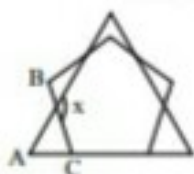


۱. در شکل زیر یک مثلث متساوی‌الاضلاع و یک پنج‌ضلعی با اضلاع مساوی دیده می‌شود. اندازهی زاویهی x چقدر است؟



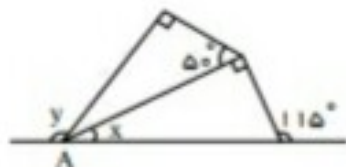
۱۲۸ (۲)

۱۲۴ (۱)

۱۳۶ (۴)

۱۳۲ (۳)

۲. در شکل روبه‌رو حاصل $y - x$ کدام گزینه است؟



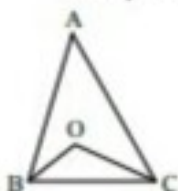
۵۰ (۲)

۶۰ (۱)

۱۰۵ (۴)

۹۰ (۳)

۳. در شکل مقابل OB و OC نیمسازهای زوایای B و C از مثلث ABC می‌باشند. زاویهی \hat{O} در مثلث OBC کدام است؟



$90 - \frac{\hat{A}}{2}$ (۲)

\hat{A} (۱)

$90 + \frac{\hat{A}}{2}$ (۴)

$\frac{\hat{A}}{2}$ (۳)

۴. در شکل مقابل اندازهی زاویهی x چقدر است؟



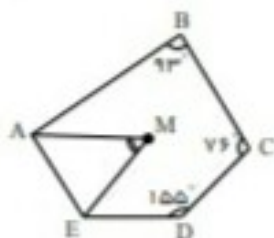
$b + e$ (۲)

$a + d + c$ (۱)

$c + d$ (۴)

$a + b$ (۳)

۵. اندازهی زاویهی M چند درجه است؟ (EM و AM نیمسازهای زاویه‌های A و E هستند)



73° (۲)

108° (۱)

70° (۴)

71° (۳)

۶. مجموع زوایای داخلی یک چندضلعی محدب بدون یکی از آن‌ها برابر 2570° است. اندازهی زاویهی کنار گذاشته شده چند درجه است؟

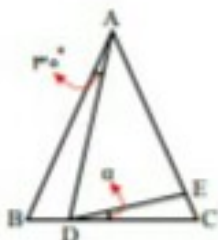
۱۳۰ (۴)

۱۲۰ (۳)

۱۰۵ (۲)

۹۰ (۱)

۷. در شکل زیر $AB = AC$ و $AD = AE$ و $\hat{BAD} = 30^\circ$ است. زاویهی α چند درجه است؟



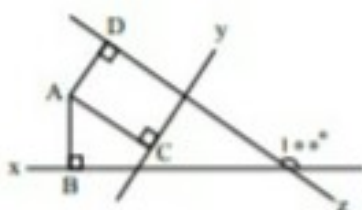
30° (۲)

15° (۱)

20° (۴)

45° (۳)

۸. در شکل زیر $AD \perp z$ ، $AC \perp y$ و $AB \perp x$ می‌باشند. زاویهی BAD چند درجه است؟



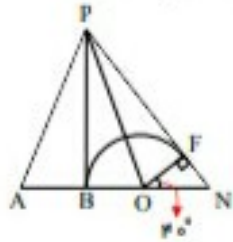
۱۰۰ (۱)

۱۲۰ (۲)

۹۰ (۳)

۱۱۰ (۴)

۹. از P مماس‌های PF و PB را بر نیم دایره رسم کردیم. اگر $OF = OB = AB$ ، آن گاه اندازه \hat{APF} چند درجه است؟



۶۰ (۲)

۵۰ (۱)

۸۰ (۴)

۷۰ (۳)

۱۰. اعداد ۱ تا n را روی رأس‌های یک n ضلعی منتظم به ترتیب نوشته‌ایم. اگر عدد ۱۱ روی ۳۴ باشد، n چند است؟

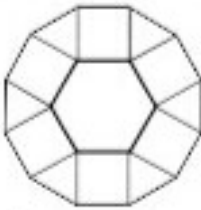
۲۳ (۴)

۳۶ (۳)

۲۶ (۲)

۴۶ (۱)

۱۱. شکل زیر از یک شش ضلعی به ضلع ۲، شش مربع و شش مثلث متساوی‌الاضلاع تشکیل شده است. محیط شکل چند سانتی‌متر است؟

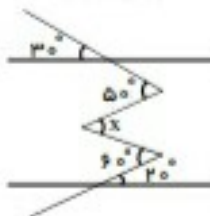


۲۸ (۲)

۲۴ (۱)

۳۲ (۴)

۳۰ (۳)



۱۲. در شکل زیر مقدار x را به دست آورید.

۶۰ (۲)

۵۰ (۱)

۲۰ (۴)

۳۰ (۳)

۱۳. در بین اشکال زیر به ترتیب چند شکل بی‌شماره، ۴، ۲، ۱ و صفر محور تقارن دارند؟

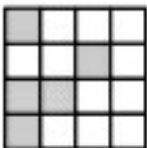
خط راست - مثلث متساوی‌الساقین - نوزنگه متساوی‌الساقین - ربع دایره - نیم دایره - بیضی - مستطیل - دایره - نیم خط - پاره‌خط - نقطه - لوزی - مربع

۲ - ۵ - ۴ - ۱ - ۱ (۲)

۱ - ۴ - ۳ - ۲ - ۳ (۱)

۰ - ۵ - ۴ - ۱ - ۳ (۴)

۱ - ۵ - ۳ - ۲ - ۲ (۳)



۱۴. در شکل زیر، حداقل به چند مربع رنگی دیگر نیاز داریم تا شکل یک خط تقارن داشته باشد؟

۳ (۲)

۴ (۱)

۵ (۴)

۲ (۳)

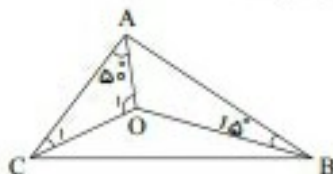
۱۵. در شکل مقابل AO ، BO و CO به ترتیب نیم‌ساز \hat{A} ، \hat{B} و \hat{C} هستند. اندازه‌ی زاویه‌ی \hat{O}_1 چقدر است؟

۹۰ درجه (۲)

۱۰۵ درجه (۱)

۶۵ درجه (۴)

۷۵ درجه (۳)



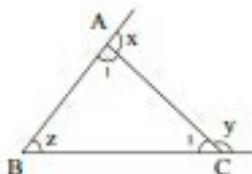
۱۶. در شکل روبه‌رو $x + y - z$ چند درجه است؟

۱۸۰ (۲)

۲۰۰ (۱)

۱۵۰ (۴)

۳۶۰ (۳)



