}$ $\quad \frac{۵^{۷} \times ۶^{۲}}{۵^{۳} \times ۶^{۶}} = \frac{۵^{۴}}{۱} \times \frac{۱}{۶^{۴}} = \frac{۵^{۴}}{۶^{۴}}$ $\quad \frac{۶^{۸}}{۶^{۱۰}} = \frac{۱}{۶^{۲}}$

کار درخانه (۳):

حاصل هر یک از تقسیم های زیر را به صورت عددی توان دار بنویسید.

$(-۸)^{۷} \div (-۲)^{۷} = (\frac{-۸}{-۲})^{۷} = (+۴)^{۷}$ $\quad ۲۷^{۲} \div ۹^{۲} = (\frac{۲۷}{۹})^{۲} = ۳^{۲}$

$۱۶^{۵} \div ۲^{۵} = (\frac{۱۶}{۲})^{۵} = ۸^{۵}$ $\quad ۱۴^{۳} \div ۷^{۳} = (\frac{۱۴}{۷})^{۳} = ۲^{۳}$

کار درخانه (۴):

حاصل هر یک از تقسیم های زیر را به صورت عددی توان دار بنویسید.

$۵^{۷} \div ۳^{۷} = (\frac{۵}{۳})^{۷}$ $\quad ۵^{۱۰} \div ۲۰^{۱۰} = (\frac{۵}{۲۰})^{۱۰} = (\frac{۱}{۴})^{۱۰}$ $\quad ۶^{۵} \div ۱۸^{۵} = (\frac{۶}{۱۸})^{۵} = (\frac{۱}{۳})^{۵}$

کار درخانه (۵):

عبارت های زیر را ساده کنید و پاسخ را به صورت عددی تواندار بنویسید.

$\frac{x^{۲} \times (x^{۳})^{۴}}{x^{۲۰}} = \frac{x^{۲} \times x^{۱۲}}{x^{۲۰}} = \frac{x^{۱۴}}{x^{۲۰}} = \frac{۱}{x^{۶}}$ $\quad \frac{(a^{۳})^{۴}}{a^{۸}} = \frac{a^{۱۲}}{a^{۸}} = \frac{a^{۴}}{۱} = a^{۴}$

فرامرز انتظاری

@riazicafe

فعالیت :

در سال گذشته با مفهوم جذر آشنا شده اید. به مثال های زیر توجه کنید.

$\sqrt{۱۲۱}=۱۱$ $\qquad$ $\sqrt{\frac{۱}{۸۱}}=\frac{۱}{۹}$ $\qquad$ $۵^{۲}=۵\times۵=۲۵ \rightarrow \sqrt{۲۵}=۵$

کار درخانه (۱):

حاصل را به دست آورید.

$\sqrt{\frac{۴۹}{۱۰۰}}=$ $\qquad$ $\sqrt{۱}=$ $\qquad$ $\sqrt{۶۴}=$ $\qquad$ $\sqrt{۳۶}=$

فعالیت :

حاصل عبارت $\sqrt{۳۴}$ چند است؟ با توجه به جذرهای فعالیت قبل جواب دقیق نمی توان برای این جذر پیدا کرد. زیرا $\sqrt{۲۵}=۵$ است و $\sqrt{۳۶}=۶$ است. پس می توان نتیجه گرفت که جواب $\sqrt{۳۴}$ بین **۵** و **۶** قرار دارد.این مطلب را می توان به صورت زیر نشان داد.

$\sqrt{۲۵}<\sqrt{۳۴}<\sqrt{۳۶} \rightarrow ۵<\sqrt{۳۴}<۶$

کار درخانه (۲):

مانند فعالیت بالا نشان دهید هر کدام از جذر های زیر بین کدام دو عدد طبیعی متوالی قرار دارند.

