



هم کلاسی  
[Hamkelasi.ir](http://Hamkelasi.ir)

به کسی که تابع پیوسته مجتهد صعدوی و از بالایی کران است.

۱۲۶- حاصل عبارت  $2(\sqrt[3]{9}-1)^{-1} - \frac{\sqrt{8}+\sqrt{27}}{5-\sqrt{6}}$  کدام است؟

(۱)  $1+\sqrt{3}$  (۲)  $-1+\sqrt{2}$  (۳)  $1-\sqrt{2}$  (۴)  $\sqrt{2}-2\sqrt{3}$

۱۲۶- گزینه «۲» ابتدا عبارت داده شده را تا حد امکان ساده می کنیم و سپس با گویا کردن مخرج کسرها، شروع به ساده کردن می کنیم:

$$\begin{cases} \frac{\sqrt{8}+\sqrt{9}}{5-\sqrt{6}} = \frac{2\sqrt{2}+3\sqrt{3}}{5-\sqrt{6}} \times \frac{5+\sqrt{6}}{5+\sqrt{6}} = \frac{19(\sqrt{2}+\sqrt{3})}{25-6} = \sqrt{2}+\sqrt{3} \\ 2(\sqrt[3]{9}-1)^{-1} = 2(\sqrt{3}-1)^{-1} = \frac{2}{\sqrt{3}-1} \times \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}+1} = \sqrt{3}+1 \end{cases} \Rightarrow \sqrt{2}-1$$

۱۲۷- اعداد طبیعی متوالی را به طریقی دسته بندی می کنیم، که آخرین عدد هر گروه مربع کامل باشد، یعنی ...، {۲، ۳، ۴}، {۱} در دسته نهم، واسطه حسابی بین دو عدد اول و آخر آن، کدام است؟

(۱) ۷۱ (۲) ۷۲ (۳) ۷۳ (۴) ۷۴

۱۲۷- گزینه «۳» آخرین عدد هر گروه به صورت  $9^2, 8^2, \dots, 2^2, 1^2$  می باشد، پس آخرین عدد گروه، ششم به صورت  $8^2$  است و اولین عدد گروه نهم

به صورت  $8^2 + 1$  است، پس واسطه حسابی دو عدد  $1 + 8^2$  و  $9^2$  عبارتست از:

$$\frac{8^2+1+9^2}{2} = 73$$

۱۲۸- فرض کنید چند جمله ای  $p(x)$  بر  $x^2 - 1$  بخش پذیر باشد. اگر  $Q(x) = p(x-1) + p(1-x)$ ، آنگاه حاصل تقسیم  $Q(x)$  بر  $x-2$  کدام است؟

(۱) -۱ (۲) صفر (۳) ۱ (۴) ۲

۱۲۸- گزینه «۲» چند جمله ای  $p(x)$  بر  $x^2 - 1$  بخش پذیر است یعنی:  $p(1) = p(-1) = 0$

$$q(x) = p(x-1) + p(1-x) \Rightarrow q(2) = p(1) + p(-1) = 0$$

۱۲۹- معادله درجه دوم  $3x^2 + (2m-1)x + 2 - m = 0$  دارای دو ریشه حقیقی است. اگر مجموع ریشه‌ها با معکوس حاصل ضرب آن دو ریشه برابر باشد، مقدار  $m$  کدام است؟

(۱)  $\frac{7}{2}$  (۲)  $3$  (۳)  $-1$  (۴)  $-\frac{5}{2}$

۱۲۹- گزینه «۱» برای آنکه معادله درجه دوم دارای دو ریشه حقیقی باشد، باید مبین (دلتا) بزرگ تر از صفر باشد:  $S = \alpha + \beta$  ,  $P = \alpha \times \beta$

$$S = \frac{1}{P} \Rightarrow \alpha + \beta = \frac{1}{\alpha\beta} \Rightarrow SP = 1$$

$$\frac{1-2m}{3} \times \frac{2-m}{3} = 1 \Rightarrow 2m^2 - 5m - 7 = 0 \xrightarrow{a+c=b} m = -1 \times \Delta < .$$

۱۳۰- مجموعه جواب نامعادله  $1 < \frac{x+1}{2x-1} < 3$ ، کدام است؟

(۱)  $(\frac{1}{5}, \frac{1}{2})$  (۲)  $(\frac{5}{8}, \frac{1}{2})$  (۳)  $(1, 2)$  (۴)  $(\frac{5}{8}, 2)$

