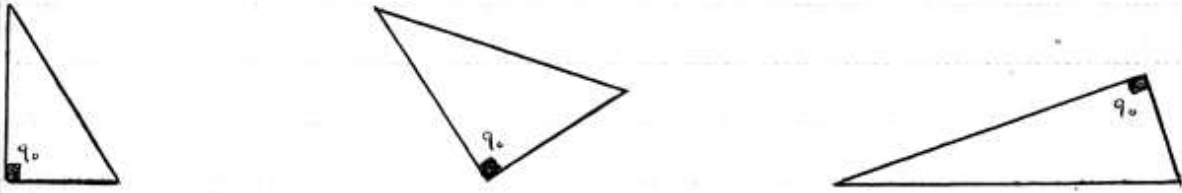
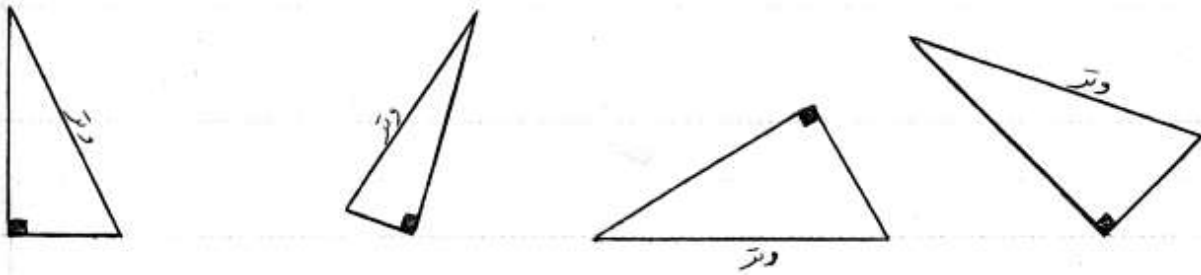


# رابطه‌ی فیثاغورس

مثلث قائم الزاویه؛ به مثلثی گفته می‌شود که یکی از زاویه‌های آن  $90^\circ$  درجه باشد.  
 مثال: مثلثی زیر قائم الزاویه می‌باشد.

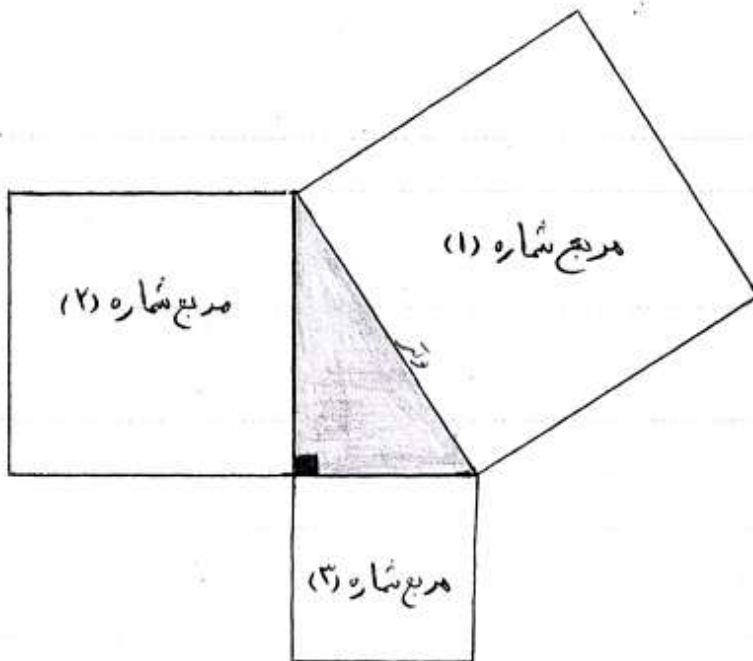


تعریف وتر در مثلث قائم الزاویه؛ به ضلع مقابل به زاویه  $90^\circ$  درجه و تر گفته می‌شود.  
 مثال: در هر یک از مثلثی قائم الزاویه‌ی زیر وتر مشخص شده است.



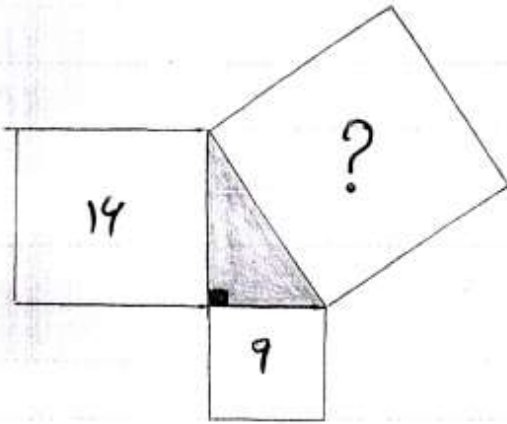
فیثاغورس دانشمندی یونانی بود که رابطه‌ی خاصی را در مثلث قائم الزاویه کشف کرد. در واقع نشان داد که اگر روی سه ضلع هر مثلث قائم الزاویه سه مربع رسم کنیم، مساحت مربع ساخته شده روی وتر مثلث برابر است با مجموع مساحت آن دو مربعی که روی دو ضلع دیگر مثلث ساخته شده‌اند.

به شکل زیر توجه کنید.



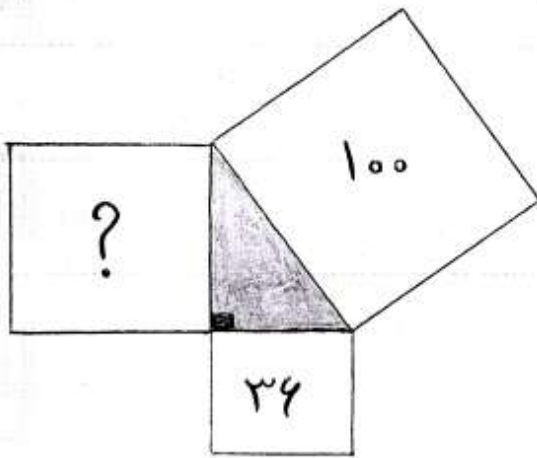
مساحت مربع شماره (۳) + مساحت مربع شماره (۲) = مساحت مربع ساخته شده روی وتر (۱)

مثال: در شکل مقابل مساحت مربع ساخته شده روی وتر چقدر است؟



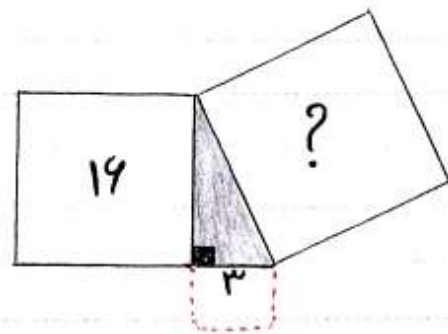
$14 + 9 = 23 =$  مساحت مربع ساخته شده روی وتر

مثال: در شکل مقابل مساحت مربع سمت چپ چقدر است؟



$100 - 36 = 64 =$  مساحت مربع سمت چپ

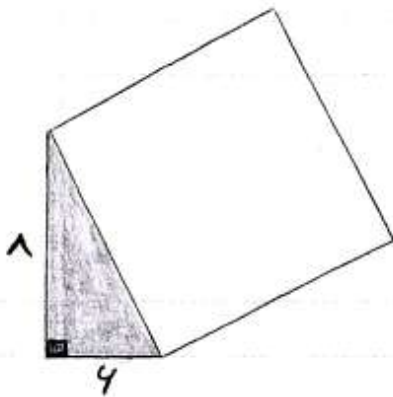
مثال: در شکل مقابل مساحت مربع ساخته شده روی وتر چقدر است.



