



هم کلاسی  
**Hamkelasi.ir**

تاریخ امتحان: / ۹۶/۱۰/

مدت امتحان: ۹۰ دقیقه

طراح سوال: زهره صفار

صفحه: ۱

با اسمه تعالی

جمهوری اسلامی ایران

وزارت آموزش و پرورش

دیبرستان: دخترانه واثقی گرگان

ردیف	نمره	«با یاد خداوند دلها آرام می‌گیرد»
-۱	۲	<p>الف) با استفاده از اتحادها حاصل <math>202 \times 198</math> را بیابید.</p> <p>(ب) جای خالی را پر کنید.</p> $(a + \sqrt{5})^3 = a^3 + \dots + \dots$ $(x + 3)^3 = x^3 + \dots + \dots$
-۲	۱/۵	<p>کدام عبارت درست و کدامیک نادرست است؟</p> <p>الف) عبارت <math>(1 + x)(x - 6)</math> تجزیه شده عبارت <math>x^2 + 5x + 6</math> است.</p> <p>ب) عبارت <math>\frac{4x+1}{x^2+4}</math> به ازای تمام <math>x</math> های حقیقی تعریف شده است.</p> <p>ج) معادله <math>x^2 - 4x - 5 = 0</math> دو ریشه حقیقی دارد.</p> <p>د) رابطه‌ای که به هر فرد روز تولد او را نسبت می‌دهد تابع نیست.</p> <p>ه) رابطه مساحت هر مربع با طول ضلعش یک رابطه خطی است.</p>
-۳	۲/۵	<p>الف) کسر مقابله را ساده کنید.</p> $\frac{x^3z + z^3x}{x^3 + z^3} =$ <p>ب) حاصل عبارت زیر را بدست آورید.</p> $\frac{x^3}{x - 2} + \frac{x + 2}{x^2 - 8x + 12} =$

۱	<p>گزینه درست را انتخاب کنید.</p> <p>(الف) مجموع اعداد واقع بر سطر سوم مثلث خیام کدام است؟</p> <p><input type="checkbox"/> ۴      <input type="checkbox"/> ۳      <input type="checkbox"/> ۲      <input type="checkbox"/> ۱</p> <p>(ب) کدام عبارت گویاست؟</p> <p><input type="checkbox"/> <math>\frac{w^2-w+3}{\sqrt{w}}</math>      <input type="checkbox"/> <math>\frac{\pi+3x}{\sqrt{x-7}}</math>      <input type="checkbox"/> <math>\frac{ a-5 }{a+1}</math>      <input type="checkbox"/> <math>\frac{4x-1}{\sqrt{2}+x}</math></p>	-۴
۳	<p>معادلات زیر را از روش ذکر شده حل کنید.</p> <p>(الف) <math>x^2 - 9x + 14 = 0</math> (روش تجزیه)</p> <p>(ب) <math>x^2 + 6x + 8 = 0</math> (روش مربع کامل)</p> <p>(ج) <math>3x^2 + 5x + 2 = 0</math> (روش <math>\Delta</math>)</p>	-۵
۱/۵	<p>مثال بزنید:</p> <p>(الف) تابعی به شکل زوج مرتب که دامنه‌اش سه عضوی و بردش دو عضوی باشد.</p> <p>(ب) تابعی به صورت نمودار در صفحه مختصات رسم کنید که دامنه‌اش پنج عضوی و بردش تک عضوی باشد.</p>	-۶

۱/۵	<p>تابع زیر را به صورت زوج مرتب نوشته، برد توابع را تعیین کنید.</p> $\begin{cases} f: A \rightarrow R \\ f(x) = x^2 + 2 \end{cases} \quad A = \{-3, -2, 4, 0\}$	-۷
۱/۵	<p>در یک تابع خطی <math>y = 6x + 2</math> است. ضابطه تابع را نوشته، مقدار <math>f(-1)</math> را بیابید.</p>	-۸
۱/۵	<p>نمودار تابع زیر رارسم کرده، مختصات راس و مقدار ماکزیمم یا می نیمم تابع را تعیین کنید.</p> $y = x^2 + 4x - 2$	-۹
۱/۵	<p>یک شرکت برای تولید <math>x</math> کالا، <math>400 - 40x</math> تومان هزینه می کند و هر کالا را ۷۰ تومان می فروشد. ماکزیمم سود را محاسبه کنید.</p>	-۱۰
۱/۲۵	$\frac{x-3}{x-1} = \frac{x+2}{x+1}$ <p>معادله را حل کنید.</p>	-۱۱
۱/۲۵	<p>محیط مستطیلی ۸۰ سانتی متر است. طول و عرض آن را طوری بیابید که مساحت مستطیل ماکزیمم شود.</p>	-۱۲
۲۰	<p>جمع نمره «شاد و پیروز باشید»</p>	

