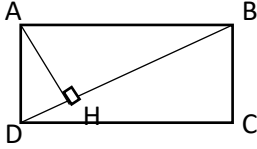
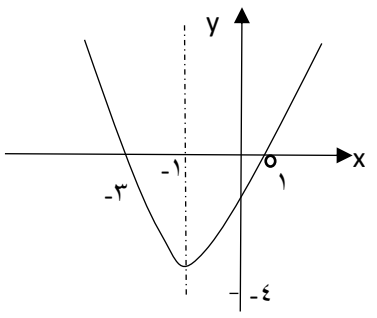
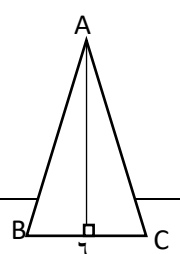


کد آموزشگاه: دوره تحصیلی: متوسطه نظری پایه تحصیلی: دوم تجربی نام دبیر و طراح: طاهره حیرتی نام کلاس: مدت امتحان: ۱۰۰ دقیقه	 وزارت آموزش و پرورش اداره کل آموزش و پرورش استان کرمانشاه اداره آموزش و پرورش ناحیه ۲ دبیرستان نمونه بعثت	شماره صندلی: نام: نام خانوادگی: نام درس: ریاضی ۲ تاریخ امتحان: ۹۷/۳/..... خرداد ماه ۱۳۹۷
بارم	سوالات	ردیف
۱	درستی یا نادرستی گزاره های زیر را تعیین کنید . الف) نمودار تابع $y = a^x$ (با شرط $a > 0$) همواره محور y ها را در نقطه $(0, 1)$ قطع می کند. ب) نقطه $(-\frac{1}{4}, \sqrt{5})$ روی نمودار تابع $y = (\frac{1}{5})^x$ قرار دارد. پ) دامنه تابع $y = \log_{\frac{1}{4}} x$ برابر بازه $[0, +\infty)$ است. ت) تابع $y = 5^x$ یک تابع یک به یک است.	۱
۰/۵	حداکثر مقدار تابع $y = \cos x$ برابر که در طول های $x = \dots\dots\dots$ به دست می آید.	۲
۰/۵	اگر نقاط $A(2, 0)$, $B(-1, 3)$, $C(5, 6)$ سه راس متوازی الاضلاع $ABCD$ باشند مختصات راس D را پیدا کنید.	۳
۱	معادله سهمی را بنویسید که محور x ها را در نقاط $x = -3$ و $x = 1$ قطع کند و کم ترین مقدارش برابر -4 باشد.	۴
۰/۵	مثلث متساوی الساقینی رسم کنید که طول قاعده اش برابر ۶ و مساحتش برابر ۲۴ باشد. (روش رسم را توضیح دهید)	۵
۱	در مستطیل روبه رو $BD = 10$ و $DH = \frac{18}{15}$ است اندازه ی طول و عرض مستطیل را پیدا کنید. 	۶
۰/۷۵	نمودار تابع $f(x) = -[x]$ را در بازه $[-2, 2]$ رسم کنید .	۷

