

۱. مجموع مربعات دو عدد اول ۳۶۵ است. اختلاف آن‌ها چقدر است؟
- ۲۱ (۱) ۱۷ (۲) ۱۵ (۳) ۲۹ (۴)
۲. m و n دو عدد اول فرد مختلف هستند. عدد $(4m^3)^7 \times (3n^2)^5 \times 100$ چند مقسوم‌علیه اول دارد؟
- ۲ (۱) ۳ (۲) ۵ (۳) ۷ (۴)
۳. برای آنکه تحقیق کنیم عدد ۱۲۳۱ اول است یا مرکب کفایت بخش‌پذیری آن را بر چند عدد اول بررسی کنیم.
- ۹ (۱) ۱۰ (۲) ۱۱ (۳) ۱۲ (۴)
۴. چند عدد طبیعی کوچک‌تر از ۵۰ داریم که نسبت به ۵۰ اول باشند؟
- ۱۶ (۱) ۱۷ (۲) ۱۸ (۳) ۱۹ (۴)
۵. در روش غربال اراتستن برای یافتن اعداد اول کم‌تر از ۲۰۱۸ آخرین عدد اولی که مضارب آن در جدول خط می‌خورد چیست؟
- ۴۷ (۱) ۳۷ (۲) ۲۳ (۳) ۴۳ (۴)
۶. در روش غربال اراتستن برای یافتن اعداد اول کم‌تر از ۱۳۹۶، ۷۰۹ امین عددی که خط می‌خورد کدام است؟
- ۸۷ (۱) ۸۱ (۲) ۷۵ (۳) ۶۹ (۴)
۷. عدد 11^{1213} چند مقسوم‌علیه اول دارد؟
- ۱ (۱) ۲ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴)
۸. حاصل ضرب مقسوم‌علیه‌های عدد 3^{100} کدام است؟
- ۳^{۱۰۱} (۱) ۳^{۲۵۲۵} (۲) ۳^{۵۰۵۰} (۳) ۳^{۲۵۲۵} (۴)
۹. اگر $(a, b) = 1$ و $\frac{a}{b} = \frac{20}{100}$ ، آن‌گاه $b - a$ کدام است؟
- ۵ (۱) ۴ (۲) ۱۰ (۳) ۲۰ (۴)
۱۰. در غربال عددهای ۵۰ تا ۱۶۰، برای تعیین اعداد اول در مرحله حذف مضرب‌های ۱۱، عددی که برای اولین بار خط می‌خورد کدام است؟
- ۱۲۲ (۱) ۱۲۱ (۲) ۱۳۲ (۳) ۵۵ (۴)
۱۱. در روش غربال عددهای بین ۱۰۰ تا ۲۵۰، کدام عدد چهار بار خط می‌خورد؟
- ۱۲۰ (۱) ۲۱۰ (۲) ۱۵۰ (۳) ۱۰۵ (۴)
۱۲. در روش غربال اعداد ۱ تا ۱۵۰، کدام عدد دیرتر خط می‌خورد؟
- ۱۲۱ (۱) ۱۴۳ (۲) ۴۹ (۳) ۱۴۷ (۴)
۱۳. اگر حاصل ضرب سه عدد اول ۳۸۵ باشد، حاصل جمع دو عدد بزرگ‌تر کدام است؟
- ۱۲ (۱) ۲۳ (۲) ۱۶ (۳) ۱۸ (۴)
۱۴. کدام یک از اعداد زیر شمارنده عدد $A = 20^4 \times 21^3 \times 55^2$ است؟
- ۳ × ۲^{۱۰} (۱) ۷^۴ × ۵^۳ (۲) ۱۱^۳ × ۳^۳ (۳) ۲^۷ × ۳^۲ (۴)
۱۵. اگر k کم دو عدد $4a$ و $18a$ ، ۷۲ باشد، در مورد a کدام گزینه درست است؟
- (۱) a عدد فرد اول است. (۲) a مضربی از ۳ است.
(۳) a نمی‌تواند عددی اول باشد. (۴) a کوچک‌ترین عدد اول است.
۱۶. در تساوی $(\square, 33) = 1$ ، کدام عدد را نمی‌توانیم در مربع قرار دهیم؟
- ۵۰ (۱) ۱۳^۲ × ۵^۲ (۲) ۴ × ۱۲۱ (۳) ۲۱۲ (۴)