$\sqrt{۱۵}$ $\qquad$ $\sqrt{۹۰}$ $\qquad$ $\sqrt{۵۲}$ $\qquad$ $\sqrt{۷۰}$

فعالیت :

در مورد $\sqrt{۳۴}$ فهمیدیم که بین **۵** و **۶** است. به نظر شما چه عددی می تواند باشد؟ راحت ترین عددی که به ذهنتان می رسد چیست؟ بهتر نیست درست وسط **۵** و **۶** را در نظر بگیریم. این عدد چند است؟

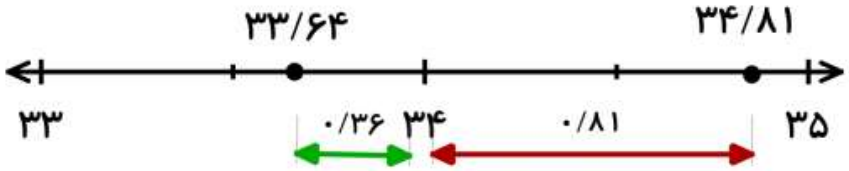
با توجه به تعریف جذر می توان نوشت. $(۵/۵)^{۲}=۵/۵\times۵/۵=۳۰/۲۵$

جوابی که به دست آوردیم هنوز به **۳۴** نرسیده است .پس باید عدد های بیشتر از **۵/۵** را آزمایش کنیم.این عددها را در جدول زیر حساب کردیم.(دقت کنید هر عدد در خودش ضرب شده است.مجذور به همین معنی است.)

عدد	۵/۶	۵/۷	۵/۸	۵/۹	۶
مجذور	۳۱/۳۶	۳۲/۴۹	۳۳/۶۴	۳۴/۸۱	۳۶

مشاهده می کنید هیچ کدام از مجذور ها دقیقاً **۳۴** نشد. ولی دو عدد **۳۳/۶۴** و **۳۴/۸۱** به آن نزدیک هستند.اگر این دو عدد را همسایه های دو طرف **۳۴** در نظر بگیریم. کدام همسایه به آن نزدیک تر است؟ به شکل زیر دقت کنید.

@riazicafe



چون عدد **۳۳ / ۶۴** همسایه نزدیکتری است پس می توان گفت مقدار $\sqrt{۳۴}$ تقریباً برابر **۵ / ۸** است.

در نتیجه $\sqrt{۳۴} \simeq ۵ / ۸$

علامت $\simeq$ معنی تقریباً را می دهد.یعنی این جواب دقیق نیست. با ماشین حساب اگر آزمایش کنید برای $\sqrt{۳۴}$ جواب دقیقی به دست نمی آید. به همین خاطر این جذر ها را تقریبی می گویند.

کار درخانه (۳):

با انجام مراحل زیر مقدار تقریبی $\sqrt{۷۷}$ را تا یک رقم اعشار تعیین کنید.

الف) $\sqrt{۷۷}$ بین کدام دو عدد طبیعی قرار دارد؟ ب) وسط آن را در نظر گرفته و مجذور را به دست آورید.

ج) جدول زیر ا کامل کنید.

عدد	۸ / ۶				
مجذور					

د) نزدیک ترین مجذور به **۷۷** کدام است؟ $\sqrt{۷۷} \simeq$

فعالیت :

می خواهیم مقدار تقریبی $\sqrt{۱۹}$ را به دست آوریم. در مرحله اول باید بفهمیم بین کدام دو عدد متوالی قرار دارد.

$۴ < \sqrt{۱۹} < ۵ \quad \rightarrow \quad \sqrt{۱۶} < \sqrt{۱۹} < \sqrt{۲۵}$ پس بین **۴** و **۵** است.وسط این دو عدد را در نظر می گیریم.

$$(۴/۵)^۲ = ۴/۵ \times ۴/۵ = ۲۰/۲۵$$

۲۰/۲۵از **۱۹** بیشتر است.پس در این مورد باید عددهای کمتر از **۴/۵** را آزمایش کنیم.

عدد	۴/۱	۴/۲	۴/۳	۴/۴	۴/۵
مجذور	۱۶/۸۱	۱۷/۶۴	۱۸/۴۹	۱۹/۳۶	۲۰/۲۵

چون عدد **۱۹ / ۳۶** همسایه نزدیکتری است پس می توان گفت مقدار $\sqrt{۱۹}$ تقریباً برابر **۴ / ۴** است. $\sqrt{۱۹} \simeq ۴ / ۴$

کار درخانه (۴):

مقدار تقریبی $\sqrt{۵۲}$ را تا یک رقم اعشار تعیین کنید.