۱۷. مجموع دو زاویه‌ی خارجی مثلثی، 250° می‌باشد. اندازه‌ی یکی از زاویه‌های داخلی این مثلث چند درجه است؟

۵۵ (۴)

۱۲۵ (۳)

۷۰ (۲)

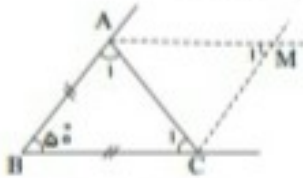
۲۰ (۱)

۱۸. خط‌های $a \parallel b$ و $d \parallel e$ در یک صفحه‌اند به گونه‌ای که $f \perp g$ و $a \parallel g$ و $b \perp e$ و $c \perp d$ در این صورت تعداد مستطیل‌های کوچک حاصل از برخورد این خطوط چند تا است؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۸

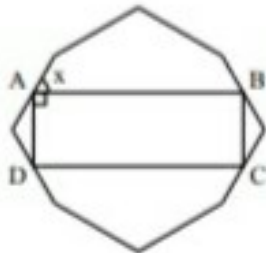
۱۹. در شکل مقابل، نیم‌سازهای زاویه‌ی خارجی مثلث ABC یکدیگر را در m قطع کرده‌اند. M_1 چند درجه است؟

- (۱) ۵۰ (۲) ۶۰ (۳) ۷۰ (۴) ۸۰



۲۰. مثلث ABC را در نظر می‌گیریم و نقطه E را طوری انتخاب می‌کنیم که چهارضلعی ساخته شده با نقاط E, C, B, A متوازی‌الاضلاع شود. به این طریق چند متوازی‌الاضلاع حاصل می‌شود؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

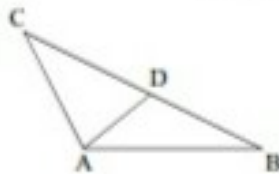


۲۱. نقاط A, B, C, D وسط چهار ضلع هشت‌ضلعی منتظم رویه‌رو قرار دارند. زاویه‌ی x چند درجه است؟

- (۱) $22,5^\circ$ (۲) 135° (۳) $67,5^\circ$ (۴) 53°

۲۲. در مثلث ABC اگر $AC = CD$ و $\hat{C}AD - \hat{ABC} = 30^\circ$ ، آنگاه اندازه‌ی $\hat{B}AD$ چند درجه است؟

- (۱) 30° (۲) 15° (۳) $22,5^\circ$ (۴) 45°



۲۳. با کدام یک از کاشی‌های منتظم زیر می‌توان یک سطح را کاملاً کاشی کرد؟

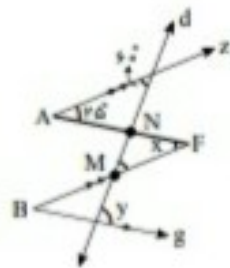
- (۱) ۵ ضلعی (۲) ۶ ضلعی (۳) ۷ ضلعی (۴) ۸ ضلعی

۲۴. اگر اضلاع دو زاویه برهم عمود باشند این دو زاویه:

- (۱) برابرند (۲) متمم‌اند (۳) مکمل‌اند (۴) گزینه ۱ و ۳

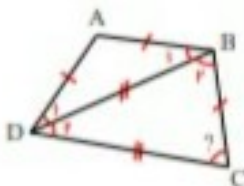
۲۵. باتوجه به خط‌های موازی طده شده در شکل زیر $y - x$ چند درجه است؟

- (۱) ۲۵ (۲) ۶۰ (۳) ۸۵ (۴) ۱۱۰



۲۶. در خوزنقه رویه‌رو اندازه‌ی زاویه \hat{C} چند درجه است؟

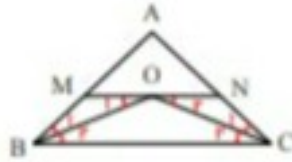
- (۱) 68° (۲) 72° (۳) 74° (۴) 75°



۲۷. محیط مثلث MAN چقدر است؟

$$MN \parallel BC, \quad \overline{AB} = 12, \quad \overline{AC} = 17$$

$$\hat{B}_1 = \hat{B}_2, \quad \hat{C}_1 = \hat{C}_2$$



- ۴۲ (۲)
۳۹ (۴)

- ۳۰ (۱)
۲۹ (۳)

۲۸. لوزی نوعی متوازی‌الاضلاع است که

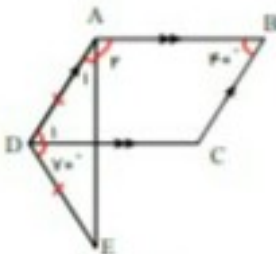
کدام گزینه مناسب جای خالی نیست؟

- (۱) اضلاعش باهم مساوی اند.
(۲) قطرهایش بر هم عمودند.
(۳) قطرهایش منصف یکدیگرند.
(۴) قطرهایش نیمساز زاویه باشند.

۲۹. کدام یک از شکل‌های زیر با دوران 90° درجه حول مرکز تقارن بر خودش منطبق می‌شود؟

- (۱) $3n$ ضلعی منتظم (۲) $4n$ ضلعی منتظم (۳) $6n$ ضلعی منتظم (۴) $10n$ ضلعی منتظم

۳۰. مقدار \hat{A}_2 چند درجه است؟



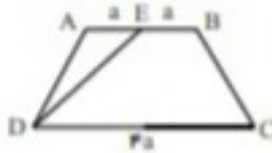
- 120° (۲)
 105° (۴)

- 130° (۱)
 110° (۳)

۳۱. وسط‌های اضلاع یک چهارضلعی که قطرهای آن برهم عمودند را بطور متوالی به هم وصل می‌کنیم ——— حاصل می‌شود. پس لولاس چهارضلعی دیگری که قطرهای آن با هم برابر و عمود هستند را بطور متوالی به هم وصل می‌کنیم ——— حاصل می‌شود.