مساحت مربعی که پائین مثلث ساخته می شود (طول ضلع این مربع ۳ می باشد)  $3 \times 3 = 9$

مساحت مربعی که روی وتر ساخته می شود  $16 + 9 = 25$

مثال: در شکل زیر:  
الف) مساحت مربع ساخته شده روی وتر چقدر است؟  
ب) طول ضلع این مربع (اندازهی وتر) چقدر است؟



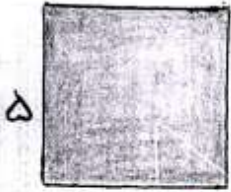
مساحت مربعی که سمت چپ ساخته می شود  $8 \times 8 = 64$

مساحت مربعی که پائین مثلث ساخته می شود  $4 \times 4 = 16$

مساحت مربعی که روی وتر ساخته می شود  $64 + 16 = 80$

طول ضلع مربع ساخته شده روی وتر  $= 8$

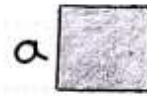
سؤال: مساحت هر یک از مربع های زیر چقدر است؟



$$S = 5 \times 5 = 5^2$$

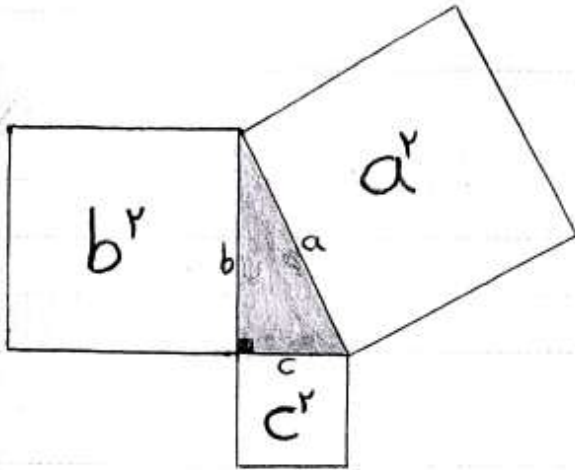


$$S = 3 \times 3 = 3^2$$



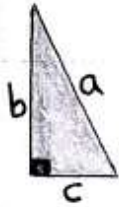
$$S = a \times a = a^2$$

بیان رابطه ی فیثاغورس به زبان ساده تر:



$$\begin{cases} a^2 = b^2 + c^2 \\ b^2 = a^2 - c^2 \\ c^2 = a^2 - b^2 \end{cases}$$

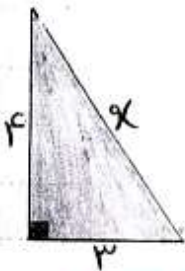
رابطه ی فیثاغورس: در هر مثلث قائم الزاویه، مربع وتر، برابر است با مجموع مربعات دو ضلع دیگر



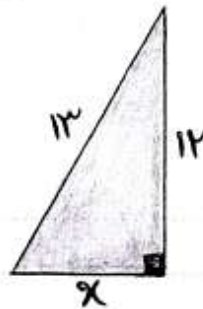
$$a^2 = b^2 + c^2$$



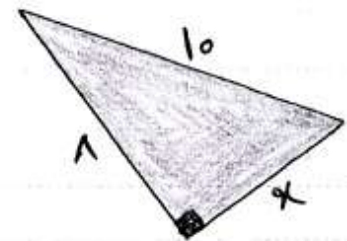
مثال: در هر یک از مثلث های قائم الزاویه ی زیر، مقدار  $x$  را بدست آورید.



$$\begin{aligned} x^2 &= 4^2 + 3^2 \\ x^2 &= 16 + 9 = 25 \\ x &= \sqrt{25} = 5 \end{aligned}$$

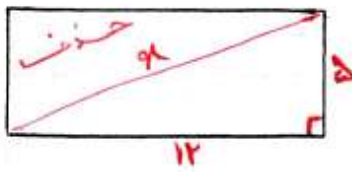


$$\begin{aligned} x^2 &= 13^2 + 12^2 \\ x^2 &= 169 + 144 = 313 \\ x &= \sqrt{313} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} x^2 &= 10^2 + 8^2 \\ x^2 &= 100 + 64 = 164 \\ x &= \sqrt{164} \end{aligned}$$

مثال: اگر طول مستطیلی ۱۲ متر و عرض آن ۵ متر باشد. قطر آن چند متر می باشد.



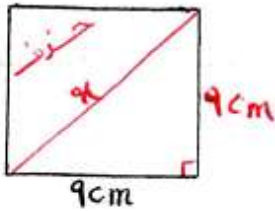
می دانیم که زاویه های هر مستطیل ۹۰ درجه می باشند. بنابراین مثلث پائینی قائم الزامه است می توانیم در آن رابطه ی پیتاغورس را بنویسیم.

$$x^2 = 5^2 + 12^2$$

$$x^2 = 25 + 144 = 169$$

$$x = \sqrt{169} = 13$$

مثال: اگر طول ضلع یک مربع ۹cm باشد، قطر آن تقریباً چند سانتی متر است؟



$$x^2 = 9^2 + 9^2$$

$$x^2 = 81 + 81 = 162$$

$$x = \sqrt{162} \approx 12,72$$

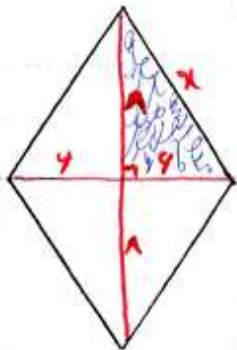
ج) ۱۰,۲۶

د) ۹,۲۳

الف) ۱۲,۷۲

ب) ۱۱,۷۲

مثال: قطر بزرگ و قطر کوچک یک لوزی به ترتیب ۱۲cm و ۱۰cm می باشد.



$$x^2 = 6^2 + 5^2$$

$$x^2 = 36 + 25 = 61$$

$$x = \sqrt{61} = 7,81$$

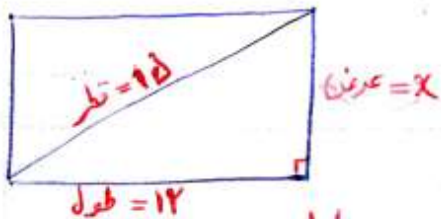
که طول ضلع لوزی

الف) طول ضلع این لوزی چند است؟  
ب) محیط این لوزی چند است؟  
می دانیم که در هر لوزی قطرها عمود منصف هم دیگر هستند (یعنی برهم عمودند و همدیگر را نصف می کنند)

محیط لوزی = ۴ × ۷,۸۱ = ۳۱,۲۴



سؤال مهم: اگر طول یک مستطیل ۱۲ متر و قطر آن ۱۵ متر باشد. مساحت این مستطیل چند متر می باشد.



$$x^2 = 15^2 - 12^2$$

$$x^2 = 225 - 144 = 81$$

$$x = \sqrt{81} = 9 \rightarrow \text{عرض مستطیل}$$

مساحت مستطیل = طول × عرض = ۱۲ × ۹ = ۱۰۸

- الف) ۱۰۸ متر مربع
- ب) ۱۵۰ متر مربع
- ج) ۱۳۵ متر مربع
- د) ۱۴۴ متر مربع

نکته: اگر یک عدد رادیکالی را (مثل ۲۵) بتوان ۲ برسانیم، حاصل آن همان عدد زیر رادیکال می باشد زیرا:

$$(\sqrt{25})^2 = \sqrt{25} \times \sqrt{25} = \sqrt{25 \times 25} = \sqrt{625} = 25$$

$$(\sqrt{3})^2 = \sqrt{3} \times \sqrt{3} = \sqrt{3 \times 3} = \sqrt{9} = 3$$

مثال: حاصل عبارات مقابل را بدست آورید.