۱۷. در روش غربال، برای پیدا کردن اعداد اول بین ۱ تا ۲۹۰، بعد از حذف عدد ۲۴۷ کدام عدد خط می‌خورد؟

- ۲۸۹ (۱) ۲۶۰ (۲) ۲۷۳ (۳) ۲۴۸ (۴)

۱۸. در تعیین اعداد اول بین ۱ تا ۲۰۰ به روش غربال، صد و دهمین عددی که خط می‌خورد، کدام است؟

- ۵۷ (۱) ۶۰ (۲) ۶۳ (۳) ۶۶ (۴)

۱۹. اگر $b > a$ ، $(a, b) = ۶$ ، $[a, b] = ۳۶$ ، $a + b = ۳۰$ ، حاصل عبارت $۲a + b$ برابر است با:

- ۴۲ (۱) ۴۸ (۲) ۳۶ (۳) ۶۶ (۴)

۲۰. حاصل عبارت $\frac{(x, x^2y) \div [x^3y^2, xy^2, xy]}{(x^3y^3, y^2x^2)}$ کدام گزینه است؟

- ۱ (۱) $\frac{1}{x^4y^4}$ (۲) $\frac{x^2}{y^2}$ (۳) $\frac{x^4}{y^4}$ (۴)

۲۱. اگر حاصل ضرب دو عدد ۶۴۸ باشد، حداکثر ب.م.م این دو عدد کدام است؟

- ۱۸ (۱) $۳^2 \times ۲^3$ (۲) ۹ (۳) ۲۱ (۴)

۲۲. اگر $a = n$ و $b = n + 1$ ، حاصل عبارت $\frac{[a, [a, b]]}{(b, (a, b))}$ کدام است؟

- ۱ (۱) $\frac{a}{b}$ (۲) $\frac{b}{a}$ (۳) ab (۴)

۲۳. $۵^۷ - ۳^۷$ بر کدام عدد بخش پذیر است؟

- ۸ (۱) ۲ (۲) ۱۰ (۳) ۱۹ (۴)

۲۴. تعداد شمارنده‌های مشترک اعداد ۳۶۰، ۵۴۰ و ۲۰۰ را به دست آورید و بگویید کدام گزینه نشان دهنده‌ی این تعداد می‌باشد؟

- ۶ (۱) ۳ (۲) ۸ (۳) ۷ (۴)

۲۵. حاصل تفاضل عدد ۹۸۷ و مقلوب آن بر کدام دسته از اعداد زیر بخش پذیر است؟

- ۱۵ و ۳ (۱) ۱۱ و ۳ (۲) ۱۷ و ۹ (۳) ۱۱ و ۲ (۴)

۲۶. با فرض اینکه $A = ۳^{n+1}$ و $B = ۲^{n-1}$ ($n \in N$)، بزرگ‌ترین مقسوم علیه مشترک A و B کدام است؟

- ۱ (۱) ۶^{n+1} (۲) ۶^{n-1} (۳) ۶ (۴)

۲۷. اگر مجموعه‌ی $A = \left\{ 1, x, y, z, \frac{z^2}{y}, \frac{z^2}{x}, z^2 \right\}$ مقسوم علیه یک عدد باشد. آن عدد برابر است با:

- ۳۶ (۱) ۸۱ (۲) ۱۰۰ (۳) ۶۴ (۴)

۲۸. کدام یک از عبارتهای زیر درست است؟

- (۱) تعداد اعداد اول کوچک‌تر از ۱۰، پنج تا است.
(۲) عدد یک نه اول است و نه مرکب
(۳) تعداد اعداد مرکب کم‌تر از ۱۰، پنج تا است.
(۴) عدد طبیعی صفر نه مثبت است و نه منفی

۲۹. کدام جمله صحیح است؟

- (۱) هر عدد طبیعی اول است یا مرکب.
(۲) عدد $۱۲^۷ + ۱۰۷^۵ + ۱$ اول است.
(۳) تمام اعداد اول دارای دو مقسوم علیه طبیعی متمایز
(۴) هر عدد طبیعی لااقل یک مقسوم علیه اول دارد.
می‌باشند.

