

محل مهر
آموزشگاه

رشته: ریاضی
مدت امتحان: ۱۰۰ دقیقه
تعداد سوال: ۱۶
تعداد صفحه: ۲

پایه: یازدهم
ساعت شروع امتحان:
کد دانش آموزی:
طراح سوال: گرجیان

سئوالات امتحان داخلی درس: آمار و احتمال
تاریخ امتحان: ۹۶/۱۰/
نام و نام خانوادگی:
دبیرستان:

ردیف	شرح سوالات	صفحه ۱	بارم																								
۱	جاهای خالی را با عبارت های مناسب پر کنید. الف) به هر عضو فضای نمونه یک می گوئیم. ب) دو پیشامد A و B را ناسازگار نامیم هرگاه پ) در گزاره ی شرطی " $p \Rightarrow q$ " ، p را و q را می نامیم.		۱																								
۲	به سوالهای چهار گزینه ای زیر پاسخ دهید. الف) کدام یک از گزاره های زیر درست نیست؟ $p \vee (p \wedge q) \cong p$ (۱) $p \Rightarrow q \cong q \Rightarrow p$ (۳) $p \Rightarrow q \cong \sim p \vee q$ (۲) $\sim p \wedge (p \vee q) \cong \sim p \wedge q$ (۴) ب) اگر $A = \{2y + 1, 5\}$ و $B = \{x + 1, -3\}$ ، در این صورت با فرض $A \times B = B \times A$ ، آنگاه مقدار $x + y$ کدام است؟ ۴ (۱) ۲ (۲) ۸ (۳) ۵ (۴)		۱/۵																								
۳	جدول زیر را تکمیل کنید.		۱/۲۵																								
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>ردیف</th> <th>گزاره</th> <th>درست</th> <th>نادرست</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>۱</td> <td>۷ عدد زوج یا</td> <td>*</td> <td></td> </tr> <tr> <td>۲</td> <td>اگر ۹ مربع کامل آنگاه</td> <td></td> <td>*</td> </tr> <tr> <td>۳</td> <td>۲۹ عدد اول و</td> <td>*</td> <td></td> </tr> <tr> <td>۴</td> <td>اگر ۱۱ عدد زوج باشد آنگاه ۲۵ مربع کامل است.</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>۵</td> <td>اگر و تنها اگر ۱۱۹ عدد مرکب است.</td> <td>*</td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	ردیف	گزاره	درست	نادرست	۱	۷ عدد زوج یا	*		۲	اگر ۹ مربع کامل آنگاه		*	۳	۲۹ عدد اول و	*		۴	اگر ۱۱ عدد زوج باشد آنگاه ۲۵ مربع کامل است.			۵	اگر و تنها اگر ۱۱۹ عدد مرکب است.	*			
ردیف	گزاره	درست	نادرست																								
۱	۷ عدد زوج یا	*																									
۲	اگر ۹ مربع کامل آنگاه		*																								
۳	۲۹ عدد اول و	*																									
۴	اگر ۱۱ عدد زوج باشد آنگاه ۲۵ مربع کامل است.																										
۵	اگر و تنها اگر ۱۱۹ عدد مرکب است.	*																									
۴	دامنه متغیر گزاره نماهای زیر داده شده مجموعه جواب هر یک از آنها را مشخص کنید؟ الف) $(D = \mathbb{R}) \quad x^2 + 2 = 0$ ب) $(D = \mathbb{N}) \quad x^2 - 5x + 6 = 0$ (پ) a از مضرب ۷ دو واحد بیشتر است. $(D = \mathbb{Z})$		۱																								
۵	ارزش گزاره های زیر را تعیین سپس نقیض هر یک را بنویسید. الف) $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 3 \geq 4$ ب) $\exists y \in \mathbb{R}, (y - 1 < 0 \wedge (y - 1)^2 < 1)$ (پ) اگر x زوج باشد آنگاه $x + 3$ فرد است.		۱/۵																								
۶	با استفاده از جدول ارزش گزاره ها نشان دهید: الف) $\sim (p \Leftrightarrow q) \equiv \sim p \Leftrightarrow q$ ب) $p \Rightarrow (q \Rightarrow r) \equiv (p \wedge q) \Rightarrow r$		۲																								
	ادامه سوالات در صفحه بعد		۸/۲۵																								
	جمع نمره																										