فرامرز انتظاری
@riazicafe

کار درخانه (۱):

حاصل را به دست آورید.

$\sqrt{\frac{۴۹}{۱۰۰}}=\frac{۷}{۱۰}$　　$\sqrt{۱}=۱$　　$\sqrt{۶۴}=۸$　　$\sqrt{۳۶}=۶$

کار درخانه (۲):

مانند فعالیت بالا نشان دهید هر کدام از جذر های زیر بین کدام دو عدد طبیعی متوالی قرار دارند.

$\sqrt{۱۵}$　　$\sqrt{۹۰}$　　$\sqrt{۵۲}$　　$\sqrt{۷۰}$

$\sqrt{۶۴}<\sqrt{۷۰}<\sqrt{۸۱} \rightarrow ۸<\sqrt{۷۰}<۹$

$\sqrt{۴۹}<\sqrt{۵۲}<\sqrt{۶۴} \rightarrow ۷<\sqrt{۵۲}<۸$

$\sqrt{۸۱}<\sqrt{۹۰}<\sqrt{۱۰۰} \rightarrow ۹<\sqrt{۹۰}<۱۰$

کار درخانه (۳):

با انجام مراحل زیر مقدار تقریبی $\sqrt{۷۷}$ را تا یک رقم اعشار تعیین کنید.

الف) $\sqrt{۷۷}$ بین کدام دو عدد طبیعی قرار دارد؟　　ب) وسط آن را در نظر گرفته و مجذور را به دست آورید.

ج) جدول زیر ا کامل کنید.

د) نزدیک ترین مجذور به ۷۷ کدام است؟　　$\sqrt{۷۷}\simeq$

الف)

$\sqrt{۶۴}<\sqrt{۷۷}<\sqrt{۸۱} \rightarrow ۸<\sqrt{۷۷}<۹$

ب)　$(۸/۵)^۲=۷۲/۲۵$　چون کمتر از ۷۷ است. به بالا می رویم.

ج)

عدد	۸/۶	۸/۷	۸/۸	۸/۹	۹
مجذور	۷۳/۹۶	۷۵/۶۹	۷۷/۴۴	۷۹/۲۱	۸۱

د) نزدیک ترین مجذور ۷۷/۴۴ است. پس　$\sqrt{۷۷}\simeq ۸/۸$

@riazicafe

کار درخانه (۴):

مقدار تقریبی $\sqrt{۵۲}$ را تا یک رقم اعشار تعیین کنید.

الف)

$$\sqrt{۴۹} < \sqrt{۵۲} < \sqrt{۶۴} \quad \rightarrow \quad ۷ < \sqrt{۵۲} < ۸$$

ب) $(۷/۵)^۲ = ۵۶/۲۵$ چون بیشتر از ۵۲ است. در حدول اعداد اعشاری را به پایین می رویم.

ج)

عدد	۷/۴	۷/۳	۷/۲	۷/۱	۷
مجذور	۵۴/۷۶	۵۳/۲۹	۵۱/۸۴	۵۰/۴۱	۴۹

د) نزدیک ترین مجذور $۵۱/۸۴$ است. پس $\sqrt{۵۲} \simeq ۷/۲$

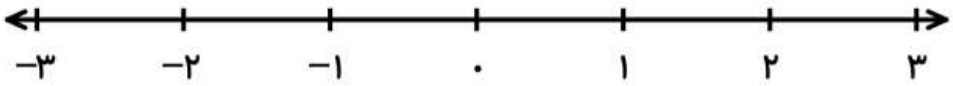
فرامرز انتظاری

@riazicafe

فعالیت :

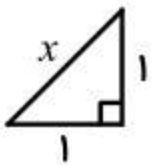
عدد $\sqrt{۲}$ را به کمک ماشین حساب محاسبه کنید.　　$\sqrt{۲} \simeq ۱/۴۱۴۲۱۳۵۶....$

به خاطر تقریبی بودن ،بخش اعشار در این عدد پایان ندارد.حال از شما می خواهم محل دقیق عدد $\sqrt{۲}$ را روی محور زیر تعیین کنید.