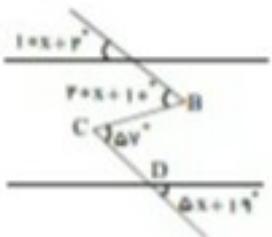
- (۱) لوزی - مستطیل (۲) لوزی - مربع (۳) مستطیل - مربع (۴) مستطیل - لوزی

۳۲. نسبت مساحت ذوزنقه $ABCD$ به مثلث AED چقدر است؟



- $\frac{3}{2}$ (۲)
 $\frac{5}{2}$ (۴)

- ۵ (۱)
۶ (۳)

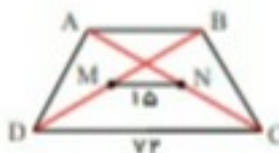


۳۳. در شکل مقابل اگر $F \parallel G$ ، اندازه‌ی زاویه‌ی B چند درجه است؟

- 58° (۲)
 50° (۴)

- 57° (۱)
 59° (۳)

۳۴. M و N وسط قطرهای ذوزنقه هستند. طول AB را بدست آورید.



- ۴۲ (۲)
۳۲ (۴)

- ۴۰ (۱)
۶۷ (۳)

۲۵. گنبد یک مسجد با دو نوع چندضلعی که تعداد ضلع‌هایش دو رقمی است کاشی‌کاری شده و روی هم ۱۴۴ قطر به چشم می‌خورد. مجموع تعداد ضلع‌های این دو نوع چندضلعی چند تا است؟

۲۷ (۴)

۳۰ (۳)

۳۳ (۲)

۳۶ (۱)



۲۶. با توجه به هشت ضلعی منتظم روبه‌رو، مقدار x کدام است؟

۳۰ (۲)

۱۵ (۱)

۶۰ (۴)

۴۵ (۳)

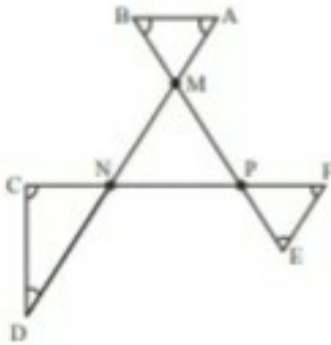
۲۷. حاصل عبارت $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} + \hat{D} + \hat{E} + \hat{F} = ?$ برابر چند درجه است؟

۲۷۰° (۲)

۱۸۰° (۱)

۴۵۰° (۴)

۳۶۰° (۳)



۲۸. مقدار α در شکل روبه‌رو چند درجه است؟

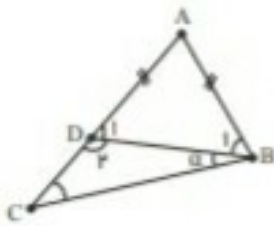
$$(\hat{B} = \hat{C} + 40)$$

۳۰° (۲)

۴۰° (۱)

۲۰° (۴)

۶۰° (۳)



۲۹. از کنار هم قرار دادن چند تا پنج ضلع منتظم می‌توان یک ده ضلعی منتظم تشکیل داد؟

۱۰ (۴)

۸ (۳)

۶ (۲)

۵ (۱)

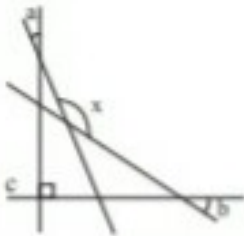
۳۰. مقدار x برحسب a, b, c کدام است؟

$$a - b + c (۱)$$

$$a + b - c (۲)$$

$$a + b + c (۳)$$

$$2a + 2b + c (۴)$$



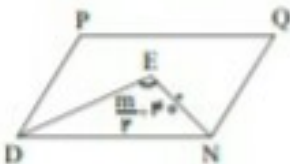
۳۱. در متوازی‌الاضلاع PQND پاره‌خط‌های DE و NE نیمسازهای زاویه‌ی D و N می‌باشند. مقدار $\frac{5m - 2}{3}$ کدام گزینه است؟

۱۶۶ (۲)

۱۰۰ (۱)

۱۳۶ (۴)

۱۴۶ (۳)



۳۲. نسبت اندازه‌ی زاویه‌ی داخلی به خارجی یکی از رأس‌های یک چندضلعی محدب ۴۱ به ۴۹ است اختلاف این دو زاویه چندتر است؟

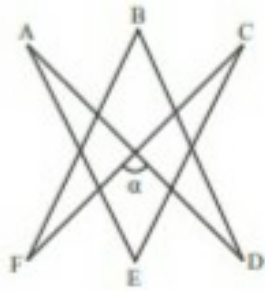
۲۰ (۴)

۱۰ (۳)

۱۶ (۲)

۸۸ (۱)

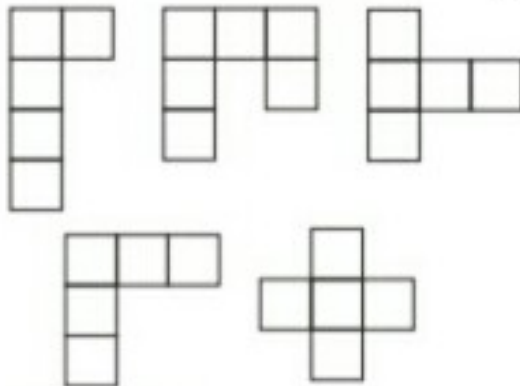
۳۳. در شکل روبه‌رو $\hat{\alpha} = 120^\circ$ است. مقدار $\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}, \hat{D}, \hat{E}, \hat{F}$ چند درجه است؟



- ۲۴۰° (۲)
۶۴۰° (۴)

- ۱۲۰° (۱)
۳۲۰° (۳)

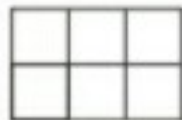
۳۴. با چندتا از اشکال روبه‌رو می‌توان یک مثلث به شکل مستطیل را کاملاً پوشاند؟



- ۴ (۲)
۲ (۴)

- ۵ (۱)
۳ (۳)

۳۵. به چند طریق می‌توان صفحه روبه‌رو را با موزاییک‌های 1×2 فرش کرد؟



- ۵ (۲)
۱ (۴)

- ۳ (۱)
۲ (۳)

۳۶. در کاشی‌کاری یک هشت‌ضلعی منتظم به صورت روبه‌رو $a + b$ کدام است؟



- ۴۵° (۲)
۱۵۰° (۴)

- ۹۰° (۱)
۱۳۵° (۳)

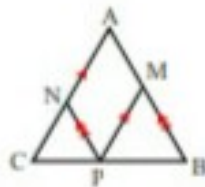
۳۷. با کدام یک از چندضلعی‌های زیر نمی‌توان به تنهایی کاشی‌کاری کرد؟

- ۵ ضلعی منتظم (۱) مثلث (۲) ۶ ضلعی منتظم (۳) ۴ ضلعی منتظم (۴)

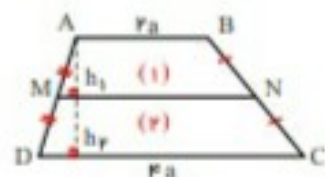
۳۸. اگر در متوازی‌الاضلاع $ABCD$ ، مجموع فاصله‌ی نقطه‌های A و C تا قطر BD ، ۴ سانتی‌متر و مساحت متوازی‌الاضلاع ۲۰ سانتی‌متر مربع باشد طول قطر BD چند سانتی‌متر است؟

- ۱۲ (۴) ۱۰ (۳) ۸ (۲) ۶ (۱)

۳۹. $\overline{AC} = \overline{AB} = 6$ باشد محیط متوازی‌الاضلاع $AMPN$ چه قدر است؟



- ۱۲ (۲) ۶ (۱)
۱۷ (۴) ۱۴ (۳)



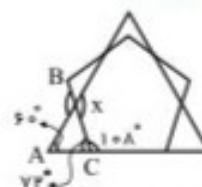
۴۰. در فونیکل‌روبه‌رو نسبت $\frac{S_2}{S_1}$ بدست آورید؟ (منظور از S_2 مساحت ناحیه ۲ است.)