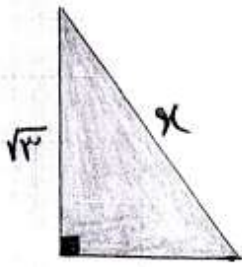
$$(\sqrt{12})^2 = 12$$

@riazicafe

$$(\sqrt{10})^2 = 10$$

$$(\sqrt{7})^2 = 7$$

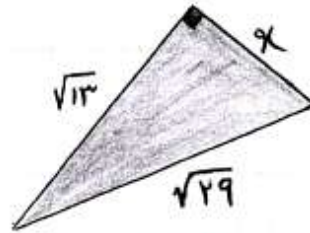
مثال: در هر یک از مثلثهای زیر مقدار  $x$  را بدست آورید.



$$x^2 = (\sqrt{3})^2 + 1^2$$

$$x^2 = 3 + 1 = 4$$

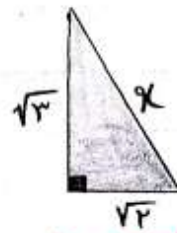
$$x = \sqrt{4} = 2$$



$$x^2 = (\sqrt{13})^2 + (\sqrt{29})^2$$

$$x^2 = 13 + 29 = 42$$

$$x = \sqrt{42}$$

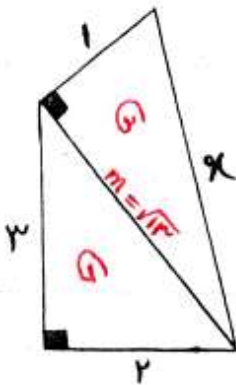


$$x^2 = (\sqrt{3})^2 + (\sqrt{2})^2$$

$$x^2 = 3 + 2 = 5$$

$$x = \sqrt{5}$$

مثال هفتم: در شکل مقابل مقدار  $x$  چقدر است؟



در مثلث (ب)

$$m^2 = 2^2 + 1^2$$

$$m^2 = 4 + 1 = 5$$

$$m = \sqrt{5}$$

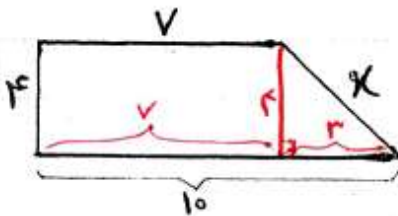
در مثلث (ا)

$$x^2 = (\sqrt{13})^2 + 1^2$$

$$x^2 = 13 + 1 = 14$$

$$x = \sqrt{14}$$

مثال: در ذوزنقهای مقابل مقدار  $x$  چقدر است؟



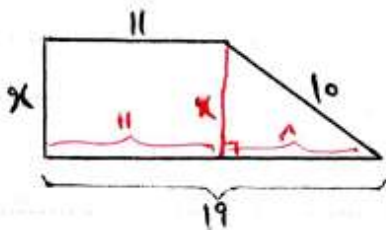
$$x^2 = 3^2 + 4^2$$

$$x^2 = 9 + 12 = 21$$

$$x = \sqrt{21} = 5$$



مثال: در ذوزنقهای مقابل مقدار  $x$  چقدر است؟

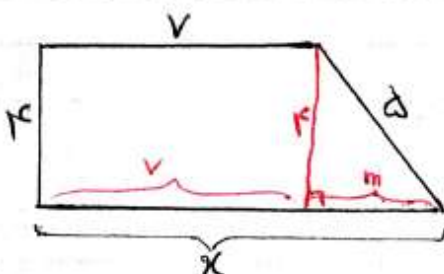


$$x^2 = 10^2 - 8^2$$

$$x^2 = 100 - 64 = 36$$

$$x = \sqrt{36} = 6$$

مثال: در ذوزنقهای مقابل مقدار  $x$  چقدر است؟



$$m^2 = 5^2 - 4^2$$

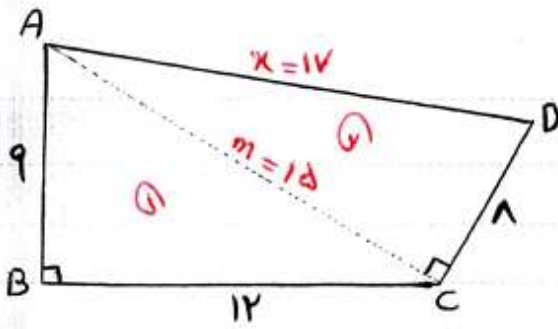
$$m^2 = 25 - 16 = 9$$

$$m = \sqrt{9} = 3$$

$$x = 7 + 3 = 10$$

- (الف) 10  
(ب) 12  
(ج) 9  
(د) 13

مثال: محیط چهارضلعی ABCD را بدست آورید.



در مثلث ۱

$$m^2 = 9^2 + 12^2$$

$$m^2 = 81 + 144 = 225$$

$$m = \sqrt{225} = 15$$

در مثلث ۲

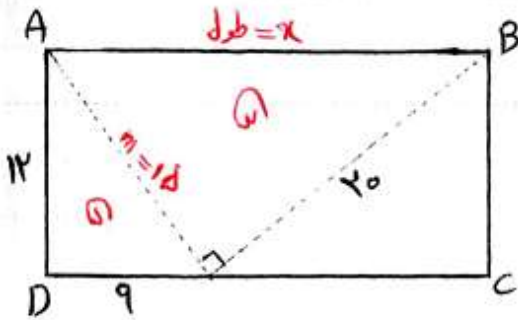
$$x^2 = 15^2 + 1^2$$

$$x^2 = 225 + 1 = 226$$

$$x = \sqrt{226} = 17$$

$$\text{محیط} = 9 + 12 + 1 + 17 = 39$$

مثال: طول مستطیل مقابل چقدر است؟



در مثلث ۱

$$m^2 = 12^2 + 9^2$$

$$m^2 = 144 + 81 = 225$$

$$m = \sqrt{225} = 15$$

در مثلث ۲

$$x^2 = 15^2 + 10^2$$

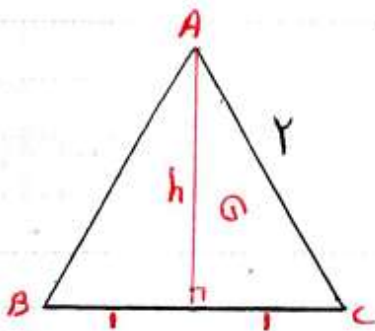
$$x^2 = 225 + 100 = 325$$

$$x = \sqrt{325} = 25$$

- الف) ۳۵
- ب) ۳۰
- ج) ۲۵
- د) ۲۰



مثال: مساحت مثلث متساوی الاضلاع مقابل را بدست آورید.



نکته: در هر مثلث متساوی الاضلاع ارتفاع ها میاننا هم هستند یعنی با وسط ضلع مقابل به خوردشان عمود می شوند.

در مثلث ۱

$$h^2 = 2^2 - 1^2$$

$$h^2 = 4 - 1 = 3$$

$$h = \sqrt{3}$$

$$\text{مساحت مثلث} = \frac{\text{ارتفاع} \times \text{ضلع}}{2} = \frac{2 \times \sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

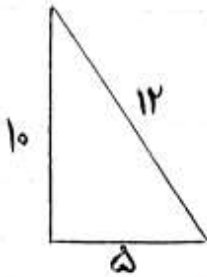
نکته ی مهم: در هر مثلث قائم الزامی مربع وتر برابر است با مجموع مربعات دو ضلع دیگر. البته برعکس این موضوع نیز درست است. یعنی اگر در یک مثلث دلخواه مربع یکی از ضلع برابر با مجموع مربعات دو ضلع دیگر باشد، می توان نتیجه گرفت که آن مثلث قائم الزامی می باشد.