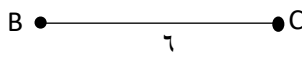
۱/۲۵	دو تابع f و g به صورت زیر داده شده اند : $f = \{(1, -1), (2, 3), (3, 0), (4, 11)\} \quad g = \{(1, 2), (2, 0), (3, -1), (5, 2)\}$ تابع های $f + g$ و دامنه هر کدام را پیدا کنید.	۸
۱	مقدار عبارت های زیر را پیدا کنید. $\tan^2 \frac{4\pi}{3} + \cot^2 \frac{2\pi}{3}$ ب) $\frac{\sin \frac{11\pi}{6} + \sin \frac{7\pi}{6}}{\sin \frac{\pi}{4} + \sin \frac{3\pi}{4}}$ الف) $\sin \frac{\pi}{4} + \sin \frac{3\pi}{4} - \sin \frac{5\pi}{4} - \sin \frac{7\pi}{4}$	۹
۱	معادله های زیر را حل کنید . ب) $\log_2 x + \log_2 (x + 2) = 3$ الف) $2^{x-1} - (0.5)^{x+2} = 0$	۱۰
۲/۵	نمودار توابع زیر را رسم کنید . ب) $y = \log_2 (x + 2)$ الف) $y = -2^x + 1$ ج) $y = 2 \sin x, [0, 4\pi]$	۱۱
۱	حاصل حدهای زیر را پیدا کنید . ب) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 3}{[x] + 1}$ الف) $\lim_{x \rightarrow 1} (2[x] - 1)$	۱۲
۲	حاصل حدهای زیر را پیدا کنید. ب) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\cos x + \cos^2 x}{\sin^2 x}$ الف) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + x - 12}{x - 3}$	۱۳
۱	نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} x - 1 & x < 0 \\ -1 & 0 \leq x < 1 \\ x + 1 & x \geq 1 \end{cases}$ را رسم کنید و سپس پیوستگی تابع f را در بازه های $[-2, 0]$, $[-1, 1]$ و $[1, 2]$ بررسی کنید.	۱۴
۱	احتمال آنکه دوندۀ ای در مسابقه مصدوم نشود و اول شود برابر 0.6 و احتمال آن که مصدوم نشود برابر 0.8 است اگر بدانیم دوندۀ در مسابقه دچار مصدومیت نمی شود احتمال آن که اول شود چه قدر است ؟	۱۵

۲	احتمال آن که بابک برنده جایزه مسابقه پیامکی شود برابر $\frac{۰}{۶}$ و احتمال آن که برای تیم فوتبال مدرسه انتخاب شود برابر $\frac{۰}{۸}$ است احتمال آن را حساب کنید که : الف) نه برای تیم فوتبال انتخاب شود و نه برنده جایزه مسابقه پیامکی شود . ب) حداقل یکی از دو اتفاق بالا برایش بیا فتد .	۱۶
۱	چارک اول ،دوم و سوم داده های زیر را پیدا کنید. ۱۱, ۱۰, ۱۳, ۱۱, ۱۲, ۱۴, ۱۳, ۱۵, ۱۱, ۱۶, ۱۷, ۱۷, ۱۲, ۱۸, ۱۵, ۱۴, ۱۲	۱۷
۱	اگر میانگین و واریانس داده های X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 به ترتیب برابر ۳ و ۴ باشد آن گاه : ضریب تغییرات داده ای $۱ + ۱,۳X_5 + ۱,۳X_4 + ۱,۳X_3 + ۱,۳X_2 + ۱,۳X_1$ را حساب کنید .	۱۸
۲۰	موفق باشید	جمع نمرات

پایه یازدهم	پاسخ سوالات پایانی نیمسال دوم
رشته تجربی	ریاضی ۲
طراح: طاهره حیرتی دبیر ریاضی ناحیه ۲ کرمانشاه	
۱	الف) درست ب) درست پ) نادرست (دامنه تابع، بازه $(0, +\infty)$ است) ت) درست
۲	حداکثر مقدار تابع $y = 2 \cos x$ برابر ۱ است که در طول های $x = 2k\pi$ به دست می آید
۳	در متوازی الضلاع ABCD راس های A و C روبه روی هم و راس های B و D روبه روی هم اند پس : $A(2,0), B(-1,3), C(5,6)$ $\begin{cases} x_A + x_C = x_B + x_D \\ y_A + y_C = y_B + y_D \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2 + 5 = (-1) + x_D \\ 0 + 6 = 3 + y_D \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_D = 8 \\ y_D = 3 \end{cases} \Rightarrow D(8,3)$
۴	طبق شکل روبه رو سهمی باید محور طول ها را در $x = -3$ و $x = 1$ قطع کند و عرض راسش برابر ۴- باشد پس اگر معادله سهمی را به صورت $y = a(x - x_1)(x - x_2)$ بنویسیم: $y = a(x + 3)(x - 1)$ نقطه $S(-1, -4)$ باشد (چو طول راس روی محور تقارن سهمی یعنی خط $x = 1$ قرار دارد)  $S(-1, -4) \Rightarrow -4 = a(-1 + 3)(-1 - 1) \Rightarrow -4 = -4a \Rightarrow a = 1$ پس معادله سهمی به صورت $y = (x + 3)(x - 1)$ است
۵	طبق شکل روبه رو قاعده مثلث متساوی الساقینی که می خواهیم برابر $6 (BC = 6)$ و مساحتش برابر ۲۴ است پس از  $S = \frac{BC \times AH}{2}$ داریم :