۳۰. p و q دو عدد اول فرد و متمایزند، عدد $(۲p)^{q-1} \times q^{p-1}$ چند مقسوم علیه طبیعی دارد؟

- $۲^۲ p$ (۱) $p^۲ q$ (۲) $۲^q \times pq$ (۳) pq (۴)

۳۱. حاصل ضرب دو عدد اول برابر است با ۴۵۴، مجموع ارقام عدد بزرگ‌تر چند است؟

- (۱) ۱۹ (۲) ۱۷ (۳) ۱۳ (۴) ۱۱

۳۲. k چه قدر باشد تا عدد $A = 3^n \times 64$ دارای ۶۳ مقسوم علیه باشد؟

- (۱) ۹ (۲) ۸ (۳) ۷ (۴) ۶

۳۳. در روش غربال عدد ۴۹۳ اولین مرتبه با مضرب کدام عدد خط می‌خورد؟

- (۱) ۱۱ (۲) ۱۷ (۳) ۱۳ (۴) ۷

۳۴. در غربال اراتستن برای یافتن اعداد اول تا ۱۳۹۰ به کار برده‌ایم آخرین عدد اولی که مضرب آن در این سری اعداد خط می‌خورد چیست؟

- (۱) ۱۰۸۹ (۲) ۱۳۶۹ (۳) ۱۷۵ (۴) ۱۱۵۶

۳۵. اگر a یکی از شمارنده‌های b باشد، حاصل عبارت $\frac{[b, (a, b)]}{(b, [a, b])}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{a}{b}$ (۲) $\frac{b}{a}$ (۳) ۱ (۴) a

۳۶. در مورد دو عدد ۱۱۰۱۱ و $(75^{24} + 76^{23} + 1^{23})$ کدام گزینه درست است؟

- (۱) هر دو اول‌اند. (۲) هر دو مرکب‌اند.
(۳) ۱۱۰۱۱ اول است. (۴) $75^{24} + 76^{23} + 1^{23}$ اول است.

۳۷. کدام جمله نادرست است؟

- (۱) هر عدد طبیعی حداقل یک مقسوم علیه اول دارد. (۲) تنها مقسوم علیه اول عدد ۱۷ خود ۱۷ است.
(۳) هر عدد مرکب را می‌توان به صورت حاصل ضرب اعداد اول (۴) عدد زوج اول هم داریم.
نوشت.

۳۸. اگر a یک عدد اول بزرگ‌تر از ۳ باشد، کدام مطلب زیر درست است؟

- (۱) تمام مقسوم‌علیه‌های عدد a زوج هستند. (۲) فقط یک عدد، مقسوم‌علیه عدد a است.
(۳) تمام مقسوم‌علیه‌های عدد a فرد هستند. (۴) عدد a مقسوم‌علیه ندارد.

۳۹. ب‌م‌م و کم‌م سه عدد ۹۰، ۴۲ و ۱۰۸ به ترتیب از راست به چپ کدامند؟

- (۱) ۳۸۷۰ و ۶ (۲) ۳۷۸۰ و ۶ (۳) ۳۸۷۰ و ۲ (۴) ۳۷۸۰ و ۲

۴۰. اگر $A = 6a \times b^3$ و $B = 2a^2bc$ باشد، ب‌م‌م آن برابر است با: (x, c, b, a) (اول)

- (۱) $24a^2bcx$ (۲) $12a^2b^3cx$ (۳) $2ab$ (۴) ab

۴۱. چند عدد دو رقمی وجود دارد که مضرب ۳ باشد ولی بر ۵ بخش پذیر نباشد؟

- (۱) ۲۴ (۲) ۲۶ (۳) ۲۵ (۴) ۲۷

۴۲. عدد $2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11$ چند مقسوم علیه دارد؟

- (۱) ۲۳۱۰ (۲) ۳۲ (۳) ۵ (۴) ۲۰۰۴

۴۳. تعداد کل مقسوم‌علیه‌های ۹۰۰ چند برابر تعداد مقسوم‌علیه‌های اول این عدد است؟

- (۱) ۹ برابر (۲) ۶ برابر (۳) ۲۷ برابر (۴) ۳ برابر

۴۴. در کدام گزینه، هر سه عدد داده شده فقط از هر دو شمارنده‌ی ۳ و ۵ ساخته شده است؟

- (۱) ۵۱، ۷۵، ۲۵ (۲) ۶۴، ۲۵، ۵
(۳) ۱۵، ۱۳۵، ۲۲۵ (۴) ۳۵، ۸۱، ۹

۴۵. چند عدد ۳ رقمی وجود دارد که بر ۱۹ بخش پذیر است؟

- ۴۵ (۱) ۴۶ (۲) ۴۷ (۳) ۴۸ (۴)