رابطه ی فیثاغورس در آن مثلث برقرار است  $\Rightarrow$  اگر مثلثی قائم الزامی باشد.

اکنون عکس رابطه ی فیثاغورس به صورت زیر است.

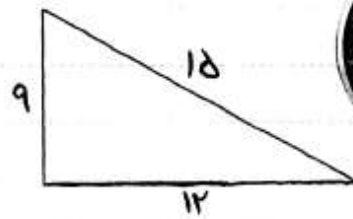
آن مثلث قائم الزامی می باشد  $\Rightarrow$  اگر در مثلثی رابطه ی فیثاغورس برقرار باشد.

مثال: کدام یک از مثلث های زیر قائم الزامی می باشد؟ چرا؟



$$12^2 = 10^2 + 5^2$$

میت چپ ستاری  $= 12^2 = 12 \times 12 = 144$   
 میت راست ستاری  $= 10^2 + 5^2 = 100 + 25 = 125$   
 چون  $144 \neq 125$  می باشد پس این مثلث قائم الزامی نیست.

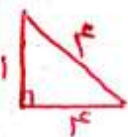


$$15^2 = 9^2 + 12^2$$

میت چپ ستاری  $= 15^2 = 15 \times 15 = 225$   
 میت راست ستاری  $= 9^2 + 12^2 = 81 + 144 = 225$   
 چون  $225 = 225$  می باشد پس این مثلث قائم الزامی می باشد.



مثال: با کدام دسته از اعداد زیر می توان یک مثلث قائم الزامی ساخت؟



$$4^2 = 1^2 + 4^2$$

میت چپ ستاری  $= 4^2 = 4 \times 4 = 16$   
 میت راست ستاری  $= 1^2 + 4^2 = 1 + 16 = 17$

چون  $16 \neq 17$  می باشد پس این مثلث قائم الزامی نیست.

- (الف) ۳ و ۵ و ۴
- (ب) ۱۳ و ۱۲ و ۵
- (ج) ۴ و ۴ و ۱
- (د) ۲ و ۲ و ۲



$$17^2 = 8^2 + 15^2$$

میت چپ ستاری  $= 17^2 = 17 \times 17 = 289$   
 میت راست ستاری  $= 8^2 + 15^2 = 64 + 225 = 289$

چون  $289 = 289$  می باشد پس قائم الزامی می باشد.

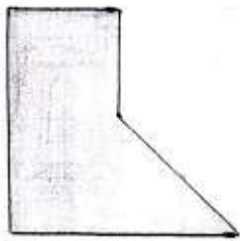
- (ج) ۲ و ۷ و ۱۰
- (د) ۳ و ۴ و ۲

- (الف)  $\sqrt{3}$  ,  $\sqrt{28}$  ,  $\sqrt{32}$
- (ب) ۱۷ و ۸ و ۱۵

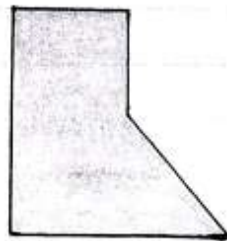
### شکلهای هم نهشت

نکته: اگر بتوانیم شکلی را با یک یا چند تبدیل هندسی (مانند تقارن، دوران و انتقال) طوری بر شکل دیگر منطبق کنیم که کاملاً همدگر را بپوشانند، می توانیم بگوییم که این دو شکل باهم هم نهشت هستند.

مثال: شکل A با شکل B هم نهشت می باشد زیرا می توانیم به کمک انتقال شکل A بر شکل B منطبق کنیم به طوری که همدگر را کاملاً بپوشانند.



شکل (A)



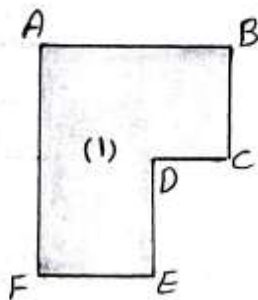
شکل (B)



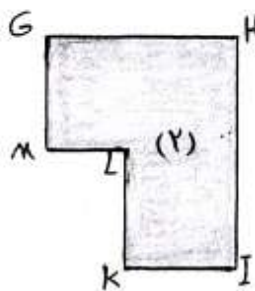
چون شکلهای A و B باهم هم نهشت هستند می نویسیم:  $A \cong B$

که علامت هم نهشت بودن

مثال: شکلهای مقابل هم نهشت می باشند زیرا می توانیم به کمک تقارن شکل (۱) را بر شکل (۲) و یا اینکه شکل (۲) را بر شکل (۱) منطبق کنیم.



(۱)

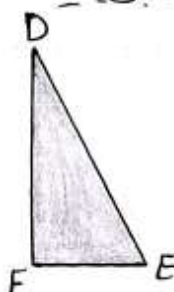
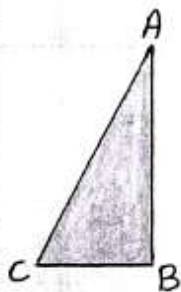


(۲)

$$ABCDEF \cong GHIJKL$$

اجزای مناظر: وقتی که دو شکل باهم هم نهشت باشند، اجزای هر یک از آنها (ضلعها و زاویهها) با اجزای شکل دیگر مساوی است بنابراین؟  
در دو شکل هم نهشت، به دو ضلع یا دو زاویه مساوی اجزای مناظر گفته می شود.

مثال: اگر شکلهای مقابل هم نهشت باشند، اجزای مناظر آنها را بنویسید.



$$\triangle ABC \cong DEF \Rightarrow \begin{cases} \overline{AB} = \overline{DF} \\ \overline{BC} = \overline{FE} \\ \overline{AC} = \overline{DE} \end{cases}$$

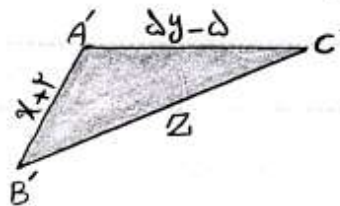
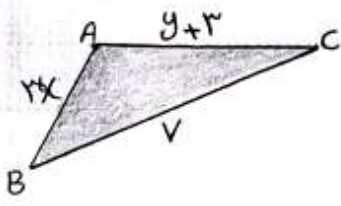
$$\begin{cases} \hat{A} = \hat{D} \\ \hat{B} = \hat{F} \\ \hat{C} = \hat{E} \end{cases}$$



مثال: مثلث ABC را می توان به کمک انتقال بر مثلث A'B'C' منطبق کرد.

الف) مقدار x و y و z را بدست آورید.

ب) طول ضلع AC چند است؟



$$\begin{aligned} 2x &= x + 2 \\ 2x - x &= 2 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

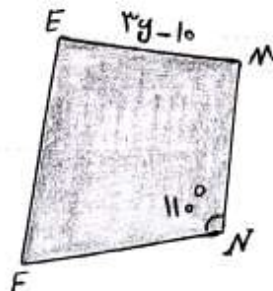
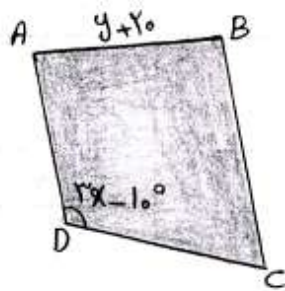
$$\begin{aligned} y + 2 &= 5y - 5 \\ y - 5y &= -5 - 2 \\ -4y &= -7 \\ y &= \frac{-7}{-4} = 1.75 \end{aligned}$$

$$v = z$$

$$\begin{aligned} \overline{AC} &= y + 2 \\ &= 1.75 + 2 = 3.75 \end{aligned}$$



مثال: در شکل های مقابل ABCD و EMNF منتهست هستند. حاصل x + y چند است؟



الف) 35

ب) 45

ج) 55

د) 65

$$\begin{aligned} y + 20 &= 2y - 10 \\ y - 2y &= -10 - 20 \\ -y &= -30 \\ y &= 30 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2x - 10 &= 110 \\ 2x &= 110 + 10 = 120 \\ x &= \frac{120}{2} = 60 \end{aligned}$$

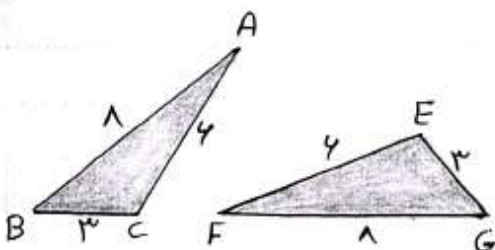
$$x + y = 60 + 30 = 90$$

پس گزینه ج صحیح است.