$$24 = \frac{6 \times AH}{2} \Rightarrow AH = 8$$

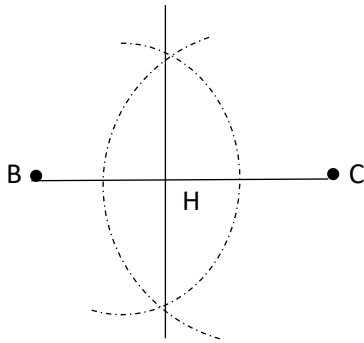
یعنی ارتفاع مثلث باید برابر ۸ باشد برای رسم این مثلث



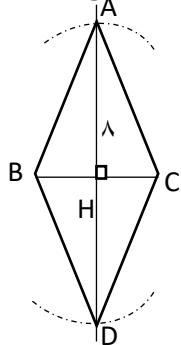
(۱) پاره خط BC را به طول ۶cm رسم می کنیم:

(۲) عمود منصف BC را رسم می کنیم (چون در مثلث متساوی الساقین عمود منصف و ارتفاع وارد بر قاعده بر هم

منطبق اند)



(۳) به مرکز نقطه H و شعاع ۸cm کمای می زنیم تا عمود منصف را در نقطه A قطع کند مثلث ABC جواب سوال است:



۶

در مستطیل روبه رو داریم: $DH = \frac{1}{2}BD$ و $BD = 10\text{cm}$

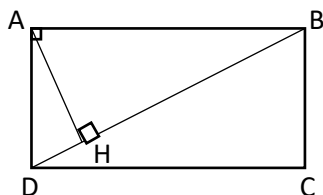
برای پیدا کردن طول و عرض مستطیل:

(۱) در مثلث قائم الزاویه $\triangle DAB$ داریم:

$$AD^2 = DH \times BD \Rightarrow AD^2 = \frac{1}{2} \times 10 = 5 \Rightarrow AD = \sqrt{5}$$

(۲) در مثلث قائم الزاویه $\triangle DAB$ داریم:

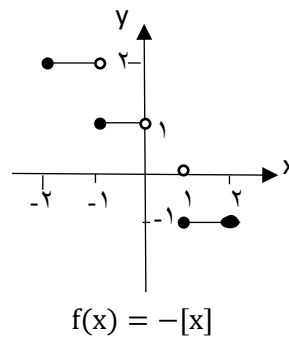
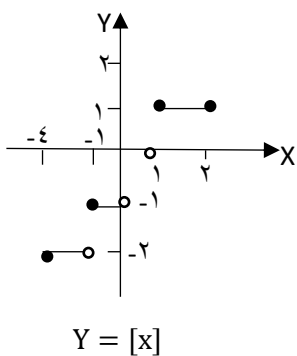
$$AD^2 + AB^2 = BD^2 \Rightarrow 5 + AB^2 = 10^2 \Rightarrow AB^2 = 100 - 5 = 95 \Rightarrow AB = \sqrt{95}$$



۷

برای رسم نمودار تابع $f(x) = -[x]$ کافی است نمودار تابع $y = [x]$ را درباره $[-2, 3]$ رسم کنیم و سپس آن را