۱۳۰- گزینه «۴» برای پیدا کردن مجموعه جواب نامعادله مضاعف می توان از روش های مختلفی استفاده نمود که یکی از آنها اشاره می شود:

$$1 < \frac{x+1}{2x-1} < 3 \xrightarrow{\times 2} 2 < \frac{x+1}{x-\frac{1}{2}} < 6 \xrightarrow{\times 2} 4 < \frac{x+1}{x-\frac{1}{2}} < 12 \xrightarrow{\times 2} 8 < 2x-1 < 24 \xrightarrow{\times 2} 16 < 4x-2 < 48 \xrightarrow{\times 2} 32 < 8x-4 < 96 \xrightarrow{\times 2} 64 < 16x-8 < 192 \xrightarrow{\times 2} 128 < 32x-16 < 384$$

$$\frac{8}{5} < x < 2 \Rightarrow \left(\frac{8}{5}, 2\right) = (1.6, 2)$$

۱۳۱- فرض کنید نقاط  $(-2, 5)$ ،  $(0, 5)$  و  $(1, 11)$  بر سهمی  $y = ax^2 + bx + c$  واقع باشند. این سهمی، از کدام یک از نقاط زیر می گذرد؟

(۱)  $(-1, 3)$  (۲)  $(-1, 4)$  (۳)  $(2, 9)$  (۴)  $(2, 15)$

۱۳۱- گزینه «۱» نقاط داده شده در سهمی  $y = ax^2 + bx + c$  صدق می کنند، پس سهمی  $y = ax^2 + bx + c - 5$  از نقاط

$$y = a(x - 0)(x + 2) = a(x^2 + 2x) \xrightarrow{(1,7)} a = 2, y = 2x^2 + 4x + 5 \text{ می گذرد: } (0,0) \text{ و } (-2,0) \text{ و } (1,7)$$

۱۳۲- نمودار تابع با ضابطه  $f(x) = \sqrt{x}$  را در امتداد محور  $x$  ها،  $12$  واحد در جهت مثبت و سپس در امتداد محور  $y$  ها،  $2$  واحد در جهت مثبت، انتقال می دهیم. فاصله نقطه برخورد منحنی حاصل با نمودار تابع  $f$ ، از مبدأ مختصات، کدام است؟

(۱)  $4\sqrt{15}$  (۲)  $6\sqrt{7}$  (۳)  $4\sqrt{17}$  (۴)  $6\sqrt{10}$

۱۳۲- گزینه «۳» با انتقال تابع روی محور طول ها، در امتداد محور عرض با تابع انتقال یافته را می نویسیم:  $g(x) = 2 + f(x - 12)$

$$f(x) = g(x) \Rightarrow \sqrt{x} = 2 + \sqrt{x-12} \Rightarrow x = 16, A(16, 4) \Rightarrow OA = \sqrt{16^2 + 4^2} = 4\sqrt{17}$$

۱۳۳- در بازه  $(a, b)$ ، نمودار تابع با ضابطه  $y = |2x^2 - 4|$  در زیر خط  $y = 2x$  واقع است. بیشترین مقدار  $b - a$ ، کدام است؟

- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)

۱۳۳-گزینۀ «۱» برای آنکه تابع در زیر خط قرار گیرد، باید نامعادله را نوشته و حل نماییم:

$$f(x) < g(x) \Rightarrow |2x^2 - 4| < 2x \Rightarrow 1 < x < 2 \Rightarrow \text{Max}(b - a) = 2 - 1 = 1$$

۱۳۴- اگر  $f(x) = 2x - [2x]$  و  $g(x) = -x^2 + 4x$  باشند، بُرد تابع  $g \circ f$ ، کدام است؟

- ۱ (۱)  $[0, 2]$       ۲ (۲)  $[0, 3]$       ۳ (۳)  $[0, 4]$       ۴ (۴)  $[1, 4]$

۱۳۴-گزینۀ «۲» می‌دانیم  $0 \leq u - [u] < 1$  پس  $0 \leq f(x) < 1 \Rightarrow 0 \leq 2x - [2x] < 1$

$$(g \circ f)(x) = g[f(x)] = g(t) = -t^2 + 4t, \quad 0 \leq t < 1 \Rightarrow 0 \leq g(x) < 3: R_{g \circ f} = [0, 3)$$