۴۶. تعداد مقسوم علیه‌های مرکب عدد ۲۷۰۰۰ کدام است؟

- ۵۴ (۱) ۶۰ (۲) ۶۴ (۳) ۵۰ (۴)

۴۷. کوچک‌ترین عدد مرکبی که بر چهار عدد اول بخش پذیر باشد، کدام است؟

- ۳۱۰ (۱) ۲۱۰ (۲) ۱۱۰ (۳) ۱۰ (۴)

۴۸. اگر a بر b بخش پذیر باشد. حاصل عبارت $\frac{a}{[a, b]}$ کدام است؟

- ۱ (۱) $\frac{1}{b}$ (۲) $\frac{1}{a}$ (۳) a (۴)

۴۹. اگر m و n دو عدد متباین باشند، حاصل عبارت $\frac{([m, n], (m, n))}{([m, m], (n, n))}$ کدام است؟

- $m \times n$ (۱) ۱ (۲) $\frac{m}{n}$ (۳) $\frac{n}{m}$ (۴)

۵۰. اگر $(A, B) = C$ و $[A, B] = D$ ، حاصل عبارت (AB, CD) کدام است؟

- $C + D$ (۱) $[C, D]$ (۲) AB (۳) CD (۴)

۱. گزینه ۲ همواره مجموع یک عدد فرد با یک عدد زوج، فرد می‌شود. و تنها عدد زوج اول ۲ است.

$$2^2 + x^2 = 365 \Rightarrow x^2 = 365 - 4 = 361 \rightarrow x = \underline{19}$$

حال اختلاف آن‌ها را حساب می‌کنیم:

$$19 - 2 = \underline{17}$$

۲. گزینه ۳

$$\underbrace{100 \times (3n^2)^5 \times (4m^3)^7}_{(5^2 \times 2^2) \times (3^5 \times n^{10}) \times (2^{14} \times m^{21})}$$

شمارنده‌های اول: $m, n, 3, 2, 5$

۳. گزینه ۳

$$\sqrt{1231} = 35,000 \Rightarrow \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31\} \quad \text{تا } 11$$

۴. گزینه ۴

تمام اعداد کوچک‌تر از ۵۰ بجز شمارنده‌های آن:

$$\{3, 7, 9, 11, 13, 17, 19, 21, 23, 27, 29, 31, 33, 37, 41, 43, 47, 49, 1\}$$

۵. گزینه ۴

$$\sqrt{2018} = 44,000 \Rightarrow 43$$

۶. گزینه ۴

طبق روش غربال ابتدا باید عدد ۱ خط بخورد سپس به عدد ۲ می‌رسیم که عددی اول است در نتیجه به جز خود عدد ۲ تمام مضارب آن باید خط بخورد بنابراین برای حذف مضارب ۲ به روش زیر عمل می‌کنیم:

$$\frac{1396}{2} = 698 - 1 = 697$$

اعداد زوجی که خط می‌خورد به جز عدد ۲

با در نظر گرفتن عدد ۱ که در ابتدا خط خورده بود ۶۹۸ عدد تاکنون خط خورده‌اند. حال در مرحله‌ی بعد به سراغ مضارب ۳ می‌رویم:

۶۹	۶۳	۵۷	۵۱	۴۵	۳۹	۳۳	۲۷	۲۱	۱۵	۹
۷۰۹	۷۰۸	۷۰۷	۷۰۶	۷۰۵	۷۰۴	۷۰۳	۷۰۲	۷۰۱	۷۰۰	۶۹۹

شماره :

۷. گزینه ۱

مقسوم‌علیه اول :

$$111213 \Rightarrow \text{فقط } 11$$

۸. گزینه ۳

$$3^{100} \text{ مقسوم‌علیه‌های } \{1, 3, 3^2, 3^3, 3^4, 3^5, \dots, 3^{99}, 3^{100}\}$$

$$1 \times 3 \times 3^2 \times 3^3 \times 3^4 \times 3^5 \times \dots \times 3^{100}$$

نکته:

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$= 3^1 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{100} = 3 \frac{100 \times 101}{2} = 35050$$

۹. گزینه ۲

$$\frac{a}{b} = \frac{20}{100} = \frac{1}{5}, (1, 5) = 1 \Rightarrow b - a = 5 - 1 = 4$$

۱۰. گزینه ۲ مضرب‌های ۱۱، ۵۰ تا ۱۶۰ عبارتند از ۵۵، ۷۷، ۸۸، ۹۹، ۱۱۰، ۱۲۱ و ...