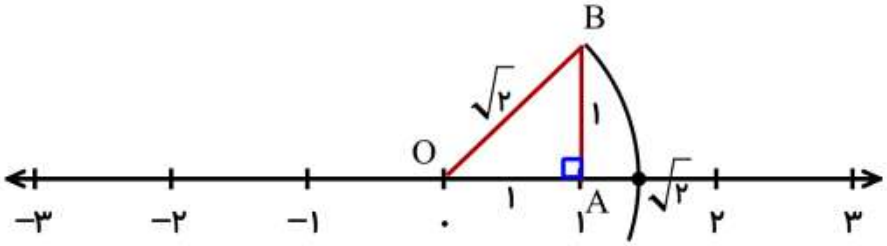
نکته ای که به ذهن می رسد این است که با توجه به تقریبی بودن مقدار $\sqrt{۲}$ آیا می توان محل دقیق این عدد را روی محور مشخص کرد؟

به مثلث قائم الزاویه زیر دقت کنید . با توجه به رابطه فیثاغورس می توان وتر این مثلث را محاسبه کرد.



$$x^۲ = ۱^۲ + ۱^۲ \quad \rightarrow \quad x^۲ = ۱ + ۱ = ۲ \quad \rightarrow \quad x = \sqrt{۲}$$

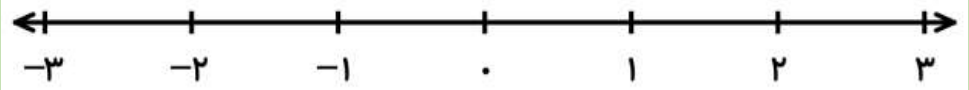
بله همانطور که مشاهده کردید در مثلث قائم الزاویه ای که اندازه اضلاع قائم برابر ۱ باشد، اندازه وتر $\sqrt{۲}$ است.اگر این مثلث را با محور ارتباط دهیم ، می توانیم محل دقیق $\sqrt{۲}$ را روی محور نشان دهیم.



برای اینکه بتوانیم مقدار وتر مثلث را بر روی محور مشخص کنیم. کافی است به کمک پرگار کمانی بزنیم. سوزن پرگار را روی نقطه O گذاشته و اندازه دهانه پرگار(شعاع) را به اندازه وتر باز می کنیم. مشاهده می کنید که کمان رسم شده محور را در نقطه A قطع می کند. این نقطه محل دقیق $\sqrt{۲}$ روی محور است.

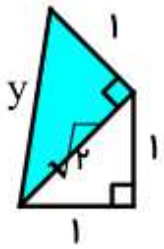
کار درخانه (۱):

همانند فعالیت عدد $-\sqrt{۲}$ را روی محور نشان دهید. کافی است مراحل بالا را در قسمت منفی محور انجام دهید.



@riazicafe

فعالیت :



به شکل روبرو دقت کنید.

در فعالیت قبلی در مثلث قائم الزاویه اولی ، طول وتر را $\sqrt{۲}$ به دست آوردیم.

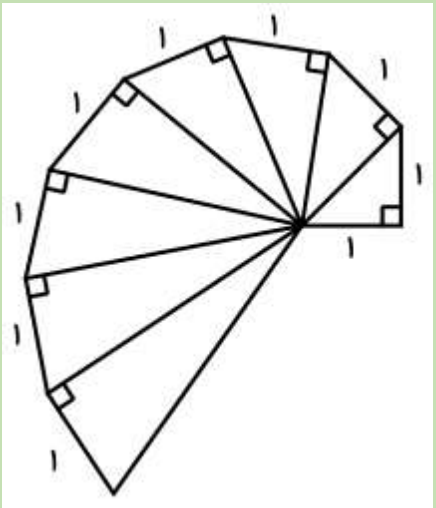
حال در مثلث قائم الزاویه دوم(رنگ شده) نیز رابطه فیثاغورس را می نویسیم.

$$y^۲ = ۱^۲ + (\sqrt{۲})^۲ \quad \rightarrow y^۲ = ۱ + \sqrt{۴} \quad \rightarrow y^۲ = ۱ + ۲ = ۳ \quad \rightarrow y = \sqrt{۳}$$

در نتیجه طول وتر مثلث قائم الزاویه دوم برابر $\sqrt{۳}$ شد.