۱۳۵- اگر  $g(x)$  وارون تابع  $f(x) = x + \sqrt{x}$  باشد، مقدار  $g(6) + g(12)$ ، کدام است؟

- ۱ (۱) ۱۰      ۲ (۲) ۱۱      ۳ (۳) ۱۳      ۴ (۴) ۱۴

۱۳۵-گزینۀ «۳» با توجه به مفهوم تابع مرکب  $g(x) = f^{-1}(x)$  داریم:  $f^{-1}(b) = a \Rightarrow f(a) = b$

$$\begin{cases} g(6) = f^{-1}(6) = a \Rightarrow a + \sqrt{a} = 6 \Rightarrow a = 4 \\ g(12) = f^{-1}(12) = b \Rightarrow b + \sqrt{b} = 12 \Rightarrow b = 9 \end{cases} \Rightarrow a + b = 4 + 9 = 13$$

۱۳۶- تابع  $f$  با ضابطه  $f(x) = x - \frac{2}{x}$  در دامنه  $D_f = (-\infty, 0)$  را در نظر بگیرید. نمودار تابع  $f^{-1}$  نیمساز ناحیۀ چهارم را با کدام طول، قطع می‌کند؟

- ۱ (۱)  $\frac{3}{4}$       ۲ (۲) ۱      ۳ (۳)  $\frac{3}{2}$       ۴ (۴) ۲

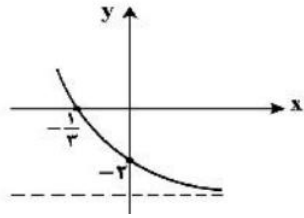
۱۳۶-گزینۀ «۲» می‌دانیم نمودار تابع  $f^{-1}$  نیمساز ناحیۀ چهارم را در نقطه  $(a, -a)$  قطع می‌کند ( $a > 0$ )

$$f^{-1} = -a \Rightarrow f(-a) = a \Rightarrow -a - \frac{2}{-a} = a \Rightarrow a^2 = 1 \xrightarrow{a > 0} a = 1$$

۱۳۷- اگر  $\log_3 3 = 0.8$  باشد، مقدار  $\log_{12} 6$ ، کدام است؟

- ۱ (۱)  $\frac{13}{18}$       ۲ (۲)  $\frac{8}{11}$       ۳ (۳)  $\frac{3}{4}$       ۴ (۴)  $\frac{7}{9}$

۱۳۷-گزینۀ «۱» با استفاده از خاصیت های لگاریتم شروع به ساده کردن می‌کنیم:  $\log_{b^n} a = \frac{1}{n} \log_b a$ ،  $\log_a a = 1$  و  $\log_b a = \frac{\log_c a}{\log_c b}$



۱۳۸- شکل زیر، نمودار تابع با ضابطه  $f(x) = -4 + 2^{ax+b}$  است.  $f(-\frac{5}{3})$  کدام است؟

- (۱) ۵۴  
(۲) ۶۰  
(۳) ۴۸  
(۴) ۲۸

۱۳۸-گزینہ «۲» با استفاده از شکل داده شده، محضات تقاطع بر محورهای مختصات را در تابع قرار می‌دهیم:  $f(\frac{-1}{3}) = 0, f(0) = -2$

$$\begin{cases} f(0) = -4 + 2^b = -2 \\ f(\frac{-1}{3}) = -4 + 2^{\frac{a}{3}+1} = 0 \end{cases} \Rightarrow b = 1, a = -3 \xrightarrow{f(x) = -4 + 2^{-3x+1}} f(\frac{-5}{3}) = -4 + 2^6 = 60$$

۱۳۹- فرض کنید در دامنه  $[0, +\infty)$  تابع با ضابطه  $f(x) = \frac{2^x + (\frac{1}{2})^x}{2}$  مفروض باشد.  $f^{-1}(2)$  کدام است؟

(۱)  $\log_2(2 - \sqrt{3})$  (۲)  $\log_2(\sqrt{3} - 1)$  (۳)  $\log_2(1 + \sqrt{3})$  (۴)  $\log_2(2 + \sqrt{3})$