### منتهستی مثلثها

دو مثلث در سه حالت مختلف می توانند با هم دیگر منتهست باشند.

حالت اول: اگر سه ضلع از مثلثی با سه ضلع از مثلث دیگری برابر باشند، می گوئیم که این دو مثلث با هم منتهست هستند. و به صورت خلاصه این حالت را (ض ض ض) می نامیم.



مثال: دو مثلث زیر بنا بر چه حالتی با هم منتهست هستند؟

$\triangle ABC, \triangle EFG$

$$AB = FG = 8cm$$

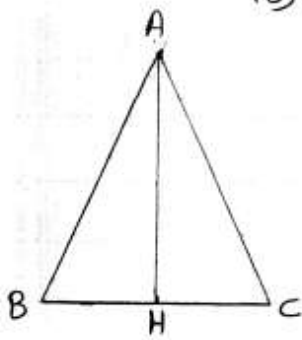
$$AC = EF = 4cm$$

$$BC = EG = 3cm$$

$$\triangle ABC \cong \triangle EFG$$

بنا بر حالت: (ض ض ض)

مثال مهم؟ در مثلث متساوی الساقین مقابل نقطه‌ی H وسط ضلع BC قرار دارد.  
 دلیل همنهشتی مثلثهای ABH و AHC را بنویسید.  
 بنابر کدام حالت همنهشت هستند؟

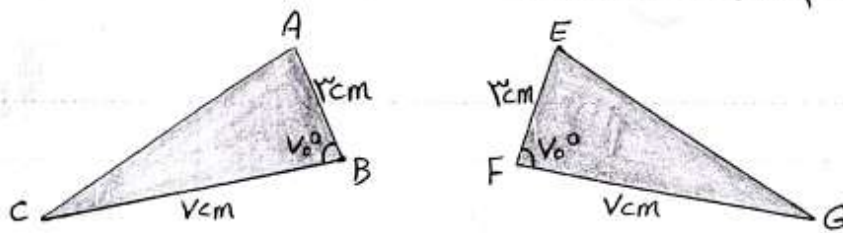


$AB = AC =$  هر دو ساق مثلث متساوی الساقین  
 $BH = HC$  نقطه H وسط ضلع BC می باشد.  
 $AH = AH$  ضلع مشترک

$\rightarrow \triangle ABH \cong \triangle AHC$   
 (ف ص ض)

حالت دوم؟ اگر دو ضلع و زاویه‌ی بین آنها از یک مثلث، با دو ضلع و زاویه‌ی بین آنها از یک مثلث دیگر برابر باشند، آن دو مثلث با هم همنهشت هستند. و با صورت خلاصه این حالت را (ض ض ض) می نامیم.

مثال: دو مثلث مقابل بنابر چه حالتی با هم همنهشت هستند؟



$\overline{AB} = \overline{EF} = 3\text{cm}$   
 $\hat{B} = \hat{F} = 70^\circ$   
 $\overline{BC} = \overline{FG} = 7\text{cm}$

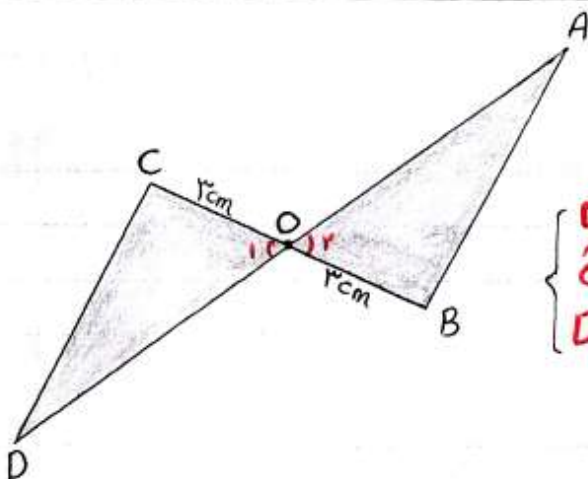
$\rightarrow \triangle ABC \cong \triangle EFG$   
 (ض ض ض)

$\overline{AB} = \overline{EF}$   
 $\overline{BC} = \overline{FG}$   
 $\overline{AC} = \overline{EG}$

$\hat{B} = \hat{F}$   
 $\hat{C} = \hat{G}$   
 $\hat{A} = \hat{E}$

تساوی اجزای مناظر این دو مثلث را بنویسید.

مثال: در شکل مقابل نقطه‌ی O وسط ضلع AD می باشد.  
 دلیل همنهشتی مثلثهای AOB و DOC را بنویسید.  
 بنابر چه حالتی با هم همنهشت هستند؟

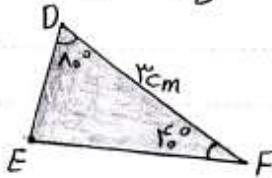
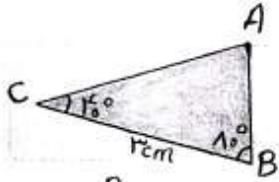


$CO = OB = 3\text{cm}$   
 $\hat{O}_1 = \hat{O}_2$  متقابل بر رأس  
 $DO = OA$  O وسط ضلع AD می باشد

$\rightarrow \triangle DOC \cong \triangle AOB$   
 (ض ض ض)

حالت سوم؟ اگر دو زاویه و ضلع بین آنها از یک مثلث با دو زاویه و ضلع بین آنها از یک مثلث دیگر برابر باشند، آن دو مثلث همنهشت هستند، و با صورت خلاصه این حالت را (ز ض ز) می نامیم.

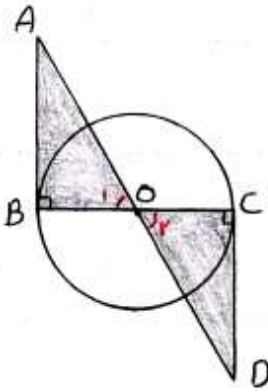
مثال: دو مثلث متقابل برابر چه حالتی با هم همنهشت هستند؟



$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{C} = \hat{F} = 40^\circ \\ \overline{CB} = \overline{DF} = 2\text{cm} \\ \hat{B} = \hat{D} = 80^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABC \cong \triangle DEF \text{ (Z ض ز)}$$



مثال: در شکل متقابل دلیل همنهشتی مثلثهای AOB و COD را بنویسید.