- $\frac{5}{7}$ (۱)
 $\frac{5}{3}$ (۳)
 $\frac{5}{5}$ (۲)
 $\frac{3}{5}$ (۴)

گزینه ۱

$$C = \frac{(5-3) \times 180}{5} = 108^\circ$$

$$A = 60^\circ \Rightarrow \text{یکی از زوایای مثلث متساوی الاضلاع} \Rightarrow x = 72 + 60 = 132$$



گزینه ۲ در مثلث پایینی 115° زاویه خارجی است پس داریم:

$$\Rightarrow x = 115^\circ - 90^\circ = 25^\circ$$

حالا در مثلث بالایی، یک زاویه 90° و یک زاویه 50° است پس زاویه سوم می‌شود:

$$180 - (50 + 90) = 40$$

الآن دو نقطه از کل نیم صفحه، زاویه x برابر 25 و زاویه سوم مثلث بالایی 40 شد پس داریم:

$$180^\circ - (25^\circ + 40^\circ) = 115^\circ = y$$

بنابراین:

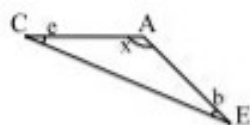
$$y - x = 115^\circ - 25^\circ = 90^\circ$$

گزینه ۳ برای به دست آوردن \hat{O} باید زاویه A مشخص باشد.

$$\left. \begin{aligned} \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} &= 180^\circ \\ \hat{O} + \frac{\hat{B}}{2} + \frac{\hat{C}}{2} &= 180^\circ \end{aligned} \right\} \Rightarrow \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = \hat{O} + \frac{\hat{B}}{2} + \frac{\hat{C}}{2}$$

$$\Rightarrow \hat{O} = \hat{A} + \frac{\hat{B}}{2} + \frac{\hat{C}}{2} = \hat{A} + \frac{\hat{B} + \hat{C}}{2} = \hat{A} + \frac{180 - \hat{A}}{2} = \hat{A} + 90 - \frac{\hat{A}}{2} = \frac{\hat{A}}{2} + 90$$

گزینه ۴



در مثلث ACE داریم: $\hat{x} = 180^\circ - (\hat{b} + \hat{c})$

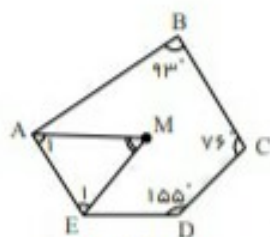
از طرفی: $d + e + c + b + a = 180^\circ$

$$x = a + c + d$$

پس:

گزینه ۲

مجموع زوایای هر پنج ضلعی و هر مثلث برابر است با:



$$\text{مجموع زوایای ۵ ضلعی} : (5-2) \times 180^\circ = 540^\circ$$

$$\hat{A} + \hat{E} = 540^\circ - (93^\circ + 76^\circ + 155^\circ) \rightarrow \hat{A} + \hat{E} = 216^\circ$$

در مثلث AEM داریم:

$$\left. \begin{aligned} \hat{A}_1 &= \frac{\hat{A}}{2} \\ \hat{E}_1 &= \frac{\hat{E}}{2} \end{aligned} \right\} \rightarrow \hat{A}_1 + \hat{E}_1 = \frac{\hat{A} + \hat{E}}{2} = \frac{216^\circ}{2} = 108^\circ, \hat{A}_1 + \hat{E}_1 + \hat{M} = 180^\circ$$

$$\rightarrow \hat{M} = 180^\circ - (\hat{A}_1 + \hat{E}_1) \rightarrow \hat{M} = 180^\circ - 108^\circ = 72^\circ$$

گزینه ۴

مجموع زوایای داخلی یک n ضلعی از رابطه $(n-2) \times 180$ به دست می‌آید. پس مجموع زوایای مضربی از 180 است. پس:
 $14 < \frac{2570}{180} < 15 \Rightarrow 180 \times 15 = 2570 + x \Rightarrow \hat{x} = 130^\circ$

گزینه ۷. $\triangle ABC$ و $\triangle ADE$ متساوی‌الساقین هستند، پس: $\hat{B} = \hat{C}$ و $\hat{ADE} = \hat{AED}$

$$\left. \begin{array}{l} \text{زاویه ی خارجی} : \hat{\alpha} + \hat{ADE} = \hat{B} + 30^\circ \\ \text{زاویه ی خارجی} : \hat{AED} = \hat{C} + \alpha \end{array} \right\} \begin{array}{l} \hat{B} = \hat{C} \\ \hat{ADE} = \hat{AED} \end{array} \rightarrow \alpha + \hat{AED} = \hat{C} + 30^\circ$$

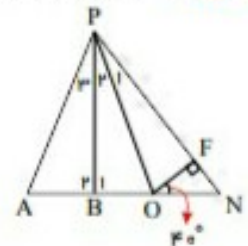
$$\Rightarrow \alpha + \hat{C} + \alpha = \hat{C} + 30^\circ \Rightarrow 2\alpha = 30^\circ \Rightarrow \alpha = 15^\circ$$

گزینه ۸. اگر محل برخورد خطهای z و x را E بنامیم، داریم: $\hat{DEB} = 180 - 100 = 80^\circ$
 حال در چهارضلعی $ABED$ چون مجموع زاویه‌های داخلی 360° است، نتیجه می‌گیریم:

$$90^\circ + \hat{BAD} + 90^\circ + \hat{DEB} = 360^\circ \Rightarrow \hat{BAD} = 360^\circ - (90^\circ + 90^\circ + 80^\circ) = 100^\circ$$

گزینه ۹. با نام‌گذاری زاویه‌ها روی شکل، داریم:

$$\left. \begin{array}{l} \hat{O} = 40^\circ \\ \hat{F} = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \hat{N} = 50^\circ \\ \hat{B} = 90^\circ \end{array} \right\} \xrightarrow{\triangle PBN} \hat{P}_1 + \hat{P}_2 = 40^\circ$$



اکنون با توجه به این که شعاع در نقطه‌ی تماس بر مماس عمود است، داریم:

$$\left. \begin{array}{l} 90^\circ = \hat{B}_1 = \hat{F} \\ \text{مشترک } OP = OP \\ \text{شعاع } OF = OB \\ = 20^\circ \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{وتر و یک ضلع}} \triangle POB = \triangle FOP \Rightarrow \hat{P}_1 = \hat{P}_2 \xrightarrow{\hat{P}_1 + \hat{P}_2 = 40^\circ} \hat{P}_1 = \hat{P}_2$$

به این ترتیب با استفاده از نتایج بالا به دست می‌آوریم:

$$\left. \begin{array}{l} OB = AB \\ PB = PB \\ \hat{B}_1 = \hat{B}_2 = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle PAB = \triangle PBO \Rightarrow \hat{P}_3 = \hat{P}_1 = \hat{P}_2 = 20^\circ \Rightarrow \hat{APF} = 60^\circ$$

گزینه ۱۰. همان طور که می‌دانید در n ضلعی‌های منتظم به خاطر اینکه شکل منتظم است، اختلاف رأس‌های مقابل عددی ثابت است.