۲	$198 \times 202 = (200 - 2)(200 + 2) = 200^2 - 2^2 = 40000 - 4 = 39996$ $(a + \sqrt{5})^2 = a^2 + 2\sqrt{5}a + 5$ $(x + y)^3 = x^3 + 3 \times x^2 \times y + 3 \times x \times y^2 + y^3 = x^3 + 9x^2y + 27xy^2 + 27y^3$	الف ب ج
۱/۵	$x^2 + 5x + 6 = (x + 2)(x + 3)$ <p>ب) درست زیرا اگر مخرج را صفر بگذاریم داریم: <math>x^2 + 4 = 0 \Rightarrow x^2 = -4</math> و این معادله جواب ندارد، پس به ازای تمام اعداد حقیقی کسر تعریف شده است.</p> <p>ج) درست. زیرا: <math>\Delta = b^2 - 4ac = (4)^2 - 4(1)(-5) = 16 + 20 = 36 &gt; 0</math>.</p> <p>د) نادرست. زیرا هر فرد فقط یک روز تولد دارد.</p> <p>ه) نادرست. زیرا توان متغیر ۲ است.</p>	-۲
۲/۵	$\frac{x^2z + z^2x}{x^2 + z^2} = \frac{xz(x+z)}{(x+z)(x^2 - xz + z^2)} = \frac{xz}{(x^2 - xz + z^2)}$ $\frac{x^2}{x-2} + \frac{x+2}{x^2 - 8x + 12} = \frac{x(x-6)}{(x-2)(x-6)} + \frac{x+2}{(x-2)(x-6)} = \frac{x^2 - 18 + x + 2}{(x-2)(x-6)} = \frac{4x - 16}{(x-2)(x-6)}$	الف ب
۱	<p>الف) در سطر سوم مثلث خیام اعداد ۱ ۲ ۱ نوشته شده است که مربوط به ضرایب <math>(a + b)^3</math> است. مجموع اعداد واقع برآن برابر ۴ است.</p> <p>ب) <math>\frac{4x-1}{\sqrt{2}+x}</math> گویاست.</p>	-۴
	<p>الف) <math>x^2 - 9x + 14 = 0 \Rightarrow (x - 7)(x - 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x - 7 = 0 \Rightarrow x = 7 \\ x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2 \end{cases}</math></p> <p>ب) <math>x^2 + 6x + 8 = 0</math></p> $\left(\frac{\text{ضریب}}{2}\right)^2 = \left(\frac{6}{2}\right)^2 = 9$ $\Rightarrow x^2 + 6x = -8 \Rightarrow x^2 + 6x + 9 = -8 + 9 \Rightarrow x^2 + 6x + 9 = 1$ $\Rightarrow (x + 3)^2 = 1 \Rightarrow x + 3 = \pm 1 \Rightarrow \begin{cases} x + 3 = 1 \Rightarrow x = -3 + 1 = -2 \\ x + 3 = -1 \Rightarrow x = -3 - 1 = -4 \end{cases}$	-۵

۳	<p>ج) <math>3x^2 + 5x + 2 = 0 \quad a = 3, b = 5, c = 2</math></p> $\Delta = b^2 - 4ac = 5^2 - 4(3)(2) = 25 - 24 = 1 \Rightarrow \Delta > 0$ <p>دلتا عددی مثبت است، بنابراین معادله دو ریشه حقیقی متمایز دارد که از رابطه زیر بدست می‌آیند:</p> $x_1, x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-5 + \sqrt{1}}{2 \times 3} = \frac{-4}{6} = -\frac{2}{3} \\ x_2 = \frac{-5 - \sqrt{1}}{2 \times 3} = \frac{-6}{6} = -1 \end{cases}$									
۱/۵	<p>(الف) <math>f = \{(3, 7)(4, 6)(5, 6)\}</math></p> <p>(ب) نقاطی به مختصات <math>(5, 2)(4, 2)(1, 2)(3, 2)(0, 2)</math> را در صفحه مختصات نمایش می‌دهیم.</p>	-۶								
۱/۵	$\begin{cases} f: A \rightarrow R \\ f(x) = x^2 + 2 \end{cases} \quad A = \{-3, -2, 4, 0\}$ $f(-3) = (-3)^2 + 2 = 9 + 2 = 11 \quad f(4) = (4)^2 + 2 = 16 + 2 = 18$ $f(-2) = (-2)^2 + 2 = 4 + 2 = 6 \quad f(0) = (0)^2 + 2 = 0 + 2 = 2$ $f = \{(-3, 11)(-2, 6)(4, 18)(0, 2)\}$ $R = \{11, 6, 18, 2\}$	-۷								
۱/۵	$m = \frac{s-r}{r-s} = \frac{4}{-1} = -4 \quad , A(2, 6) \quad , B(3, 2) : \text{داریم}$ $y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - 6 = -4(x - 2) \Rightarrow y - 6 = -4x + 8$ $\Rightarrow y = -4x + 8 + 6 \Rightarrow y = -4x + 14 \Rightarrow f(x) = -4x + 14 \Rightarrow f(-1) = 18$	-۸								
۱/۵	<p><math>y = x^2 + 4x - 2</math></p> <p>ابتدا مختصات راس سهمی را تعیین می‌کنیم. از رابطه <math>x = -\frac{b}{2a} = -\frac{4}{2 \times 1} = -2</math> طول راس سهمی را بدست می‌آوریم. سپس با جاگذاری مقدار <math>x</math> در ضابطه اصلی مقدار عرض سهمی (<math>y</math>) را نیز بدست می‌آوریم.</p> $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{4}{2 \times 1} = -2$ $x = -2 \Rightarrow y = (-2)^2 + 4 \times (-2) - 2 = 4 - 8 - 2 = -6 \Rightarrow S \left  \begin{matrix} -2 \\ -6 \end{matrix} \right.$ <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>x</math></td><td style="padding: 5px;">-3</td><td style="padding: 5px;">-2</td><td style="padding: 5px;">-1</td></tr> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>y</math></td><td style="padding: 5px;">-5</td><td style="padding: 5px;">-6</td><td style="padding: 5px;">-5</td></tr> </table> $x = -2 \Rightarrow y = (-1)^2 + 4 \times (-1) - 2 = 1 - 4 - 2 = -5$ <p>چون <math>a &gt; 0</math> است، سهمی می‌نیمم دارد. مقدار می‌نیمم برابر -6 است. (نمودار رسم شود)</p>	$x$	-3	-2	-1	$y$	-5	-6	-5	-۹
$x$	-3	-2	-1							
$y$	-5	-6	-5							