کار درخانه (۲):

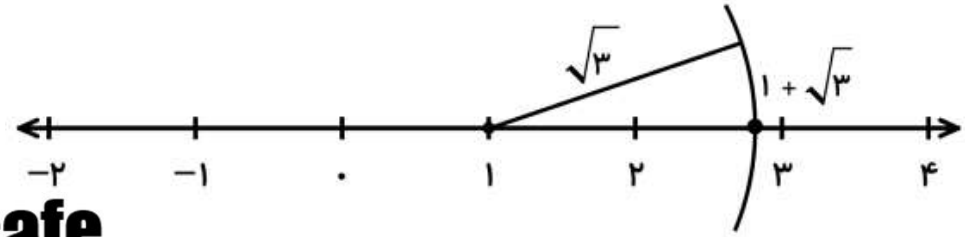
طول وتر هر کدام از مثلث های قائم الزاویه را بیابید. عدد هر کدام را روی وتر بنویسید.چه رابطه ای مشاهده می کنید؟



فعالیت:

می خواهیم به کمک شکل کاردرخانه(۲) ، عدد $\sqrt{۳}+۱$ را روی محور زیر نشان دهیم.

ابتدا عدد ۱ را روی محور مشخص می کنیم. سپس دهانه پرگار را به اندازه $\sqrt{۳}$ روی شکل بالا باز می کنیم(این اندازه را از کاردرخانه(۲) می گیریم) و از نقطه ۱ کمان می زنیم تا محور را قطع کند.



@riazicafe

کار درخانه (۳):

عددهای مقابل را روی محور نشان دهید. $-۲+\sqrt{۳}$ $۲+\sqrt{۵}$

فعالیت:

آیا عبارت $\sqrt{۳۶}=\sqrt{۹}\times\sqrt{۴}$ درست است؟ آیا می توان رادیکال ها را در هم ضرب کرد؟ برای فهمیدن این موضوع کافی است جواب دو طرف تساوی را جدا گانه حساب کنیم.

$$\sqrt{۳۶}=۶ \qquad \sqrt{۴}\times\sqrt{۹}=۲\times۳=۶$$

مشاهده می کنید، جواب ها یکی هستند و این تساوی درست است.می توانید با مثال های دیگر نیز به درستی این رابطه اطمینان حاصل کنید.

آیا عبارت $\sqrt{۱۳}=\sqrt{۹}+\sqrt{۴}$ درست است؟آیا می توان رادیکال ها را با هم جمع کرد؟ بیایید مانند بالا هر دو طرف را جداگانه حساب کنیم.

$$\sqrt{۱۳}\simeq۳/۶ \qquad \sqrt{۴}+\sqrt{۹}=۲+۳=۵$$

در اینجا دیگر درستی برقرار نیست، زیرا جواب ها یکسان نیست.چه نتیجه ای می گیرید؟

«رادیکالها را می توان در هم ضرب کرد ولی نمی توان آن ها را بدین صورت جمع کرد.»

مثال: $\sqrt{۱۶\times۲۵}=\sqrt{۱۶}\times\sqrt{۲۵}=۴\times۵=۲۰$ $\sqrt{۲}\times\sqrt{۸}=\sqrt{۸\times۲}=\sqrt{۱۶}=۴$

کار درخانه (۴):

تساوی های زیر را کامل کنید.