پس هنگامی که ۱۱ روبروی ۳۴ است، اختلاف $23 = 34 - 11$ است این یعنی ۱ روبروی ۲۴ است و ۲۳ روبروی ۴۶ است. به این ترتیب ۴۶ ضلع داریم.

گزینه ۱۱. محیط شکل از ۱۲ پاره‌خط ۲ سانتی‌متری تشکیل شده است. پس:

$$\text{محیط} = 12 \times 2 = 24$$

گزینه ۱۲. خطوط L و L' و L'' را به موازات d رسم می‌کنیم.

$$d \parallel L'' \Rightarrow A_1 = B = 20$$

مورب AB

$$A_2 = A - A_1 \rightarrow 60 - 20 = 40$$

$$L'' \parallel L' \Rightarrow x_1 = A_1 = 40$$

مورب OA

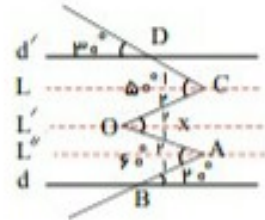
$$d' \parallel L \Rightarrow C_1 = D = 30$$

مورب DC

$$C_2 = C - C_1 = 50 - 30 = 20$$

$$L \parallel L' \Rightarrow x_2 = C_2 = 20$$

مورب OC



$$x = x_1 + x_2 = 20 + 40 = 60 \text{ بنابراین}$$

۱۳. گزینه ۲ خط راست: بی شمار محور تقارن دارد (خودش و هر خط عمود بر آن)

مثلث متساوی الساقین: یکی (عمود منصف قاعده)

دوازده متساوی الساقین: یکی (عمود منصف دو قاعده)

ربع دایره: یکی

نیم دایره: یکی

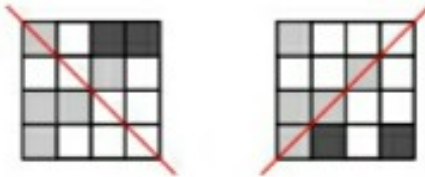
بیضی: دو تا

مستطیل: دو تا

دایره: بی شمار

مربع: ۴ تا

۱۴. گزینه ۳ کافی است دو مربعی که مشکی شده اند رنگ بشوند تا محور تقارن بوجود بیاید:



به این ترتیب با دو حالت می توان به کمک ۲ مربع رنگی یک خط تقارن ایجاد کرد.

۱۵. گزینه ۱

$$OA \text{ به دلیل نیمساز } \hat{A} = 2 \times 50 = 100 \Rightarrow \hat{C}_1 = 25$$

$$OB \text{ به دلیل نیمساز } \hat{B} = 2 \times 15 = 30$$

$$\Rightarrow \hat{O}_1 = 180 - (25 + 50) \rightarrow O_1 = 105$$

۱۶. گزینه ۲

$$(1) \text{ زاویه خارجی } x = z + C_1$$

زاویه خارجی هر رأس برابر با مجموع زوایای غیر مجاور است. بنابراین:

$$(2) \text{ زاویه خارجی } y = z + A_1$$

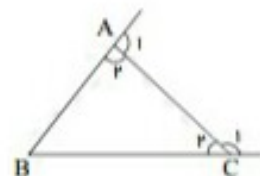
(1), (2)

$$\rightarrow x + y - z = \underbrace{z + C_1}_x + \underbrace{z + A_1}_y - z = 180$$

۱۷. گزینه ۲ می دانیم دو زاویه خارجی در مسئله $\hat{A}_1 + C_1 = 250$ می باشد.

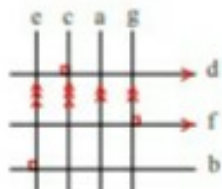
$$\hat{A}_1 + \hat{A}_2 + \hat{C}_1 + \hat{C}_2 = 360^\circ$$

$$\hat{A}_2 + \hat{C}_2 = 360 - 250 = 110^\circ \Rightarrow \hat{B} = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$$



۱۸. گزینه ۳

شکل رویه‌رو شکل حاصل از اطلاعات سوال است. از برخورد آن‌ها ۶ مستطیل پدید می‌آید.



اما می‌توانید بگویید که چرا شکل‌های حاصل مستطیل است؟

۱۹. گزینه ۳

$$BA = BC \rightarrow \text{مثلث متساوی‌الساقین} \rightarrow 180 - 50 = 130^\circ \rightarrow 130 \div 2 = 65^\circ$$

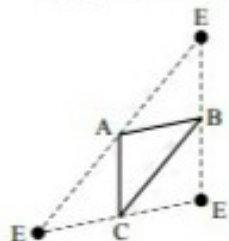
$$\Rightarrow \hat{C} = \hat{A} = 65^\circ$$

$$A \text{ و } C \text{ زاویه‌ی خارجی} \rightarrow 180 - 65 = 115 \rightarrow 115 \div 2 = 57,5$$

$$\Rightarrow 180 - 2 \times (57,5) = 65$$

۲۰. گزینه ۳ ابتدا مثلث دلخواه ABC را رسم می‌کنیم و نقطه E را طوری قرار می‌دهیم که متوازی‌الاضلاع‌هایی ساخته شوند.

مشاهده می‌کنیم که ۳ مکان برای نقطه E پیدا می‌کنیم و متوازی‌الاضلاع‌های ABCE, AEBC, ABCE ساخته می‌شوند پس گزینه ۳ درست می‌باشد.

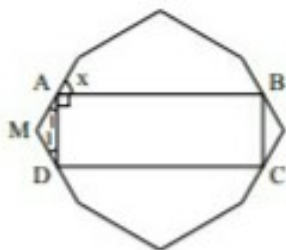


۲۱. گزینه ۴

$$\hat{M} = \frac{(n-2) \times 180^\circ}{n} = \frac{(8-2) \times 180^\circ}{8} = 135^\circ$$

اندازه‌ی هر زاویه‌ی داخلی هشت‌ضلعی منتظم ۱۳۵° است.