۱۳۹-گزینہ «۴» با استفاده از تعریف وارون تابع جواب به سادگی پیدا می‌شود:  $f^{-1}(2) = a \Rightarrow f(a) = 2$

$$f(a) = 2 \Rightarrow \frac{2^a + (\frac{1}{2})^a}{2} = 2 \Rightarrow 2^a + \frac{1}{2^a} = 4 \xrightarrow{2^a > 0} \begin{cases} 2^a = 2 + \sqrt{3} \\ 2^a = 2 - \sqrt{3} \times \end{cases}$$

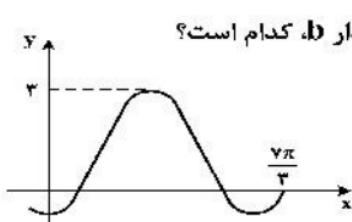
۱۴۰- حاصل عبارت  $\tan(300^\circ)\cos(210^\circ) + \tan(480^\circ)\sin(840^\circ)$  کدام است؟ (اعداد داده شده بر حسب درجه هستند.)

(۱)  $-\frac{1}{2}$  (۲) صفر (۳) ۱ (۴) ۲

۱۴۰-گزینہ «۲» با توجه به دایره مثلثاتی شروع به ساده کردن زوایای کنیم:

$$\tan(360^\circ - 60^\circ)\cos(180^\circ + 30^\circ) + \tan(360^\circ + 180^\circ - 60^\circ)\sin(360^\circ + 360^\circ + 180^\circ - 60^\circ)$$

$$\tan(-60^\circ)(-\cos 30^\circ) + \tan(-60^\circ)\sin(60^\circ) = -\sqrt{3} \times -\frac{\sqrt{3}}{2} - \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 0$$



۱۴۱- شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع با ضابطه  $y = a + b\sin(\frac{\pi}{3} + x)$  است. مقدار  $b$  کدام است؟

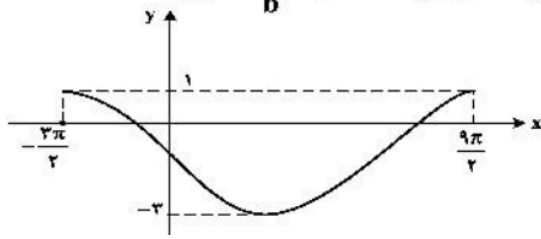
- (۱) ۲  
(۲) ۱  
(۳) -۱  
(۴) -۲

۱۴۱-گزینہ «۳» ابتدا نسبت مثلثاتی را ساده می‌کنیم  $y = a + b\cos x$ ، نمودار علامت ضرب نسبت مثلثاتی حتما منفی است:  $b < 0$

$$\text{Max}(f) = |b| + a = 3 \Rightarrow a - b = 3$$

$$f\left(\frac{\sqrt{\pi}}{3}\right) = 0 \Rightarrow a + b \cos \frac{\sqrt{\pi}}{3} = 0 \Rightarrow a + \frac{b}{2} = 0 \xrightarrow{a=1} b = -2$$

۱۴۲- شکل زیر، نمودار تابع  $y = a \sin(bx) + c$  را در یک بازه تناوب، نشان می‌دهد. نسبت  $\frac{a}{b}$ ، کدام است؟



- (۱) -۲
- (۲) -۳
- (۳) -۴
- (۴) -۶

۱۴۳- گزینه «۴» با توجه به نمودار داده شده، می‌نیم تابع در سمت راست محور عرض با قرار دارد. پس  $a$  و  $b$  هم علامت نیستند:  $ab < 0$

$$T = \frac{2\pi}{|b|} = \frac{9\pi}{2} - \left(-\frac{3\pi}{2}\right) \Rightarrow T = \frac{2\pi}{|b|} = \pi \Rightarrow b = \frac{1}{3}$$

$$\begin{cases} a + c = -3 \\ -a + c = 1 \end{cases} \Rightarrow a = -2 \Rightarrow \frac{a}{b} = -6$$

۱۴۴- جواب‌های معادله مثلثاتی  $\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$  با شرط  $x \neq k\pi$ ، که در آن  $k$  یک عدد صحیح است، کدام