چون قبل از عدد ۱۲۱ همه مضرب‌های ۱۱، مضرب‌های اعداد اول قبل از ۱۱ بوده‌اند، خط خورده‌اند. پس اولین مضرب ۱۱ که برای اولین بار خط می‌خورد، ۱۲۱ است.

۱۱. گزینه ۲ با دقت در گزینه‌های ۱، ۳ و ۴ می‌بینیم که پس از تجزیه، هر کدام به ۳ عدد اول متمایز بخش پذیر هستند، پس سه بار خط می‌خورند. داریم:

$$۱۲۰ = ۲ \times ۲ \times ۲ \times ۵ \times ۳$$

$$۱۵۰ = ۲ \times ۳ \times ۵ \times ۵$$

$$۱۰۵ = ۳ \times ۷ \times ۵$$

اما عدد ۲۱۰ بر چهار عدد اول ۲، ۳، ۵ و ۷ بخش پذیر است، پس در غربال ۴ بار خط می‌خورد.

۱۲. گزینه ۲ چون گزینه ۱ با مضارب ۱۱، گزینه ۳ با مضارب ۷ و گزینه ۴ با مضارب ۳ خط می‌خورند و گزینه ۲ با مضارب ۱۱ بعد از ۱۲۱ خط می‌خورد، پس گزینه ۲ درست است.

۱۳. گزینه ۴ راه حل اول:

به کمک راهبرد جدول حدس و آزمایش، داریم:

بررسی	حاصل ضرب	عدد سوم	عدد دوم	عدد اول
×	۳۰	۵	۳	۲
×	۱۰۵	۷	۵	۳
✓	۳۸۵	۱۱	۷	۵

چون مسأله مجموع دو عدد بزرگ‌تر را خواسته، داریم: $۷ + ۱۱ = ۱۸$
راه حل دوم:

می‌توانیم ۳۸۵ را تجزیه کنیم:

$$۳۸۵ = ۵ \times ۱۱ \times ۷$$

در این صورت می‌بینیم که ۳۸۵ از حاصل ضرب سه عدد اول تشکیل شده است که مجموع دو عدد بزرگ‌تر عبارت است از:

$$۷ + ۱۱ = ۱۸$$

۱۴. گزینه ۴ نکته: شمارنده عدد A پس از تجزیه به عامل‌های اول، باید شامل پایه‌هایی باشد که در A وجود دارد و توان آن پایه‌ها کوچک‌تر یا مساوی توان پایه‌های نظیرش در A باشد.
مطابق نکته، ابتدا A را تجزیه می‌کنیم:

$$A = ۲۰^۴ \times ۲۱^۳ \times ۵۵^۲ = (۲^۲ \times ۵)^۴ \times (۳ \times ۷)^۳ \times (۵ \times ۱۱)^۲ = ۲^۸ \times ۵^۶ \times ۳^۳ \times ۷^۳ \times ۱۱^۲$$

با توجه به گزینه‌ها و توان آن‌ها، تنها گزینه ۴ می‌تواند شمارنده عدد A باشد.

۱۵. گزینه ۴

$$[a, b] = \frac{a \times b}{(a, b)}$$

$$\left. \begin{array}{l} ۴a = \underline{۲} \times \underline{۲} \times \underline{a} \\ ۱۸a = \underline{۲} \times \underline{۳}^۲ \times \underline{a} \end{array} \right\} \Rightarrow (۴a, ۱۸a) = ۲a \Rightarrow \frac{\cancel{۴}a \times ۱۸a}{\cancel{۲}a} = ۷۲ \Rightarrow ۳۶a = ۷۲ \Rightarrow a = ۲$$

پس گزینه ۴ درست است.

۱۶. گزینه ۳ می‌دانیم: $۳۳ = ۳ \times ۱۱$ ، پس:

با بررسی سؤال مشاهده می‌کنیم که عدد داخل مربع نباید مضربی از ۳ و ۱۱ باشد که در گزینه‌های ۱، ۲ و ۴ مضرب‌های ۳ و ۱۱ به کار نرفته است و فقط در گزینه ۳ مضرب ۱۱ استفاده شده است.

$$۴ \times ۱۲۱ = ۴ \times ۱۱^۲$$

پس گزینه ۳ درست است.