چون نقاط A و D وسط ضلع‌های هشت‌ضلعی منتظم هستند، پس $\triangle AMD$ یک مثلث متساوی‌الساقین است.



$$\triangle AMD : \hat{A}_1 = \hat{D}_1 = \frac{180^\circ - 135^\circ}{2} = 22,5^\circ$$

$$22,5^\circ + 90^\circ = 112,5^\circ \Rightarrow x = 180^\circ - 112,5^\circ = 67,5^\circ$$

۲۲. گزینه ۲ با توجه به رابطه‌ی زاویه‌ی خارجی در مثلث داریم:

$$\left. \begin{aligned} AC = CD \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{D}_1 \\ D_1 = A_2 + B \end{aligned} \right\} \rightarrow \hat{A}_1 = \hat{A}_2 + B \quad (1)$$

$$\text{فرض } \hat{A}_1 + \hat{A}_2 - \hat{B} = 30 \xrightarrow{(1)} \hat{A}_2 + B + \hat{A}_2 - \hat{B} = 30 \Rightarrow \hat{BAD} = A_2 = 15^\circ$$

۲۳. گزینه ۲ نکته ۱: هر زاویه‌ی داخلی یک n ضلعی منتظم از رابطه $\frac{(n-2) \times 180^\circ}{n}$ به دست می‌آید.

نکته ۲: به شرطی می توان یک سطح را با یک n ضلعی منتظم کاشی کاری کرد که زاویه داخلی آن شمارنده 360° باشد. می دانیم اندازه زاویه داخلی یک پنج ضلعی منتظم 108° ، یک شش ضلعی منتظم 120° ، یک هفت ضلعی منتظم $128,5^\circ$ و یک هشت ضلعی منتظم 135° است.

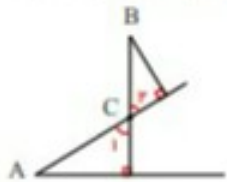
باتوجه به نکته بالا فقط اندازه زاویه داخلی شش ضلعی منتظم (120°) ، شمارنده 360° است. پس گزینه ۲ درست است.

۲۴. گزینه ۲ این دو زاویه را \hat{A} و \hat{B} در نظر می گیریم. حالت اول چهارضلعی تشکیل می شود:



$$\hat{A} + \hat{B} + 90^\circ + 90^\circ = (4 - 2) \times 180^\circ \rightarrow \hat{A} + \hat{B} = 180^\circ$$

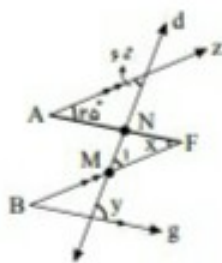
حالت دوم \hat{C}_1 و \hat{C}_2 متقابل به رأس اند؛ پس $\hat{C}_1 = \hat{C}_2$



$$\left. \begin{array}{l} 90^\circ + \hat{C}_1 + \hat{A} = 180^\circ \\ 90^\circ + \hat{C}_2 + \hat{B} = 180^\circ \end{array} \right\} \rightarrow \hat{A} = \hat{B}$$

۲۵. گزینه ۲

طبق خاصیت خطوط موازی و مورب داریم:



$$AZ \parallel BF, \text{ مورب } d \Rightarrow \hat{M}_1 = 60^\circ$$

$$AZ \parallel BF, \text{ مورب } AF \Rightarrow \hat{A} = \hat{F} = 25^\circ \Rightarrow x = 25^\circ$$

از طرفی \hat{N} برای مثلث MNF یک زاویه خارجی است در نتیجه:

$$\hat{N} = 60^\circ + 25^\circ = 85^\circ$$

$$AF \parallel Bg, \text{ مورب } d \Rightarrow y = \hat{N} = 85^\circ$$

چون $y - x$ را می خواهیم، داریم:

$$y - x = 85^\circ - 25^\circ = 60^\circ$$

یعنی گزینه ۲ درست است.
۲۶. گزینه ۲ طبق فرض سوال داریم:

$$\overline{AD} = \overline{AB} \rightarrow \hat{D}_1 = \hat{B}_1 \quad (1)$$

$$\overline{BD} = \overline{CD} \rightarrow \hat{B}_2 = \hat{C} \quad (2)$$

$$\overline{AD} = \overline{BC} \rightarrow \text{دورزنقه متساوی الساقین} \rightarrow \hat{D} = \hat{C} \quad (3)$$

$$AB \parallel CD \rightarrow \hat{B}_1 = \hat{D}_2 \quad (4)$$

$$(1), (4) \rightarrow \hat{D} = \hat{D}_1 + \hat{D}_2 = 2\hat{B}_1 \xrightarrow{(3)} \hat{C} = 2\hat{B}_1 \xrightarrow{(2)} \hat{B}_2 = 2\hat{B}_1$$

$$\triangle DCB: \hat{D}_2 + \hat{B}_2 + \hat{C} = 180^\circ \xrightarrow{\text{طبق روابط به دست آمده}} \hat{B}_1 + 2\hat{B}_1 + 2\hat{B}_1 = 180^\circ$$

$$\rightarrow 5\hat{B}_1 = 180^\circ \rightarrow \hat{B}_1 = 36^\circ \rightarrow \hat{C} = 2\hat{B}_1 = 2 \times 36^\circ = 72^\circ$$

۲۷. گزینه ۲ طبق فرض سوال داریم:

$$\left. \begin{array}{l} MN \parallel BC \rightarrow \hat{O}_1 = \hat{B}_2 \\ \hat{B}_1 = \hat{B}_2 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{خطوط موازی و مورب} \\ \text{فرض سوال} \end{array} \rightarrow \hat{O}_1 = \hat{B}_1 \rightarrow \triangle MOB \text{ متساوی الساقین} \rightarrow \overline{OM} = \overline{MB}$$

$$\left. \begin{array}{l} MN \parallel BC \rightarrow \hat{O}_2 = \hat{C}_2 \\ \hat{C}_1 = \hat{C}_2 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{خطوط موازی و مورب} \\ \text{فرض سوال} \end{array} \rightarrow \hat{O}_2 = \hat{C}_1 \rightarrow \triangle NOC \text{ متساوی الساقین} \rightarrow \overline{ON} = \overline{NC}$$

$$\triangle AMN = \overline{AM} + \overline{MO} + \overline{ON} + \overline{AN} = \overline{AB} + \overline{AC} = 12 + 17 = 29$$

۲۸. گزینه ۳ در تمام متوازی الاضلاع ها قطر ها منصف هستند.

۲۹. گزینه ۲ چندضلعی های منتظمی که تعداد ضلع های آن ها مضرب ۴ است با دوران ۹۰ درجه بر خودشان منطبق می شوند.