نسبت به محور Xها قرینه کنیم:



$$f = \{(1, -1), (2, 3), (3, \cdot), (4, 1)\} \Rightarrow D_f = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$g = \{(1, 3), (2, \cdot), (3, -1), (4, 2)\} \Rightarrow D_g = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$D_{f+g} = D_f \cap D_g = \{1, 2, 3\}, (f+g) = \{(1, -1+3), (2, (3+\cdot)), (3, \cdot+(-1))\}$$

$$= \{(1, 2), (2, 3), (3, -1)\}$$

$$D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x | g(x) = \cdot\} = \{1, 2, 3\} - \{2\} = \{1, 3\}$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \left\{\left(1, -\frac{1}{3}\right), \left(3, \frac{\cdot}{-1}\right)\right\} = \left\{\left(1, -\frac{1}{3}\right), (3, \cdot)\right\}$$

Λ

$$\text{الف) } \sin \frac{\pi}{4} + \sin \frac{3\pi}{4} - \sin \frac{5\pi}{4} - \sin \frac{7\pi}{4} = \sin \frac{\pi}{4} + \sin \left(\pi - \frac{\pi}{4}\right) - \sin \left(\pi + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$- \sin \left(2\pi - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$= \sin \frac{\pi}{4} + \sin \frac{\pi}{4} - \sin \frac{\pi}{4} - \left(-\sin \frac{\pi}{4}\right) = 4 \sin \frac{\pi}{4} = 4 \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 2\sqrt{2}$$

$$\text{ب) } \frac{\tan^2 \frac{4\pi}{3} + \cot^2 \frac{2\pi}{3}}{\sin \frac{11\pi}{6} + \sin \frac{5\pi}{6}} = \frac{\tan^2 \left(\pi + \frac{\pi}{3}\right) + \cot^2 \left(\pi - \frac{\pi}{3}\right)}{\sin \left(2\pi - \frac{\pi}{6}\right) + \sin \left(\pi + \frac{\pi}{6}\right)} = \frac{\tan^2 \frac{\pi}{3} + (-\cot^2 \frac{\pi}{3})}{-\sin \frac{\pi}{6} - \sin \frac{\pi}{6}}$$

$$= \frac{(\sqrt{3})^2 + \left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2}{-\frac{1}{2} - \frac{1}{2}} = \frac{3 + \frac{1}{3}}{-1} = -\frac{10}{3}$$

9

$$\text{الف)} 2^{x-1} - (0.5)^{x+2} = 2^{x-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^{x+2} \Rightarrow 2^{x-1} = (2)^{-x-2} \Rightarrow x-1 = -x-2 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$$

$$\text{ب)} \log_2 x + \log_2(x+2) = 3 \Rightarrow \log_2 x(x+2) = 3 \Rightarrow x^2 + 2x = 2^3 \Rightarrow x^2 + 2x - 8$$

$$= 0 \Rightarrow (x+4)(x-2) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -4 & \text{غ ق} \\ x = 2 & \text{ق ق} \end{cases}$$

۱۰

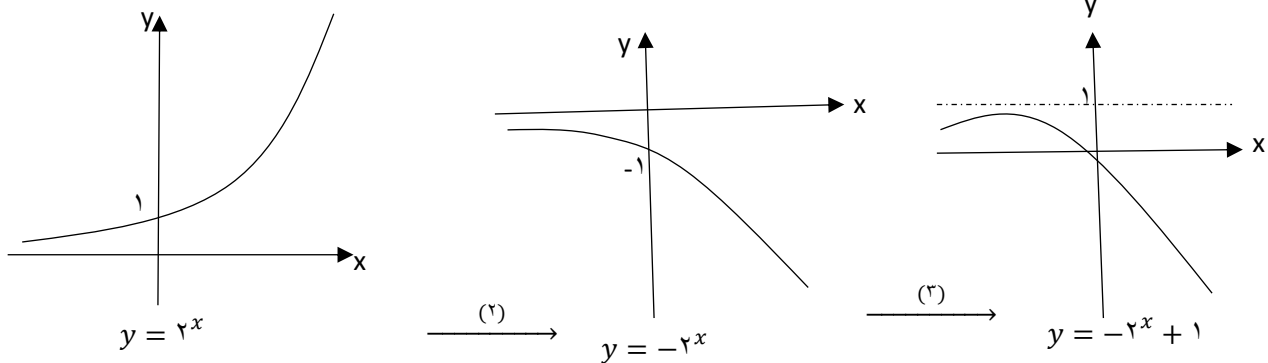
برای رسم نمودار تابع $y = -2^x + 1$ به ترتیب