است؟

$$\frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{6} \quad (۴)$$

$$\frac{2k\pi}{3} - \frac{\pi}{6} \quad (۳)$$

$$\frac{2k\pi}{3} \quad (۲)$$

$$\frac{k\pi}{3} \quad (۱)$$

۱۴۳- گزینه «۴» برای حل معادلات مثلثاتی، ابتدا باید نسبت‌های مثلثاتی طرفین را یکی نمود تا بتوان به کمک فرمول جواب‌های کلی دریافت:

$$\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right)$$

$$\begin{cases} 2x - \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \frac{\pi}{4} - x & \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{6} \\ 2x - \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \pi - \left(\frac{\pi}{4} - x\right) & \Rightarrow x = 2k\pi + \pi \quad \times \end{cases}$$

۱۴۴- حاصل  $\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{[x] + 3}{x + 2}$ ، کدام است؟

$$1 \quad (۴)$$

$$\text{صفر} \quad (۳)$$

$$-1 \quad (۲)$$

$$-\infty \quad (۱)$$

۱۴۴- گزینه «۳» حد تابع را در همسایگی چپ نقطه  $x = -2$  بررسی می‌کنیم، ضمناً "باید توجه داشت:  $\frac{\text{صفر مطلق}}{\text{صفر حدی}} = 0$ "

$$\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{[x] + 3}{x + 2} = \frac{-3 + 3}{x + 2} = \frac{\text{صفر مطلق}}{x + 2} = \frac{\text{صفر مطلق}}{\text{صفر حدی}} = 0$$

۱۴۵- تابع با ضابطه  $f(x) = \frac{ax - \sqrt{x^2 - 1}}{4x^n - 12}$  را در نظر بگیرید. اگر  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \frac{1}{6}$  باشد، آنگاه  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$  کدام است؟

(۱)  $\frac{1}{24}$  (۲)  $\frac{1}{18}$  (۳)  $\frac{1}{12}$  (۴)  $\frac{5}{36}$

۱۴۵- گزینه «۱» در موقع محاسبه حد در بی نهایت، حدی که بتوان مورد استفاده قرار گرفته، ضمناً "حدود کسری زمانی برابر عدد مخالف صفر است که در صورت و منخرج برابر باشد:

$$n = 1 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax}{4x} = \frac{1}{6} \Rightarrow a = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\frac{2}{3}x - \sqrt{x^2 - 1}}{4x - 12} \stackrel{HOP}{=} \frac{1}{24}$$

۱۴۶- تابع با ضابطه  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{\Delta - 2x} & ; x \leq -2 \\ -\frac{1}{2}x^2 + bx + c & ; x > -2 \end{cases}$  در  $x = -2$ ، مشتق پذیر است. مقدار  $c$  کدام است؟

(۱)  $-\frac{2}{3}$  (۲)  $-\frac{1}{3}$  (۳)  $\frac{1}{3}$  (۴)  $\frac{2}{3}$

۱۴۶- گزینه «۳» برای آنکه یک تابع در یک نقطه مشتق پذیر باشد، ابتدا باید در نقطه فوق پیوسته باشد پس مشتق چپ و مشتق راست در نقطه فوق برابر باشند:

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) \Rightarrow -2 - 2b + c = 2 \Rightarrow -2b + c = 4 \\ f'_+(-2) = f'_-(-2) \Rightarrow -(-2) + b = \frac{-2}{2\sqrt{5 - (-2)}} \Rightarrow b = \frac{-7}{3}, c = \frac{1}{3} \end{cases}$$

۱۴۷- مشتق تابع با ضابطه  $f(x) = \left( \frac{\sqrt{x^2 + 2x}}{x^2 - x} \right)^3$  در نقطه  $x = 2$ ، کدام است؟

(۱)  $-\frac{3}{4}$  (۲)  $-\frac{5}{4}$  (۳)  $-\frac{5}{2}$  (۴)  $-\frac{15}{4}$

۱۴۷- گزینه «۴» از فرمول های مشتق، مشتق تابع را در نقطه  $x = 2$  محاسبه می کنیم:  $(\sqrt{u})' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$ ,  $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - v'u}{v^2}$ ,  $(u^n)' = nu^{n-1}u'$

$$f'(2) = \frac{6(8) - 3(3)(4)(8)}{2^6} = \frac{-30}{8} = \frac{-15}{4}$$

۱۴۸- فاصله نقطه ماکسیمم نسبی تابع با ضابطه  $f(x) = x + \sqrt{2x - x^2}$ ، از نیمساز ناحیه اول کدام است؟