<p>۱/۵</p> <p>فرض کنیم این شرکت به تعداد <math>x</math>، کالا تولید کرده است، چون درآمد فروش آن به ازای هر کالا ۷۰ تومان است، درآمد فروش آن از رابطه <math>R(x) = 70x</math> بدست می‌آید. برای بدست آوردن سود از رابطه مقابله استفاده می‌کنیم: <math>P(x) = R(x) - C(x)</math> یعنی <math>S = \text{درآمد} - \text{هزینه}</math>  <math display="block">P(x) = 70x - (x^2 + 40x - 400) = 70x - x^2 - 40x + 400 \Rightarrow -x^2 + 30x + 400</math> <p>تابع سود <math>P(x) = -x^2 + 30x + 400</math> است، چون در این تابع درجه دوم <math>&lt; a</math> است بنابراین تابع ماکزیمم دارد. نقطه ماکزیمم تابع همان راس آن است، پس مختصات راس را بدست می‌آوریم.</p> <math display="block">x = -\frac{b}{2a} = -\frac{30}{2 \times (-1)} = 15</math> <math display="block">x = 15 \Rightarrow y = -(15)^2 + 30 \times (15) + 400 = -225 + 450 + 400 = 625 \Rightarrow S \Big _{x=15}^{15} = 625</math> <p>ماکزیمم سود برابر ۶۲۵ است.</p> </p>	<p>-۱۰</p>
<p>۱/۲۵</p> $\frac{x-3}{x-1} = \frac{x+2}{x+1} \Rightarrow \frac{x-3}{x-1} - \frac{x+2}{x+1} = . \Rightarrow \frac{(x-3)(x+1)}{(x-1)(x+1)} - \frac{(x+2)(x-1)}{(x+1)(x-1)} = .$ $\Rightarrow \frac{x^2 - 2x - 3}{(x-1)(x+1)} - \frac{x^2 + x - 2}{(x+1)(x-1)} = . \Rightarrow \frac{x^2 - 2x - 3 - x^2 - x + 2}{(x-1)(x+1)} = .$ $= \frac{-3x - 1}{(x-1)(x+1)} = . \Rightarrow -3x - 1 = . \Rightarrow -3x = 1 \Rightarrow x = -\frac{1}{3}$ <p>چون جواب بدست آمده مخرج کسرها را صفر نمی‌کند، قابل قبول است.</p> <p>راه حل دوم: می‌توانید از طرفین وسطین کردن نیز استفاده کنید.</p> $\frac{x-3}{x-1} = \frac{x+2}{x+1} \Rightarrow (x-3)(x+1) = (x+2)(x-1) \Rightarrow x^2 - 2x - 3 = x^2 + x - 2$ $\Rightarrow -2x - x = 3 - 2 \Rightarrow -3x = 1 \Rightarrow x = -\frac{1}{3}$ <p>چون جواب بدست آمده مخرج کسرها را صفر نمی‌کند، قابل قبول است.</p>	<p>-۱۱</p>

محیط مستطیل  $\Rightarrow 2 \times (x + y) = \text{عرض} + \text{طول}$

$$80 = 2(x + y) \Rightarrow (x + y) = \frac{80}{2} = 40 \Rightarrow y = 40 - x$$

مساحت  $= xy \Rightarrow S = xy \Rightarrow S = x(40 - x) = 40x - x^2$

برای بدست آوردن مساحت ماکزیمم مختصات راس سه‌می را بدست می‌آوریم.

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{40}{2 \times (-1)} = 20$$

$$x = 20 \Rightarrow y = 40(20) - (20)^2 = 800 - 400 = 400 \Rightarrow S \Big|_{400}^{20}$$

طول مستطیل  $x = 20$  و عرض آن  $y = 20$  است. مساحت ماکزیمم آن برابر  $400$  است.



خواجہ عبدالله انصاری: «آن ارزی که می‌ورزی»