1) نمودار تابع $y = 2^x$ را رسم می کنیم (۲) نمودار تابع $y = 2^x$ را نسبت به محور x ها قرینه می کنیم تا

نمودار $y = -2^x$ به دست آید (۳) نمودار تابع $y = -2^x$ را یک واحد در راستای محور y ها به سمت بالا

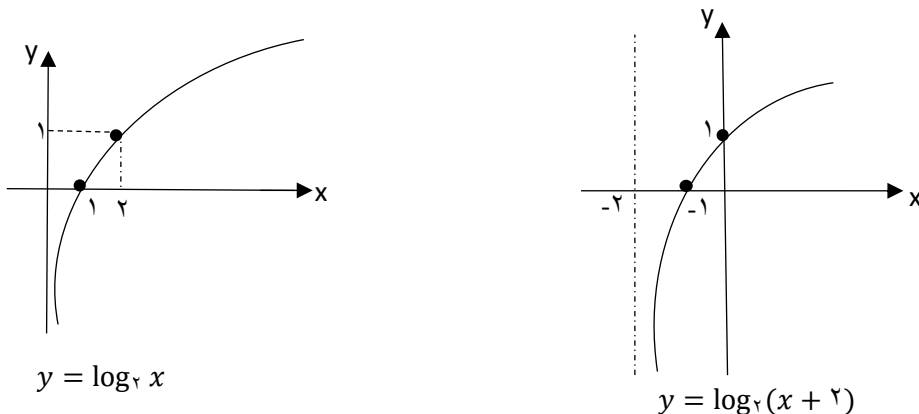
انتقال می دهیم تا نمودار تابع $y = -2^x + 1$ را رسم کنیم

(2

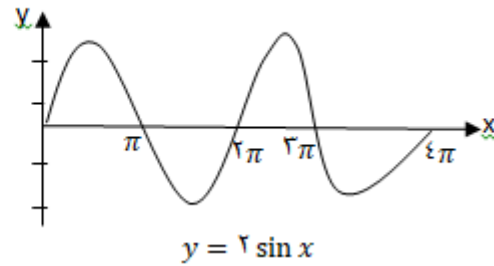
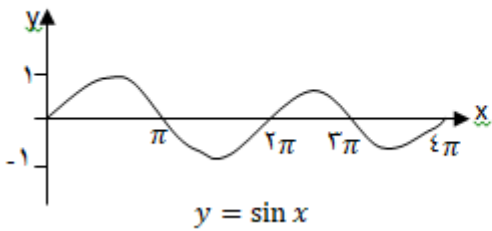


ابتدا نمودار تابع $y = \log_2 x$ را رسم می کنیم و سپس آن را در راستای محور x ها دو واحد به سمت چپ انتقال می

دهیم:



برای رسم نمودار تابع $y = 2 \sin x$ باید عرض نقاط تابع $y = \sin x$ را دو برابر کنیم



الف) $\lim_{x \rightarrow 1^+} (2[x] - 1) = 2[1^+] - 1 = 1$

ب) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-3}{[x]+1} \Rightarrow \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x-3}{[x]+1} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x-3}{[2^+]+1} = \frac{2-3}{2+1} = -\frac{1}{3} \\ \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x-3}{[x]+1} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x-3}{[2^-]+1} = \frac{2-3}{1+1} = -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \text{حد وجود ندارد}$

۱۲

الف) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + x - 12}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x+4)}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 3} (x+4) = 7$