۳۰. گزینه ۴

متوازی الاضلاع است $ABCD \rightarrow \hat{B} = \hat{D}_1$

$$\hat{C} = \hat{A}_1 + \hat{A}_2$$

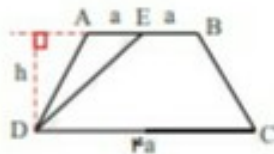
$$\hat{C} + \hat{B} = 180^\circ \rightarrow \hat{C} = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$$

$$\left. \begin{array}{l} \overline{AD} = \overline{DE} \rightarrow \hat{A}_1 = \hat{E} \\ \hat{A}_1 + \hat{E} + \hat{D} = 180^\circ \end{array} \right\} \rightarrow \hat{A}_1 = \frac{180^\circ - (70^\circ + 40^\circ)}{2} = 35^\circ$$

$$\hat{A} = \hat{A}_1 + \hat{A}_2 \rightarrow 140^\circ = 35^\circ + \hat{A}_2 \rightarrow \hat{A}_2 = 105^\circ$$

۳۱. گزینه ۳

۳۲. گزینه ۲



$$\text{ارتفاع مثلث} = \frac{\text{مجموع دو قاعده}}{2} \times \text{ارتفاع}$$

$$\text{ارتفاع مثلث} = \frac{1}{2} \times \text{قاعده} \times \text{ارتفاع}$$

ارتفاع مثلث و ذوزنقه برابر است.

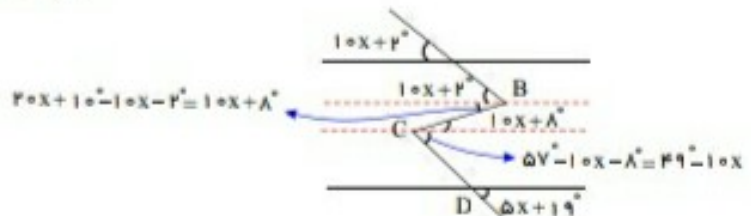
$$\frac{\frac{2a+4a}{2} \times h}{\frac{1}{2} \times a \times h} = \frac{6a \times h}{a \times h} = 6$$

۳۳. گزینه ۴ خط های m و n را به موازات با خط های F و g به ترتیب از نقاط B و C می گذرانیم.

$$49 - 10x = 5x + 19 \Rightarrow -5x - 10x = 19 - 49$$

$$\Rightarrow -15x = -30 \Rightarrow x = 2$$

$$\hat{B} = 20x + 10 = 20(2) + 10 = 40 + 10 = 50^\circ$$



۲۳. گزینه ۲ نکته در هر دوزنقه، پاره خطی که وسط دو ساق را به هم وصل می‌کند از وسط دو قطر می‌گذرد.

نکته: در هر دوزنقه، پاره خطی که وسط دو قطر را به هم وصل می‌کند طولش برابر است با: $\frac{\text{قاعده کوچک} - \text{قاعده بزرگ}}{۲}$
طبق نکته بالا داریم:

$$\overline{AB} = x \text{ قاعده کوچک}$$

$$۱۵ = \frac{۷۲ - x}{۲} \rightarrow ۲ \times ۱۵ = ۷۲ - x \rightarrow x = ۷۲ - ۳۰ \rightarrow x = ۴۲$$

۲۴. گزینه ۲ این سؤال را با راهبرد حدس و آزمایش حل می‌کنیم و به چند ضلعی‌های ۱۵ و ۱۲ ضلعی می‌رسیم:

$$\text{مجموع قطرها} = \frac{۱۵ \times \frac{۶}{۱}}{۱} + \frac{\frac{۶}{۱} \times ۹}{۱} = ۹۰ + ۵۴ = ۱۴۴$$

$$\text{مجموع ضلعها} = ۱۵ + ۱۲ = ۲۷$$

$$\text{اندازهی هر زاویهی داخلی هشت ضلعی} = ۱۸۰ - \frac{۳۶۰}{۸} = ۱۸۰ - ۴۵ = ۱۳۵$$

منتظم

$$x = ۳۶۰ - (۳۱۵ + ۴۵ + ۲۲۵ + ۴۵) = ۴۵$$

۲۵. گزینه ۲ میدانیم که هر زاویه خارجی در مثلث برابر است با مجموع در زاویه داخلی غیر مجاورش.
به این ترتیب داریم:



$$\left. \begin{aligned} \hat{AMP} &= \hat{A} + \hat{B} \\ \hat{EPN} &= \hat{E} + \hat{F} \\ \hat{MNC} &= \hat{C} + \hat{D} \end{aligned} \right\} \rightarrow \hat{AMP} + \hat{EPN} + \hat{MNC} = \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} + \hat{D} + \hat{E} + \hat{F}$$

می‌دانیم مجموع زوایای خارجی مثلث برابر با ۳۶۰ است به این ترتیب مقدر عبارت بالا ۳۶۰ می‌شود زیرا سمت چپ تساوی زوایای خارجی $\triangle MNP$ هستند.

۲۸. گزینه ۲

$$\left. \begin{aligned} AD = AB &\rightarrow \hat{D}_1 = \hat{B}_1 \\ \hat{D}_1 = \alpha + \hat{C} & \text{(قضیه زاویه خارجی)} \\ \hat{B} = \hat{B}_1 + \alpha \end{aligned} \right\} \hat{B}_1 = \alpha + \hat{C} \rightarrow \hat{B} = ۲\alpha + \hat{C}$$

طبق فرض سؤال داریم $\hat{B} = \hat{C} + ۴۰$ به این ترتیب:

$$۲\alpha = ۴۰ \rightarrow \alpha = ۲۰$$

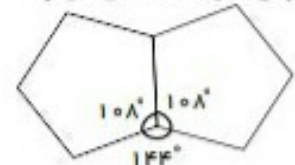
۲۹. گزینه ۲ از کنار هم قرار دادن چند تا پنج ضلع منتظم می‌توان یک ده ضلعی منتظم تشکیل داد $\frac{(۵-۲) \times ۱۸۰}{۵} = ۱۰۸$

پس با توجه به شکل داریم:

$$۳۶۰ - ۲(۱۰۸) = ۱۴۴$$

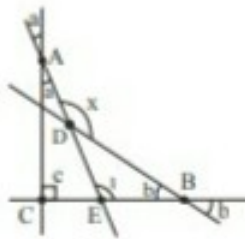
$$\frac{(n-۲) \times ۱۸۰}{n} = ۱۴۴ \Rightarrow ۱۸۰n - ۳۶۰ = ۱۴۴n \Rightarrow n = ۱۰$$

بنابراین هر زاویه داخلی یک ده ضلعی ۱۴۴ است که از ۲ پنج ضلعی به وجود می‌آید پس باید از ۱۰ تا پنج ضلعی در کنار هم استفاده کرد.