ردیف	سوال	بارم
۷	اگر مجموعه A دارای ۱۰ زیرمجموعه ی سه عضوی باشد. آنگاه مجموعه A چند زیرمجموعه دارد؟	۱
۸	اگر $A = \{X \in Z x^2 + 2x = 8\}$ و $B = [0, 2]$ دو مجموعه باشند، $A \times B$ را تشکیل داده و نمودار آن را رسم کنید.	۱
۹	الف) درستی تساوی مقابل را به روش عضوگیری بررسی کنید. $A - B = A \cap B'$ ب) به کمک نمودار ون درستی قانون $A \cap (A \cup B) = A$ را نشان دهید.	۰/۷۵ ۰/۵
۱۰	با استفاده از جبر مجموعه‌ها ثابت کنید: $A \subseteq B \Rightarrow B' \subseteq A'$ (ب) $(A - B) - C = (A - C) - B$ (الف)	۱/۵
۱۱	یک راننده تاکسی در ایستگاه منتظر می ماند تا حداکثر چهار مسافر سوار کند. (البته ممکن است با کمتر از ۴ مسافر نیز حرکت کند ولی هیچ گاه بدون مسافر حرکت نمی کند و باید حداقل یک مسافر داشته باشد.) در مسیر برگشت نیز همین اتفاق می افتد. فضای نمونه ای پدیده را بنویسید.	۰/۵
۱۲	دو تاس سالمی را باهم می اندازیم، الف) پیشامد A را بنویسید که در آن مجموع اعداد رو شده بزرگتر از ۹ باشد. ب) پیشامد B را بنویسید که در آن دو اعداد رو شده هر دو اعداد اول باشند. پ) پیشامد C آنکه فقط A یا فقط B رخ دهد.	۱
۱۳	با استفاده از اصول احتمال ثابت کنید. الف) اگر $A \subseteq B$ آنگاه $P(B - A) = P(B) - P(A)$ ب) $P(B' \cap A') = 1 - P(B) - P(A) + P(A \cap B)$	۱/۵
۱۴	عددی به تصادف بین اعداد ۱ تا ۲۰۰ انتخاب می کنیم. احتمال های زیر را محاسبه کنید. الف) عدد انتخابی بر ۳ یا بر ۷ بخش پذیر باشد. (ب) عدد انتخاب شده بر ۳ بخش پذیر باشد، ولی بر ۷ بخش پذیر نباشد. پ) عدد انتخابی نه بر ۷ بخش پذیر باشد و نه بر ۳.	۱/۵
۱۵	اگر فضای نمونه ای یک پیشامد تصادفی و $A = \{a, b\}$ و $B = \{a, b, c, d\}$ و $C = \{a, b, e\}$ سه پیشامد باشند به طوری که $P(A) = \frac{2}{7}$ و $P(B) = \frac{3}{5}$ ، مقدار $P(C')$ را محاسبه کنید.	۱/۵
۱۶	در یک مسابقه چهار جانبه فوتبال، تیم های a، b، c و d حضور دارند. اگر احتمال قهرمانی تیم های a و b با هم برابر باشند، ولی احتمال قهرمانی تیم c دو برابر احتمال قهرمانی تیم b و همچنین احتمال قهرمانی تیم d دو برابر احتمال قهرمانی تیم c باشد. آنگاه احتمال قهرمانی هر یک از تیم ها را محاسبه کنید.	۱

۲۰	جمع نمره	انسان و انبار جای آن که در انتظار رسیدن فرصت خوب در زندگی باشد، آن را به وجود می آورد				در کار نیک پیروز باشید	
	نمره ورقه:	با عدد	نمره تجدید نظر:	با عدد	نام دبیر و امضاء:	تاریخ:	
		با حروف	نام دبیر و امضاء:	با حروف	نام دبیر و امضاء:	تاریخ:	