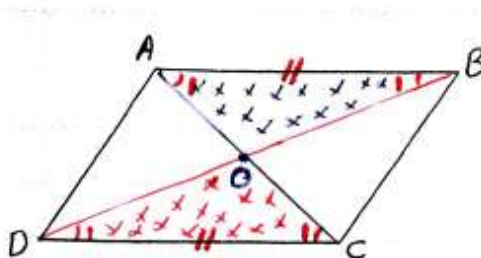


$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{B} = \hat{C} = 90^\circ \\ \overline{BO} = \overline{OC} \text{ هر دو شعاع دایره} \\ \hat{O}_1 = \hat{O}_2 = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle AOB \cong \triangle COD \text{ (Z ض ز)}$$

تساوی اجزای متقابل این دو مثلث را بنویسید.

$$\begin{array}{l} \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \\ \hat{B} = \hat{C} \\ \hat{A} = \hat{D} \\ \overline{BO} = \overline{OC} \\ \overline{AB} = \overline{CD} \\ \overline{AO} = \overline{OD} \end{array}$$

مثال سوم: ثابت کنید که در هر متوازی الاضلاع، قطرهای آن همدیگر را نصف می کنند.

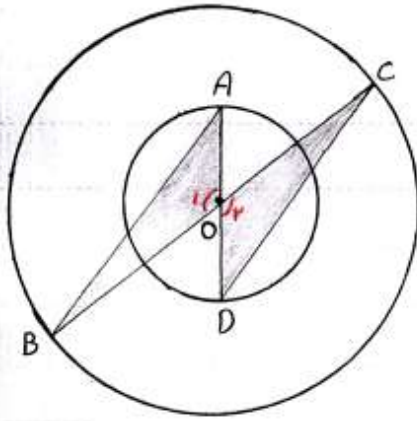


$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{A}_1 = \hat{C}_1 \text{ طبق خطوط موازی و مورب} \\ \overline{AB} = \overline{DC} \text{ ضلع های متقابل متوازی الاضلاع} \\ \hat{B}_1 = \hat{D}_1 \text{ طبق خطوط موازی و مورب} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle AOB \cong \triangle DOC \text{ (Z ض ز)}$$

الگون آن دو تساوی اجزای متقابل را بنویسیم، داریم:  $\overline{OA} = \overline{OC}$  و  $\overline{OB} = \overline{OD}$  بنابراین نقطه O وسط پار خطهای AC و DB قرار دارد. بنابراین هر کدام از قطرهای از وسط قطر دیگری (یعنی نقطه O) عبوری کنند و در واقع آن را نصف می کنند.

بهونه سوالات امتحانی!

۱- در شکل مقابل دو دایره هم مرکز هستند. ثابت کنید که مثلثهای  $AOB$  و  $COD$  باهم همبست هستند. بنابراین حالتی همبست هستند؟ تساوی اجزای متناظر این دو مثلث را بنویسید.



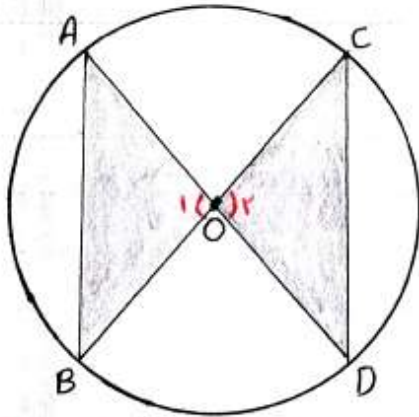
$$\begin{cases} \overline{OA} = \overline{OD} & \text{هر دو شعاع دایره کوچک} \\ \hat{O}_1 = \hat{O}_2 & \text{متقابل به رأس} \\ \overline{OB} = \overline{OC} & \text{هر دو شعاع دایره بزرگ} \end{cases} \Rightarrow \Delta AOB \cong \Delta COD \text{ (ض ز ض)}$$

$$\begin{aligned} O_1 &= O_2 \\ \hat{B} &= \hat{C} \\ \hat{A} &= \hat{D} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \overline{OA} &= \overline{OD} \\ \overline{OB} &= \overline{OC} \\ \overline{AB} &= \overline{CD} \end{aligned}$$



۲- در شکل مقابل نقطه  $O$  مرکز دایره است. دلیل همبستگی مثلثهای  $AOB$  و  $COD$  را بنویسید. بنابراین کدام حالت همبست هستند؟ تساوی اجزای متناظر این دو مثلث را بنویسید.

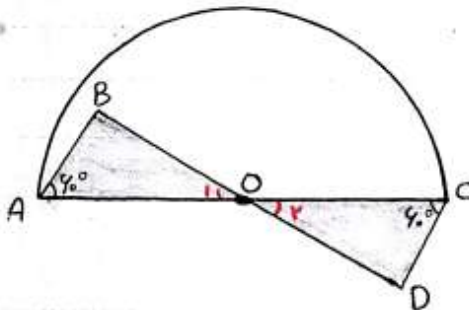


$$\begin{cases} \overline{OA} = \overline{OC} & \text{هر دو شعاع دایره} \\ \hat{O}_1 = \hat{O}_2 & \text{متقابل به رأس} \\ \overline{OB} = \overline{OD} & \text{هر دو شعاع دایره} \end{cases} \Rightarrow \Delta AOB \cong \Delta COD \text{ (ض ز ض)}$$

$$\begin{aligned} \hat{O}_1 &= \hat{O}_2 \\ \hat{B} &= \hat{D} \\ \hat{A} &= \hat{C} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \overline{OA} &= \overline{OC} \\ \overline{OB} &= \overline{OD} \\ \overline{AB} &= \overline{CD} \end{aligned}$$

۳- در شکل مقابل نقطه  $O$  مرکز نیم دایره است. دلیل همبستگی مثلثهای  $AOB$  و  $COD$  را بنویسید. بنابراین کدام حالت همبست هستند؟ تساوی اجزای متناظر آنها را بنویسید.

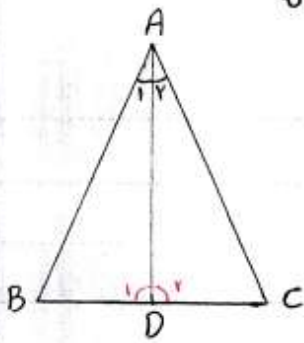


$$\begin{cases} \hat{A} = \hat{C} = 40^\circ \\ AO = OC & \text{هر دو شعاع نیم دایره} \\ \hat{O}_1 = \hat{O}_2 & \text{متقابل به رأس} \end{cases} \Rightarrow \Delta AOB \cong \Delta COD \text{ (ز ض ز)}$$

$$\begin{aligned} \hat{A} &= \hat{C} \\ \hat{O}_1 &= \hat{O}_2 \\ \hat{B} &= \hat{D} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} AO &= OC \\ AB &= CD \\ BO &= OD \end{aligned}$$

۴- در مثلث متساوی الساقین مقابل، نیمساز زاویه  $A$  را رسم کرده ایم. نشان دهید که مثلثهای  $ABD$  و  $ACD$  با هم همبسته هستند

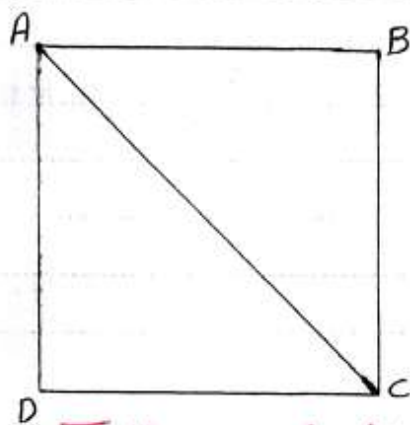


$$\left\{ \begin{array}{l} \overline{AB} = \overline{AC} \text{ هر دو ساق مثلث متساوی الساقین} \\ \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \text{ کمان نیمساز} \\ AD = AD \text{ ضلع مشترک} \end{array} \right. \Rightarrow \triangle ABD \cong \triangle ACD \text{ (ض ز ض)}$$

$$\begin{aligned} A_1 &= A_2 \\ \hat{B} &= \hat{C} \\ D_1 &= D_2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \overline{AB} &= \overline{AC} \\ \overline{AD} &= \overline{AD} \\ \overline{BD} &= \overline{DC} \end{aligned}$$

تساوی اجزای متناظر این دو مثلث را بنویسید.