$\sqrt{۲۵\times۸۱}=$ $\sqrt{۴۹\times۴}=$ $\sqrt{۵۰}\times\sqrt{۲}=$ $\sqrt{۱۲}\times\sqrt{۳}=$

فعالیت:

به تساوی های زیر دقت کنید و روش کار را توضیح دهید.

$$\sqrt{۱۲}=\sqrt{۴}\times\sqrt{۳}=۲\sqrt{۳} \qquad \sqrt{۵۰}=\sqrt{۲۵}\times\sqrt{۲}=۵\sqrt{۲}$$

در این مثال ها ابتدا هر عدد را به صورت حاصل ضرب دو عدد طبیعی نوشتیم.دقت کنید عدد اول را چگونه انتخاب کرده ایم که جذر داشته باشد.

کار درخانه (۵):

تساوی های زیر را مانند فعالیت قبلی کامل کنید.

$\sqrt{۴۸}=$ $\sqrt{۷۵}=$ $\sqrt{۸}=$ $\sqrt{۲۰}=$

@riazicafe

فعالیت:

با توجه به شکل مقابل چه کسری از مساحت مربع رنگی است؟ $\frac{۹}{۱۶}$

چه کسری از ضلع مربع برای قسمت های رنگی مشخص شده است؟ $\frac{۳}{۴}$

می دانیم مساحت مربع به صورت $a^۲$ است.پس اگر مساحت را داشته باشیم برای به دست آوردن ضلع کافی است از جذر استفاده کنیم.

$$\sqrt{\frac{۹}{۱۶}}=\frac{۳}{۴}$$

کار درخانه (۶):

حاصل را به دست آورید.

$$\sqrt{\frac{۱۶\times۸۱}{۱۰۰}}=$$

$$-\sqrt{\frac{۱}{۱۴۴}}=$$

$$\sqrt{\frac{۲۵}{۴۹}}=$$

فعالیت:

بین $\sqrt{۲}$ و $\sqrt{۶}$ چند عدد می توان نوشت؟ به نمونه های زیر که بین این دو عدد هستند توجه کنید.

$$\sqrt{۳}\ ,\ \sqrt{۳/۲}\ ,\ \sqrt{۳/۵}\ ,\ \sqrt{۴}\ ,\ \sqrt{۴/۷}\ ,\ \ldots$$

چند عدد دیگر هم شما بیان کنید.

چه عددی در بین این عددها جذر دقیق دارد؟ یعنی می توان آن را به شکل عدد طبیعی نوشت؟

$$\sqrt{۴}=۲$$

کار درخانه (۷):

دو عدد طبیعی بین $\sqrt{۵}$ و $\sqrt{۱۷}$ پیدا کنید.

کار درخانه (۸):

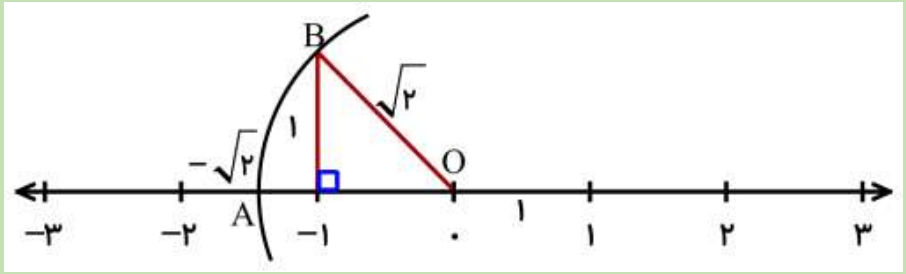
پنج عدد بین $\sqrt{۳}$ و $\sqrt{۵}$ پیدا کنید.

فرامرز انتظاری

@riazicafe

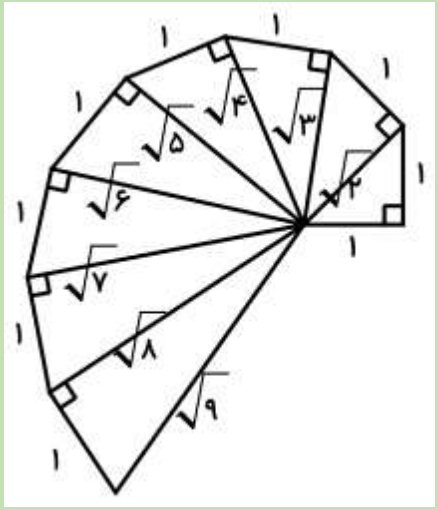
کار درخانه (۱):

همانند فعالیت عدد $-\sqrt{۲}$ را روی محور نشان دهید. کافی است مراحل بالا را در قسمت منفی محور انجام دهید.