(۱)  $\sqrt{2}$  (۲)  $2\sqrt{2}$  (۳)  $2$  (۴)  $2\sqrt{2}$

۱۴۸- گزینه «۱» به کمک مشتق و بررسی با صفر نقطه ماکسیمم نسبی را محاسبه نموده و فاصله نقطه را از خط نیمساز ناحیه اول  $x - y = 0 \Rightarrow x = y$  محاسبه می کنیم:

$$f'(x) = 0 \Rightarrow x^2 - 2x + 2 = 0 \Rightarrow x = 2 + \sqrt{2}, \text{Max}(2 + \sqrt{2}, 2 + 2\sqrt{2})$$

$$d = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|f(x) - x|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{|2 + 2\sqrt{2} - (2 + \sqrt{2})|}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 1$$

۱۴۹- از بین مثلث‌های قائم‌الزاویه با اندازه وتر ۱۰ واحد، دو ضلع قائم با کدام نسبت انتخاب شود تا حجم حاصل از دوران این مثلث حول ضلع قائم، بیشترین باشد؟

$\frac{\sqrt{2}}{1}$  (۴)       $\frac{3}{2}$  (۳)       $\frac{\sqrt{3}}{1}$  (۲)       $\frac{2}{1}$  (۱)

۱۴۹- گزینه «۴» یکی از کاربردهای مشتق پیدا کردن ماکسیمومی نیم است. اگر مثلث قائم‌الزاویه را حول یکی از اضلاع قائم دوران دهیم مخروط به دست می‌آید:

$$V = \frac{1}{3} \pi b^2 c \xrightarrow{b^2 + c^2 = 10^2 \rightarrow b^2 = 100 - c^2} V = \frac{1}{3} \pi (100 - c^2) c = \frac{1}{3} (100c - c^3)$$

$$V' = \frac{1}{3} (100 - 3c^2) = 0 \Rightarrow c = \frac{10}{\sqrt{3}}, b = \frac{10\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{b}{c} = \frac{\sqrt{2}}{1}$$

۱۵۰- به چند طریق می‌توان ۵ نفر از ۹ دوست صمیمی خود را به مهمانی دعوت کرد، به طوری که دو نفر آنان، نخواهند با هم در مهمانی شرکت کنند؟

$95$  (۴)       $91$  (۳)       $87$  (۲)       $84$  (۱)

۱۵۰- گزینه «۳» برای آنکه دو نفر نخواهند با هم در مهمانی شرکت کنند لازم است یکی از دو نفر یا هیچکدام از دو نفر در مهمانی شرکت نداشته باشند:

$$\binom{7}{1} \binom{6}{4} + \binom{6}{5} = 2 \times \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4}{4 \times 3 \times 2 \times 1} + \frac{7 \times 6}{2} = 70 + 21 = 91$$

۱۵۱- پنج کتاب فارسی و ۳ کتاب زبان انگلیسی، به تصادف در یک قفسه کنار هم چیده شده‌اند. با کدام احتمال کتاب‌های هم زبان، کنار هم قرار می‌گیرند؟

$\frac{1}{56}$  (۴)       $\frac{1}{28}$  (۳)       $\frac{1}{21}$  (۲)       $\frac{1}{14}$  (۱)

۱۵۱- گزینه «۳» از بین هشت کتاب موجود که متمایز هم نیستند، کتاب‌های مشابه را در کنار هم قرار می‌دهیم:

$$P = \frac{8! \times 3! \times 2!}{8!} = \frac{1}{28}$$

۱۵۲- ضریب تغییرات داده‌های آماری به صورت جدول زیر، کدام است؟

داده	۱۰, ۱۰, ۱۰, ۱۰, ۱۰, ۱۱, ۱۱, ۱۱, ۱۱, ۱۴, ۱۴, ۱۴, ۱۴, ۱۴, ۱۴
	۰/۱۸ (۴)      ۰/۱۷ (۳)      ۰/۱۵ (۲)      ۰/۱۲ (۱)