۱۷. گزینه ۱ در روش غربال، اولین مضربی که از یک عدد اول خط می‌خورد مربع آن عدد است. (مضارب قبلی قبلاً خط خورده‌اند.) عدد ۲۴۷ نوزدهمین مضرب ۱۱ است. از بین مضارب بعدی عدد ۱۳، اعداد ۲۶۰، ۲۷۳ و ۲۸۶ قبلاً خط خورده‌اند، چون مضرب ۲ یا ۳ هستند. پس از آن‌ها اولین عددی که خط می‌خورد مربع عدد ۱۷ یعنی ۲۸۹ است.

۱۸. گزینه ۳ عدد ۱ را خط می‌زنیم \leftarrow بنابراین یک عدد خط می‌خورد.

مضارب عدد ۲ را به جز خودش خط می‌زنیم \leftarrow بنابراین ۹۹ عدد خط می‌خورد.

از مضارب عدد ۳، زوج‌ها قبلاً خط خورده‌اند و فقط اعداد فرد مضرب ۳ را به‌جز خودش خط می‌زنیم که برای یافتن صد و دهمین عددی که خط می‌خورد، ۱۰ تا از این مضارب را باید بشماریم، یعنی ۹، ۱۵، ۲۱، ۲۷، ۳۳، ۳۹، ۴۵، ۵۱، ۵۷، ۶۳ بنابراین صد و دهمین عددی که خط می‌خورد، عدد ۶۳ می‌باشد.

۱۹. گزینه ۱

$$(a, b) = 6 = 2 \times 3, b > a \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \Rightarrow a \times b = a, b = 2^3 \times 3^3 = \begin{cases} 8 \times 27 \\ 36 \times 6 \\ 12 \times 18 \end{cases} \rightarrow a + b = 30$$

که طبق فرض سؤال درست است. حال $2a + b$ را حساب می‌کنیم:

$$2a + b = 2 \times 12 + 18 = 24 + 18 = 42$$

۲۰. گزینه ۲

$$\frac{(x, x \times x \times y) \div [x \times yx \times y \times x, x \times y \times y, x \times y]}{(x \times x \times x \times y \times y \times y, y \times y \times x \times x)}$$

$$= \frac{x \div x \times x \times x \times y \times y}{x \times x \times y \times y} = \frac{\cancel{x} xxyy}{xxyy} = \frac{1}{xxyy} = \frac{1}{xxxyyyy} = \frac{1}{x^4 y^4}$$

۲۱. گزینه ۱ باید به طور مساوی ضریب‌ها را بین A و B قسمت کنیم، تا حداکثر مقسوم علیه مشترک را دو عدد داشته باشند:

۶۴۸	۲	$\left. \begin{array}{l} 648 = 2^3 \times 3^4 \\ A = 2^2 \times 3^2 \\ B = 2 \times 3^2 \end{array} \right\} \Rightarrow (A, B) = 2 \times 3^2 = 18$
۳۲۴	۲	
۱۶۲	۲	
۸۱	۳	
۳۷	۳	
۹	۳	
۳	۳	
۱		

۲۲. گزینه ۴ a و b دو عدد متوالی‌اند، بنابراین:

$$(a, b) = 1$$

$$\frac{[a, [a, b]]}{(b, (a, b))} = \frac{[a, ab]}{(b, 1)} = \frac{ab}{1} = ab$$

۲۳. گزینه ۲ نکته: اگر n عددی زوج باشد آنگاه $a^n - b^n$ هم بر $(a - b)$ و هم بر $(a + b)$ بخش پذیر است. اما اگر n عددی فرد باشد آنگاه فقط بر $a - b$ بخش پذیر است.

توان ۷ عددی فرد است پس فقط بر $2 = 5 - 3$ بخش پذیر است.