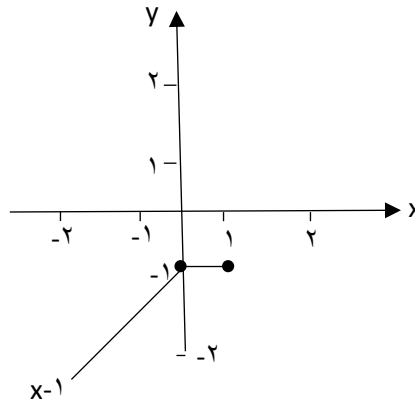
ب) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\cos x + \sin^2 x}{\sin^2 x} = \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\cos x(1 + \cos x)}{1 - \cos^2 x} = \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\cos x(1 + \cos x)}{(1 + \cos x)(1 - \cos x)}$

$$= \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\cos x}{1 - \cos x}$$

$$= \frac{-1}{1 - (-1)} = -\frac{1}{2}$$

۱۳

$$f(x) = \begin{cases} x - 1 & x < 0 \\ -1 & 0 \leq x < 1 \\ x + 1 & x \geq 1 \end{cases}$$



در بازه $[1, 2]$ پیوسته و در $[-1, 1]$ ناپیوسته و در بازه $[-2, 0]$ پیوسته است

۱۴

اگر فرض کنیم پیشامد A مصدوم نشدن در مسابقه و B پیشامد اول شدن باشد داریم:

$$P(A \cap B) = \frac{1}{6}, P(A) = \frac{1}{8}$$

ولی می خواهیم $P(B|A)$ را پیدا کنیم:

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{1/6}{1/8} = \frac{4}{3}$$

۱۵

اگر پیشامد A بردن در مسابقه پیامکی و B پیشامد انتخاب شدن برای تیم فوتبال مدرسه باشد پیشامدهای A و B مستقل اند و می دانیم اگر A و B مستقل باشند پیشامدهای A' و B' و پیشامدهای A و B' و نیز A' و B نیز مستقل اند.

الف) نه انتخاب برای تیم فوتبال و نه برنده مسابقه پیامکی:

$$P(A' \cap B') = P(A')P(B') = (1 - 1/6)(1 - 1/8) = (5/6)(7/8) = 35/48$$

ب) حداقل یکی از دو پیشامد A و B رخ دهد: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 1/6 + 1/8 - 1/48 = 7/24$

ت) فقط یکی از دو پیشامد رخ دهد: $P(A \cap B) - P(A \cap B) = 1/48 - 1/48 = 0$

۱۶

داده ها را به ترتیب صعودی مرتب می کنیم:

$10, 11, 11, 11, 12, 12, 12, 13,$

تا ۸
↓

$10, 11, 11, 11, 12, 12, 12, 13$

تا ۴ ↓ تا ۲

$$Q_1 = \frac{11 + 12}{2} = \frac{11}{5}$$

13
↓

$$Q_2 = 13 \text{ (میانۀ دوم)}$$

$14, 14, 15, 15, 16, 17, 17, 18$

تا ۸
↓

$14, 14, 15, 15, 16, 17, 17, 18$

تا ۴ ↓ تا ۴

$$Q_2 = \frac{15 + 16}{2} = 15.5$$

۱۷

$$X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 \Rightarrow \begin{cases} \bar{X} = 3 \\ Q_2 = 4 \end{cases}$$

$$3x_1 + 1, 3x_2 + 1, 3x_3 + 1, 1, 3x_4 + 1, 3x_5 + 1$$

$$y_1, y_2, y_3, y_4, y_5$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \bar{y} = 3(3) + 1 = 10 \text{ میانگین ۳ برابر و با ۱ جمع می شود} \\ Q_2 = 4(3^2) = 36 \text{ واریانس در عدد ۹ ضرب می شود} \end{cases}$$

$$CV = \frac{Q}{y} \Rightarrow CV = \frac{\sqrt{36}}{10} = \frac{6}{10} = 0.6$$

۱۸