۴۰. گزینه ۲

ابتدا زوایای متقابل به رأس را محاسبه سپس طبق قضیه زوایای خارجی در مثلث داریم:



$$\left. \begin{aligned} \hat{E}_1 &= a + c \quad (\text{قضیه زوایای خارجی در مثلث } \triangle ACE) \\ x &= \hat{E}_1 + b \quad (\text{قضیه زوایای خارجی در مثلث } \triangle DEB) \end{aligned} \right\} \rightarrow x = a + c + b$$

۴۱. گزینه ۲

$$D + N = 180 \rightarrow \frac{1}{2}D + \frac{1}{2}N = 90 \Rightarrow \frac{1}{2}D + \frac{1}{2}N + E = 180 \Rightarrow E = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$$

$$\frac{m}{2} + 40 = 90 \Rightarrow \frac{m}{2} = 50 \Rightarrow m = 100^\circ$$

$$\frac{5(100) - 2}{3} = \frac{498}{3} = 166^\circ$$

۴۲. گزینه ۲

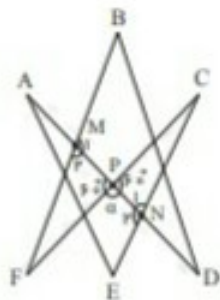
مجموع دو زاویه داخلی و خارجی همواره 180° است. بنابراین:

۴۱	۸۲
۴۹	۹۸
۹۰	۱۸۰

$$\Rightarrow 98^\circ - 82^\circ = 16^\circ \text{ اختلاف دو زاویه}$$

مجموع دو زاویه داخلی

۴۳. گزینه ۲ از قضیه زاویه خارجی در مثلث استفاده می‌کنیم:



$$\left. \begin{aligned} \triangle NPC : \hat{N}_2 &= \hat{C} + 60^\circ \\ \triangle AEN : \hat{N}_1 &= \hat{A} + \hat{E} \end{aligned} \right\} \rightarrow \hat{N}_1 + \hat{N}_2 = \hat{A} + \hat{C} + \hat{E} + 60^\circ$$

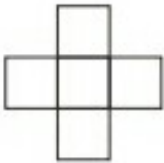
$$\rightarrow 180^\circ = \hat{A} + \hat{C} + \hat{E} + 60^\circ \rightarrow \hat{A} + \hat{C} + \hat{E} = 120^\circ \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} \triangle BMD : \hat{M}_2 &= \hat{B} + \hat{D} \\ \triangle PFM : \hat{M}_1 &= 60^\circ + \hat{F} \end{aligned} \right\} \rightarrow \hat{M}_1 + \hat{M}_2 = \hat{B} + \hat{F} + \hat{D} + 60^\circ \rightarrow 180^\circ$$

$$\hat{B} + \hat{F} + \hat{D} = 120^\circ \quad (2) \xrightarrow{(2) \text{ و } (1)} \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} + \hat{D} + \hat{E} + \hat{F} = 120^\circ + 120^\circ = 240^\circ$$

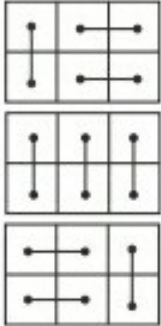
گزینه ۲

تنها با شکل روبه‌رو نمی‌توان این کار را کرد زیرا گوشه‌ها را نمی‌پوشاند.



گزینه ۱

۳ حالت مورد نظر به شکل روبه‌رو هستند.



گزینه ۲

$$\text{اندازه‌ی هر زاویه‌ی داخلی ۸ ضلعی منتظم} = \frac{(8-2) \times 180}{8} = \frac{6 \times 180}{8} = 135^\circ$$

$$a = 180 - 135 = 45^\circ$$

$$b = \frac{360}{4} = 90^\circ \quad \left. \vphantom{b} \right\} \Rightarrow a + b = 45^\circ + 90^\circ = 135^\circ$$

زاویه‌ی خارجی چندضلعی

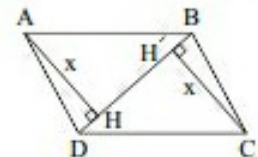
گزینه ۱ ۵ ضلعی منتظم چون اندازه‌ی زاویه‌ی داخلی آن بر ۳۶۰ بخش پذیر نیست.

$$\frac{(5-2) \times 180}{5} = 108^\circ$$

$$\begin{array}{r} 360 \overline{) 108} \\ -324 \\ \hline 36 \end{array}$$

گزینه ۲

$$\overline{AH} + \overline{CH'} = 4 \Rightarrow x + x = 4 \Rightarrow 2x = 4 \Rightarrow x = 2$$



$$S_{ABCD} = S_{\triangle ABD} + S_{\triangle BCD} \Rightarrow 20 = \frac{1}{2} \times 2 \times \overline{BD} + \frac{1}{2} \times 2 \times \overline{BD} \Rightarrow 20 = 2\overline{BD} \Rightarrow \overline{BD} = 10$$

۳۹. گزینه ۲

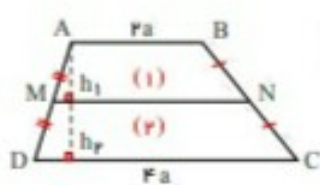
$$\left. \begin{aligned} PN \parallel BA &\rightarrow \hat{P}_1 = \hat{B} \\ MP \parallel CA &\rightarrow \hat{P}_2 = \hat{C} \\ \overline{AC} = \overline{AB} &\rightarrow \hat{C} = \hat{B} \\ &= \hat{CN} \end{aligned} \right\} \rightarrow \hat{P}_2 = \hat{B}, \hat{P}_1 = \hat{C}, \overline{PM} = \overline{BM}, \overline{PN} = \overline{CN}$$



$$\left. \begin{aligned} \text{محیط متوازی الاضلاع} &= \overline{PM} + \overline{AM} + \overline{AN} + \overline{PN} \\ \overline{PM} &= \overline{AN} = \overline{BM} \\ \overline{PN} &= \overline{AM} = \overline{CN} \end{aligned} \right\} \rightarrow 2\overline{BM} + 2\overline{CN} = 2\overline{AM} + 2\overline{BM} = 2\overline{AB}$$

= ۱۲

۵۰. گزینه ۲ نکته: در هر دوزنقه پاره خطی، که وسط دو ساق را بهم وصل می کند، موازی دو قاعده است و همچنین اندازه آن برابر است نصف مجموع دو قاعده طبق نکته بالا داریم:



$$\overline{MN} = \frac{\overline{AB} + \overline{CD}}{2} = \frac{2a + 4a}{2} = 3a, \quad h_1 = h_2$$

$$S_{\text{دوزنقه}} = \frac{1}{2} \times \text{مجموع دو قاعده} \times \text{ارتفاع}$$

$$\rightarrow \frac{S_2}{S_1} = \frac{\frac{4a+2a}{2} \times h_2}{\frac{2a+4a}{2} \times h_1} = \frac{3a \times h_2}{5a \times h_1} = \frac{3}{5}$$