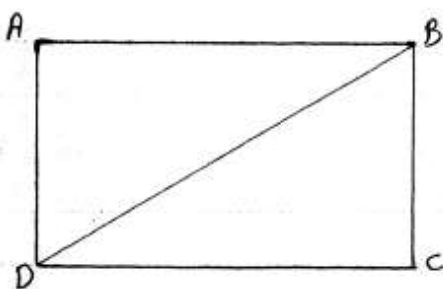


۵- در مربع مقابل نشان دهید که مثلثهای  $ADC$  و  $ABC$  همبسته هستند.

$$\left\{ \begin{array}{l} \overline{AD} = \overline{BC} \text{ هر دو ضلع مربع} \\ \overline{DC} = \overline{AB} \text{ هر دو ضلع مربع} \\ \overline{AC} = \overline{AC} \text{ ضلع مشترک} \end{array} \right. \Rightarrow \triangle ADC \cong \triangle ABC \text{ (ض ض ض)}$$



نکته: این دو مثلث برابر حالت (ض ض ض) نیز همبسته هستند. (انجام کار به عهده دانش آموز)



۶ در مستطیل مقابل نشان دهید که مثلثهای  $ABD$  و  $BCD$  همبسته می باشند.

بنابر چه حالتی همبسته هستند؟

با عهده دانش آموز (ویژگی های مستطیل را در نظر بگیرید)

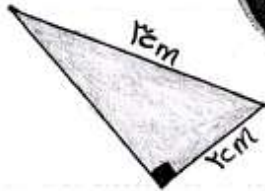
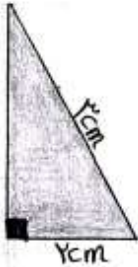
سوال مهم: آیا جلای زیر درست است؟ چرا؟

« اگر دو ضلع و یک زاویه از مثلثی با دو ضلع و یک زاویه از مثلث دیگر برابر باشد، آن دو مثلث حتماً همبسته هستند »

با عهده دانش آموز:

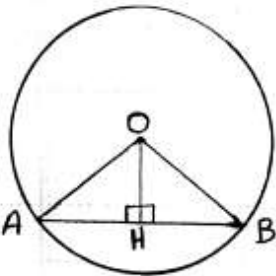
حالت‌های همنهشتی مثلث‌های قائم الزاویه:

مثلث‌های قائم الزاویه در دو حالت می‌توانند باهم همنهشت باشند  
 الف) وتر و یک ضلع  
 ب) وتر و یک زاویه تند



وتر و یک ضلع  
 مثال: در مثلث قائم الزاویه‌ی مقابل را در نظر بگیرید.  
 واضح است که وترهای آنها برابرند [هر کدام 3cm]  
 واضح است که علاوه بر داشتن وترهای مساوی  
 یکی از ضلع‌های آنها نیز باهم برابر هستند [هر کدام 3cm]  
 بنابراین می‌تویم که این دو مثلث قائم الزاویه بنا بر حالت وتر و یک ضلع باهم همنهشت هستند

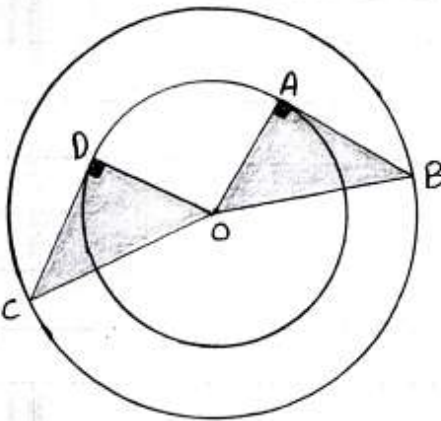
مثال: در شکل مقابل ثابت کنید که مثلث‌های  $\triangle AOH$  و  $\triangle BOH$  همنهشت هستند  
 بنا بر کدام حالت همنهشت هستند.



$$\begin{cases} \vec{OA} = \vec{OB} \\ \vec{OH} = \vec{OH} \end{cases}$$

هر دو شعاع دایره  
 ضلع مشترک  
 $\triangle AOH \cong \triangle BOH$   
 بنا بر حالت وتر و یک ضلع همنهشت می‌باشند  
 (وض)

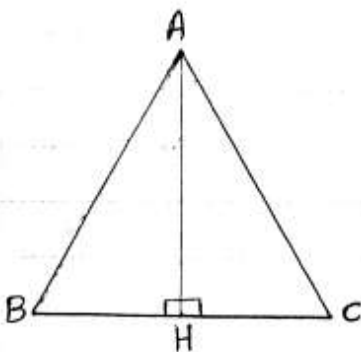
مثال: در شکل مقابل نقطه‌ی O مرکز هر دو دایره است.  
 چرا مثلث‌های  $\triangle AOB$  و  $\triangle COD$  همنهشت هستند؟



$$\begin{cases} \vec{CO} = \vec{OB} \\ \vec{DO} = \vec{OA} \end{cases}$$

هر دو شعاع دایره بزرگ  
 هر دو شعاع دایره کوچک  
 $\triangle AOB \cong \triangle COD$   
 (وض)

مثال: در مثلث مساوی الاضلاع مقابل نشان دهید که  
 مثلث‌های  $\triangle AHB$  و  $\triangle AHC$  همنهشت هستند.



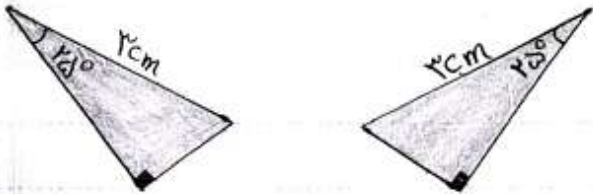
$$\begin{cases} \vec{AB} = \vec{AC} \\ \vec{AH} = \vec{AH} \end{cases}$$

هر دو ضلع مثلث مساوی الاضلاع  
 ضلع مشترک در مثلث  
 $\triangle AHB \cong \triangle AHC$   
 (وض)

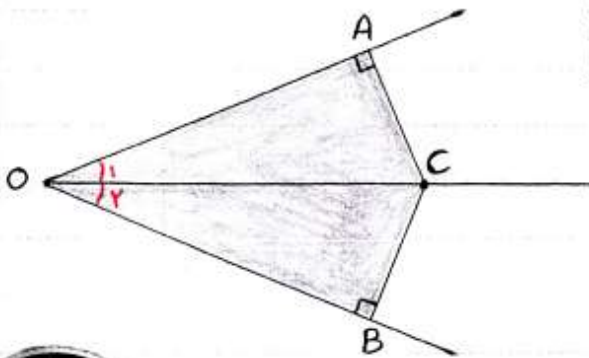
تساوی اجزای مناظر را بنویسید. به عهدی دانش آموز

وتر و یک زاویه تند

دو مثلث قائم الزامی متقابل را در نظر بگیرید. واضح است که وترهای آنها با هم برابرند. واضح است که علاوه بر داشتن وترهای مساوی یکی از زاویه های تند آنها نیز با هم برابرند. بنابراین می گوئیم که این دو مثلث قائم الزامی برابر حالت وتر و یک زاویه تند هستند.



مثال: در شکل مقابل پاره خط OC نیمساز زاویه AOB می باشد. دلیل همنهشتی مثلثهای AOC و BOC را بنویسید.