۲۴. گزینه ۱ تعداد شمارنده‌های مشترک این سه عدد = تعداد شمارنده‌ی ب.م.م آن‌ها

$$200 = 2^3 \times 5^2 \quad 540 = 2^2 \times 3^3 \times 5 \quad 360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$$

$$(200, 540, 360) = 2^2 \times 5^1 \Rightarrow (2 + 1) \times (1 + 1) = 6$$

۲۵. گزینه ۲

مقلوب عدد ۹۸۷ برابر است با ۷۸۹

$$987 - 789 = 198$$

- بخش پذیر بر ۳ → ۱۹۸
 بخش پذیر بر ۹ → ۱۹۸
 بخش پذیر بر ۱۱ → ۱۹۸

۲۶. گزینه ۱ این دو عدد دارای هیچ عامل مشترکی نیستند. پس ب م آن ها ۱ است.

$$\left. \begin{array}{l} B = 2^{n-1} \\ A = 3^{n+1} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{ب م} = 1$$

۲۷. گزینه ۴ فقط ۶۴ دارای ۷ مقسوم علیه است.

$$A = \{1, 2, 4, 8, 16, 32, 64\}$$

۲۸. گزینه ۲

۱) ۲, ۳, ۵, ۷ (۲) ✓ ۳) ۹, ۴, ۶, ۸ ۴) صفر عدد طبیعی نیست.
 عدد یک استثناء است.

۲۹. گزینه ۳ چون هر عدد اولی بر ۱ و خودش بخش پذیر است.

۳۰. گزینه ۱

$$A = 2^{q-1} \times p^{q-1} \times q^{p-1} \Rightarrow$$

$$(q-1+1)(q-1+1)(p-1+1) = (q)(q)(p) = q^2 p$$

۳۱. گزینه ۴

$$۴۵۴ = ۲۲۷ \times ۲ \rightarrow \text{زوج اول} \times (۲) = \text{زوج}$$

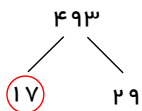
$$۲ + ۲ + ۷ = ۱۱$$

۳۲. گزینه ۲

$$A = 3^n \times 2^6 \quad \text{تعداد شمارنده} = (n+1)(6+1) = ۶۳$$

$$(n+1)(۷) = ۶۳ \xrightarrow[\text{بر } ۷]{\text{تقسیم بر طرفین}} x+1 = 9 \rightarrow n = ۸$$

۳۳. گزینه ۲



۳۴. گزینه ۲ اعداد اول تا ۳۷ چک می شود.

$$\sqrt{۱۳۹۰} = ۳۷۱۲۸$$

$$۳۷ \times ۳۷ = ۱۳۶۹$$

۳۵. گزینه ۳ بر a بخش پذیر است، بنابراین:

$$\frac{[b, (a, b)]}{(b, [a, b])} = \frac{[b, a]}{(b, b)} = \frac{b}{b} = 1$$

۳۶. گزینه ۲ عدد ۱۱۰۱۱ بر ۱۱ بخش پذیر است.

و عدد $۱^{۲۳} + ۷۶^{۲۳} + ۷۵^{۲۴}$ دارای یکان $(۲ = ۱ + ۶ + ۵)$ می باشد، پس زوج است و بر ۲ بخش پذیر است.

۳۷. گزینه ۱ عدد ۱ نه مرکب است و نه اول و تنها مقسوم علیه آن ۱ است.

۳۸. گزینه ۳

تنها عدد اولی که مقسوم علیه زوج دارد ۲ می باشد.

۳۹. گزینه ۲

$$۹۵ = ۲ \times ۳^۲ \times ۵, \quad ۴۲ = ۲ \times ۳ \times ۷, \quad ۱۰۸ = ۲^۲ \times ۳^۳$$

بنابراین ب م م آن‌ها برابر $6 = 3 \times 2$ و کم م $7 \times 5 \times 3^3 \times 2^2$ است.
 ۴۰. گزینه ۳

$$B = 2 \times a^2 \times b \times c \quad A = 2 \times 3 \times a \times x \times b^3$$

$$m \ m \ m = 2ab$$

۴۱. گزینه ۱ اگر از مضارب ۳ تعداد مضارب ۱۵ را کم کنیم حاصل تعداد اعدادی می‌شوند که بر ۳ بخش پذیرند ولی بر ۵ بخش پذیر نیستند.

$$\left. \begin{array}{l} \frac{100}{3} = 33 \Rightarrow 3 \text{ مضارب هم دو رقمی هم یک رقمی عدد} \\ \frac{10}{3} \simeq 3 \Rightarrow 3 \text{ مضارب یک رقمی عدد} \end{array} \right\} \text{مضارب ۲ رقمی } 30 = 3 \text{ تا}$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{100}{15} \simeq 6 \Rightarrow 15 \Rightarrow \text{مضارب یک رقمی و دو رقمی عدد} \\ \frac{10}{15} \simeq 0 \Rightarrow 15 \Rightarrow \text{مضارب یک رقمی عدد} \end{array} \right\} \text{مضارب ۲ رقمی عدد } 15 = 6 \text{ تا}$$

$$30 - 6 = 24$$

\Rightarrow اعداد دو رقمی که مضرب ۳ هستند
 ولی ۵ نه!