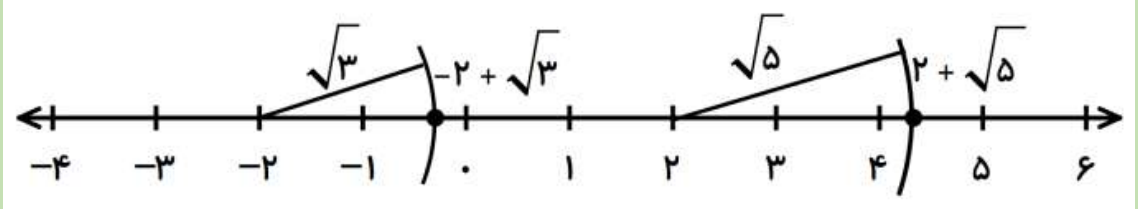
کار درخانه (۲):

طول وتر هر کدام از مثلث های قائم الزاویه را بیابید. عدد هر کدام را روی وتر بنویسید.چه رابطه ای مشاهده می کنید؟



کار درخانه (۳):

عددهای مقابل را روی محور نشان دهید. $-۲+\sqrt{۳}$ $۲+\sqrt{۵}$



کار درخانه (۴):

تساوی های زیر را کامل کنید.

$\sqrt{۵۰}\times\sqrt{۲}=\sqrt{۵۰\times۲}=\sqrt{۱۰۰}=۱۰$

$\sqrt{۱۲}\times\sqrt{۳}=\sqrt{۱۲\times۳}=\sqrt{۳۶}=۶$

$\sqrt{۲۵\times۸۱}=\sqrt{۲۵}\times\sqrt{۸۱}=۵\times۹=۴۵$

$\sqrt{۴۹\times۴}=\sqrt{۴۹}\times\sqrt{۴}=۷\times۲=۱۴$

@riazicafe

کار درخانه (۵):

تساوی های زیر را مانند فعالیت قبلی کامل کنید.

$\sqrt{۸}=\sqrt{۴}\times\sqrt{۲}=۲\sqrt{۲}$ $\qquad$ $\sqrt{۲۰}=\sqrt{۴}\times\sqrt{۵}=۲\sqrt{۵}$

$\sqrt{۴۸}=\sqrt{۱۶}\times\sqrt{۳}=۴\sqrt{۳}$ $\qquad$ $\sqrt{۷۵}=\sqrt{۲۵}\times\sqrt{۳}=۵\sqrt{۳}$

کار درخانه (۶):

حاصل را به دست آورید.

$\sqrt{\frac{۱۶\times۸۱}{۱۰۰}}=\frac{۴\times۹}{۱۰}=\frac{۳۶}{۱۰}$ $\qquad$ $-\sqrt{\frac{۱}{۱۴۴}}=-\frac{۱}{۱۲}$ $\qquad$ $\sqrt{\frac{۲۵}{۴۹}}=\frac{۵}{۷}$

کار درخانه (۷):

دو عدد طبیعی بین $\sqrt{۵}$ و $\sqrt{۱۷}$ پیدا کنید.

$\sqrt{۱۶}=۴$, $\sqrt{۹}=۳$

کار درخانه (۸):

پنج عدد بین $\sqrt{۳}$ و $\sqrt{۵}$ پیدا کنید.

$\sqrt{۴/۶}$, $\sqrt{۴}$, $\sqrt{۳/۵}$, $\sqrt{۳/۲}$, $\sqrt{۳/۱}$

عددهای بیشماری می توان نوشت.

فرامرز انتظاری

@riazicafe