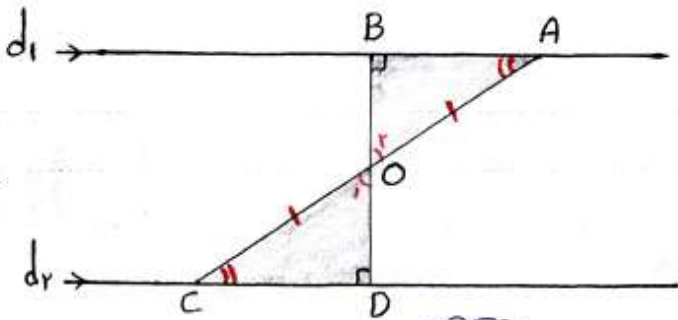


بنابر کدام حالت همنهشتند؟

دتر دتر  
OC = OC (وتر مشترک)  
O1 = O2 (زاویه تند برابر)  
AOC ≅ BOC (کارنیمساز)  
بنابر حالت: وتر و یک زاویه تند یا (وز)



مثال: در شکل مقابل (d1 || d2) می باشد. نقطه O وسط پاره خط AC می باشد. دلیل همنهشتی مثلثهای AOB و COD را بیان کنید.

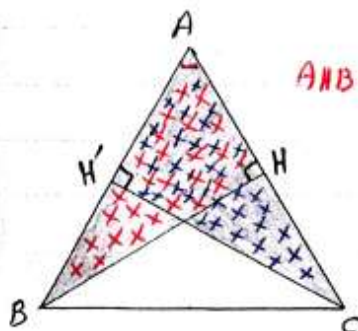


طبق خطوط موازی و مورب  
A = C (زاویه تند برابر)  
O = O (نقطه O وسط پاره خط AC می باشد)  
O1 = O2 (مقابل به راس)  
AOB ≅ COD (روشن اول)  
(وز فزا)

دتر دتر  
CO = OA  
O1 = O2  
AOB ≅ COD (وتر و یک زاویه تند)

دتر دتر  
CO = OA  
A = C  
AOB ≅ COD (روشن سوا)  
وتر و یک زاویه تند

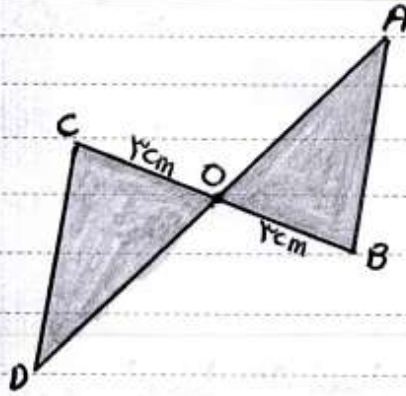
مثال مهم: مثلث ABC مساوی الساقین می باشد. دلیل همنهشتی مثلثهای AHB و AHC را بیان کنید.



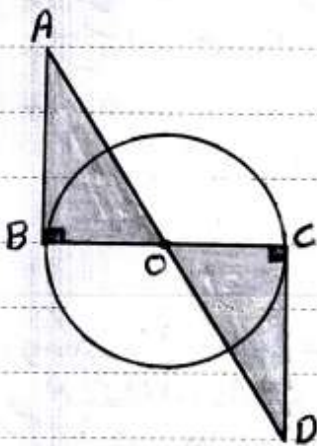
دتر دتر  
AB = AC  
A = A  
AHB ≅ AHC (زاویه مشترک)  
وتر و یک زاویه تند

که زاویه های A مربوط به هر دو مثلث می باشد.

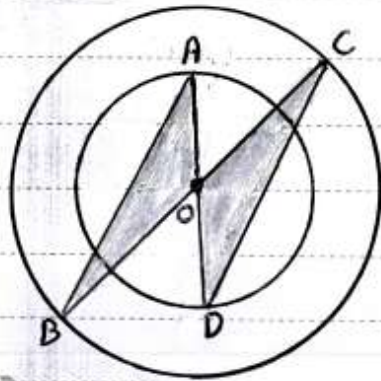
دانش آموز عزیز: لطفا سوالات زیر را حل کنید و آنها را حداکثر تا تاریخ ۹۸/۱۱/۲۸ به دبیر خود تحویل دهید



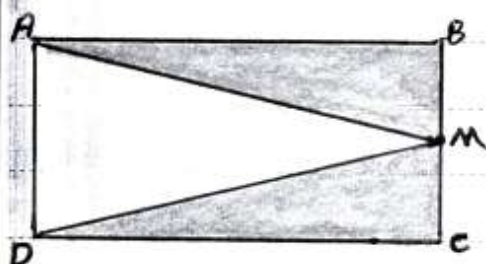
۱- در شکل مقابل نقطه  $O$  وسط ضلع  $AD$  می باشد.  
دلیل همنهشتی مثلثهای  $AOB$  و  $DOC$  را بنویسید.  
بنابر کدام حالت همنهشت هستند؟



۲- در شکل مقابل دلیل همنهشتی مثلثهای  $AOB$  و  $DOC$  را بنویسید.  
بنابر کدام حالت همنهشت هستند.  
تساوی اجزای متناظر این دو مثلث را بنویسید.



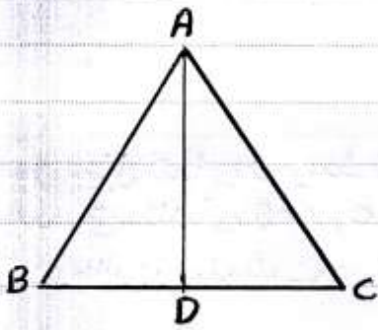
۳- در شکل مقابل دو دایره هم مرکز هستند. ثابت کنید که  
مثلثهای  $AOB$  و  $DOC$  همنهشت هستند.  
بنابر چه حالتی همنهشت هستند.  
تساوی اجزای متناظر این دو مثلث را بنویسید.



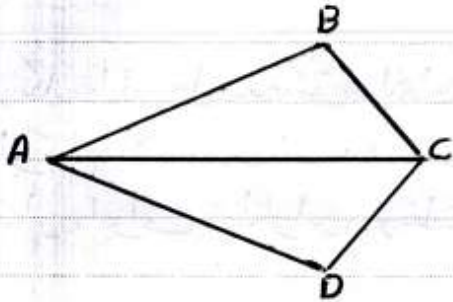
۴- در شکل مقابل چهارضلعی  $ABCD$  مستطیل و  $M$  وسط ضلع  $BC$  می باشد.  
چرا دو مثلث  $ABM$  و  $CDM$  همنهشت هستند؟  
بنابر کدام حالت؟



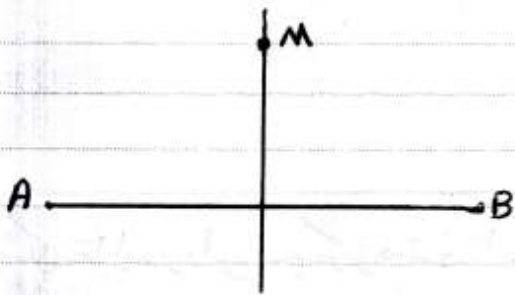
۵ در مثلث متساوی الساقین مقابل نیمساز زاویه  $A$  را رسم کرده ایم. نشان دهید که مثلثهای  $ABD$  و  $ACD$  همبسته هستند. بنابراین کدام حالت؟



۶ در شکل زیر پاره خط  $AC$  نیمساز زاویه‌های  $A$  و  $C$  است. چرا دو مثلث  $ABC$  و  $DBC$  همبسته هستند؟ بنابراین کدام حالت؟



۷ در شکل مقابل خط  $d$  عمود منصف پاره خط  $AB$  می‌باشد. و  $M$  نقطه‌ای دلخواه روی آن می‌باشد. نشان دهید که فاصلهی  $M$  از دو سر پاره خط  $AB$  یک فاصله است.



۸ ثابت کنید که در هر متوازی الاضلاع، قطرهای دیگر را نصف می‌کنند.