۱۵۲- گزینه «۲» برای محاسبه ضریب تغییرات، انحراف معیار را محاسبه کرده و بر میانگین داده تقسیم می‌کنیم. باید توجه داشت:  $\overline{X_{ax+b}} = a\bar{X} + b$

$$x - 10: 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 4, 4, 4, 4, 4, 4 \Rightarrow \begin{cases} \bar{x} - 10 = \frac{32}{16} = 2 \Rightarrow \bar{x} = 12 \\ \sigma_{(x-10)}^2 = \frac{0 \times 4 + 4 \times 1 + 7 \times 4}{16} = \frac{4 \times 13}{16} = \frac{13}{4} = \sigma_x^2 \end{cases}$$

$$C.V = \frac{\sigma}{\bar{x}} \Rightarrow C.V = \frac{\sqrt{13}}{2 \times 12} = \frac{\sqrt{13}}{24} = 0/15$$



۱۵۳- مثلثی با رأس‌های  $A(1, 5)$ ،  $B(7, 3)$  و  $C(2, -2)$  مفروض است. اندازه ارتفاع  $AH$  در مثلث  $ABC$  کدام است؟

۴  $4\sqrt{2}$

۵ ۳

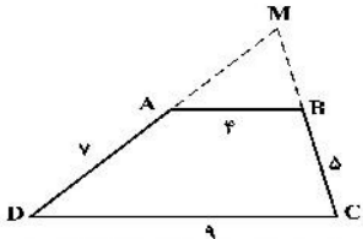
۳  $3\sqrt{2}$

۴ (۱)

۱۵۳- گزینه «۴» با توجه به مثلث  $ABC$ ، ابتدا باید معادله ضلع  $BC$  را نوشته و سپس فاصله نقطه  $A$  از ضلع  $BC$  همان اندازه ارتفاع  $AH$  است:

$$BC: y + 2 = \frac{3 + 2}{7 - 2}(x - 2) \Rightarrow y = x - 4 : AH = \frac{|5 - 1 + 4|}{\sqrt{2}} = \frac{8}{\sqrt{2}} = 4\sqrt{2}$$

۱۵۴- اندازه اضلاع متوازی الاضلاع  $ABCD$  مطابق شکل زیر داده شده است. محیط مثلث  $MAB$  کدام است؟



(۱)  $13/2$

(۲)  $13/6$

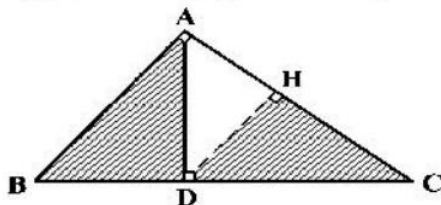
(۳)  $14/4$

(۴)  $14/8$

۱۵۴- گزینه «۲» جهت اطلاع، چهار ضلعی  $ABCD$  دوزنقه است. با توجه به قضیه تالس و تعمیم آن داریم:  $AB \parallel CD \Rightarrow \frac{MA}{MD} = \frac{MB}{MC} = \frac{AB}{DC}$

$$\begin{cases} \frac{x}{x+7} = \frac{4}{9} \Rightarrow x = \frac{28}{5} = \frac{56}{10} = 5/6 \\ \frac{y}{y+5} = \frac{4}{9} \Rightarrow y = \frac{20}{5} = 4 \end{cases} \Rightarrow x + y + 4 = 5/6 + 4 + 4 = 13/6$$

۱۵۵- در مثلث قائم‌الزاویه  $ABC$ ، طول اضلاع قائم  $AB = \sqrt{3}$  و  $AC = 2$  است. نسبت مساحت‌های دو مثلث قائم‌الزاویه  $HCD$  و  $ABD$  کدام است؟



(۲)  $\frac{4}{7}$

(۴)  $\frac{8}{9}$

(۱)  $\frac{2}{7}$

(۳)  $\frac{16}{21}$

۱۵۵- گزینه «۳» نسبت مساحت‌های دو مثلث با مربع نسبت تشابه دو مثلث برابر است:  $\frac{AB}{A'B'} = k \Rightarrow \frac{S_{ABC}}{S_{A'B'C'}} = k^2$

$$AC^2 = BC \times DC \Rightarrow 4 = \sqrt{3} \times DC \Rightarrow DC = \frac{4}{\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{S_{HCD}}{S_{ABC}} = \left(\frac{DC}{AB}\right)^2 = \left(\frac{4}{\sqrt{3}\sqrt{3}}\right)^2 = \frac{16}{21}$$

باران باش و بار، نپرس کاسه های خالی از آن کیست... / همایون شریک ۲۷۲۱ ۱۳۴ ۰۹۱۲