۴۲. گزینه ۲

$$2^1 \times 3^1 \times 5^1 \times 7^1 \times 11^1 \Rightarrow 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$$

۴۳. گزینه ۱

$$900 = 5^2 \times 2^2 \times 3^2$$

$$\frac{(2+1)(2+1)(2+1)}{3} = \frac{3 \times 3 \times 3}{3} = 9$$

۴۴. گزینه ۳ در گزینه ۱، ۲۵ تنها دارای شمارنده‌ی اول ۵، ۵۱ دارای شمارنده‌های اول ۳ و ۱۷ و ۷۵ دارای شمارنده‌های اول ۳ و ۵ است. \times

در گزینه ۲، ۲۵ تنها دارای شمارنده‌ی اول ۵، ۵۱ دارای شمارنده‌های اول ۳ و ۱۷ و ۶۴ دارای شمارنده‌ی اول ۸ است. \times
 در گزینه ۴، ۹ دارای شمارنده‌ی اول ۳، ۸۱ دارای شمارنده‌ی اول ۳ و ۳۵ دارای شمارنده‌های اول ۵ و ۷ است. \times
 اما در گزینه ۳، هر سه عدد فقط دارای هر دو شمارنده‌ی اول ۳ و ۵ هستند. \checkmark
 پس گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

۴۵. گزینه ۳ تعداد اعداد کوچک‌تر از ۱۰۰۰ که بر ۱۹ بخش پذیرند برابر است با خارج قسمت ۱۰۰۰ بر ۱۹

$$1000 = 19 \times 52 + 2 \Rightarrow 52 \text{ عدد کوچک‌تر از } 1000 \text{ و بخش پذیر بر } 19$$

تعداد اعداد کوچک‌تر از ۱۰۰ که بر ۱۹ بخش پذیرند برابر است.

$$100 = 19 \times 5 + 5 \Rightarrow 5 \text{ عدد کوچک‌تر از } 100 \text{ که بر } 19 \text{ بخش پذیر است.}$$

چون اعداد سه رقمی مد نظر است پس باید بین ۱۰۰ و ۱۰۰۰ باشند.

$$52 - 5 = 47$$

۴۶. گزینه ۲

$$27000 = 2^3 \times 5^3 \times 3^3 \quad \text{تعداد کل مقسوم‌علیه} = (3+1)(3+1)(3+1) = 64$$

۱ + تعداد عوامل اول + تعداد عوامل مرکب = تعداد کل مقسوم‌علیه

$$\rightarrow 64 = x + 3 + 1 \rightarrow x = 64 - 4 = 60$$

تعداد کل مقسوم علیه = ۲, ۵, ۳

گزینه ۲

$$2 \times 5 \times 3 \times 7 = 210$$

گزینه ۱

$$\frac{a}{b} = k \rightarrow \begin{cases} a = bk \\ [a, b] = bk \end{cases} \Rightarrow \frac{bk}{bk} = 1$$

$$\frac{a}{[a, b]} = \frac{a}{a} = 1$$

گزینه ۲

$$(m, n) = 1 \Rightarrow \frac{([m, n], (m, n))}{([m, m], (n, n))} = \frac{(mn, 1)}{(m, n)} = \frac{1}{1} = 1$$

گزینه ۳

$$\text{روش سوم: } A \times B = A, B = CD \rightarrow (AB, CD) = (AB, AB) = AB$$

روش اول: این سؤال را با مثال حل می‌کنیم. فرض می‌کنیم: $(A, B) = C$ $[A, B] = D$

$$A = 4, B = 6$$

$$\left. \begin{array}{l} (4, 6) = 2 \\ [4, 6] = 12 \end{array} \right\} \Rightarrow (24, 24) = 24$$

روش دوم: حتماً CD بر AB بخش پذیر است، بنابراین ب‌م‌م آن عدد کوچک‌تر یعنی AB است.