پاسخنامه آمار و احتمال

شماره	جواب
۱	الف برآمد (۰/۲۵) ب) اشتراک آنها تهی باشد (۰/۲۵) ج) مقدم - تالی (۰/۵)
۲	الف) گزینه ۳ (۰/۷۵) ب) $x + y = 2$ (۰/۷۵)
۳	الف) هر گزاره ای می تواند جواب این قسمت باشد. (۰/۲۵) ب) پنج عدد زوج است. (۰/۲۵) پ) ۳ عدد فرد است. (۰/۲۵) ت) درست (۰/۲۵) ث) ۴ مربع کامل. (۰/۲۵)
۴	الف) تهی (۰/۲۵) ب) $\{-2, 3\}$ (۰/۲۵) ج) $\{x = 7k + 2 / k \in \mathbb{Z}\}$ (۰/۵)
۵	الف) غلط $(\exists y \in \mathbb{R}, x^2 + 3 < 4)$ (۰/۵) ب) درست $(\forall y \in \mathbb{R}, (y - 1 \geq 0 \vee (y - 1)^2 \geq 1))$ (۰/۵) پ) درست $(x \text{ زوج و } x + 3 \text{ فرد نیست})$ (۰/۵)
۶	تشکیل هر جدول انمره.
۷	$C(n, 3) = 10 \Rightarrow \text{تعداد زیرمجموعه های } A = 2^5 = 32$ (۰/۵)
۸	$A \times B = \{(x, y) : x = \{-4, 2\}, 0 \leq y \leq 2\}$ (۰/۵) و نمودار نیز (۰/۵) دارد.
۹	اگر $A = \{1, 2, 3, 4\}$ و $B = \{3, 7, 5\}$ و $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ آنگاه $A - B = \{1, 2, 4\}$ و $B' = \{1, 2, 4, 6, 8\}$ و $A \cup B' = \{1, 2, 4\}$ (۰/۲۵) و $A \cap B' = \{1, 2, 4\}$ (۰/۲۵) نمودار ون (۰/۵)
۱۰	الف) $(A - B) - C \stackrel{-/۲۵}{=} (A \cap B') \cap C' \stackrel{-/۲۵}{=} (A \cap C') \cap B' \stackrel{-/۲۵}{=} (A - C) - B$ ب) $A \subseteq B \Rightarrow A \cap B = A \stackrel{-/۲۵}{\Rightarrow} (A \cap B)' = A' \stackrel{-/۲۵}{\Rightarrow} A' \cup B' = A' \stackrel{-/۲۵}{\Rightarrow} B' \subseteq A'$
۱۱	$S = \{(x, y) : x \in \{1, 2, 3, 4\} \text{ و } y \in \{1, 2, 3, 4\}\}$ دارای ۱۶ عضو است. (۰/۵)
۱۲	الف) $A = \{(4, 6), (5, 5), (5, 6), (6, 4), (6, 5), (6, 6)\}$ (۰/۲۵) ب) $B = \{(2, 2), (2, 3), (2, 5), (3, 2), (3, 3), (3, 5), (5, 2), (5, 3), (5, 5)\}$ (۰/۲۵) پ) $C = A - B = \{(4, 6), (5, 6), (6, 4), (6, 5), (6, 6), (2, 2), (2, 3), (2, 5), (3, 2), (3, 3), (3, 5), (5, 2), (5, 3)\}$ (۰/۵)

ب) می دانیم: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ بنا براین

$$P(A' \cap B') = P((A \cup B)') = 1 - P(A \cup B) = 1 - P(A) - P(B) + P(A \cap B)$$

$$(\cdot / \Delta) P(B) = \frac{\lfloor \frac{200}{3} \rfloor - \lfloor \frac{200}{21} \rfloor}{200} = \frac{57}{200} \quad (\cdot / \Delta) P(A) = \frac{\lfloor \frac{200}{3} \rfloor + \lfloor \frac{200}{7} \rfloor - \lfloor \frac{200}{21} \rfloor}{200} = \frac{94}{200} \text{ (الف)}$$

$$(\cdot / \Delta) P(A') = 1 - P(A) = 1 - \frac{94}{200} = \frac{106}{200} \text{ (ب)}$$

$$P(\{e\}) = 1 - P(B) = 1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5} \quad (\cdot / \Delta)$$

$$\Rightarrow P(C) = P(A) + P(\{e\}) = \frac{2}{7} + \frac{2}{5} = \frac{24}{35} \quad (\cdot / \Delta) \Rightarrow P(C') = 1 - \frac{24}{35} = \frac{11}{35} \quad (\cdot / \Delta)$$

$$P(a) + P(a) + 2P(a) + 4P(a) = 1 \quad (\cdot / \Delta) \text{ بنا براین}$$

$$(\cdot / \Delta) \text{ در نتیجه } P(d) = \frac{4}{6}, P(c) = \frac{2}{6}, P(b) = P(a) = \frac{1}{6}$$