

محل مهر یا امضاء مدیر

سؤال

ساعت امتحان: ۸ صبح

وقت امتحان: ۹۰ دقیقه

تاریخ امتحان: ۹۵/۱۰/۱۱

نام واحد آموزشی: دبیرستان سراي دانش نوبت امتحانی: اول

نام پدر: رشته: چهارم تجربی

نام دبیر: سال تحصیلی: ۹۵-۹۶

ش صندلی (ش داوطلب):

نام و نام خانوادگی:

سؤال امتحان درس: ریاضیات عمومی

ردیف	سوال	بارم
۱	در جعبه اول ۴ مهره سفید و ۳ مهره سیاه و در جعبه دوم ۳ مهره سفید و ۶ مهره سیاه موجود است. به تصادف یکی از جعبه‌ها را انتخاب کرده و دو مهره بیرون می‌آوریم. با کدام احتمال هر دو مهره سفید است؟	۱/۵
۲	در پرتاب یک سکه اگر رو بیاید یک تیرانداز مجاز است ۵ تیر رها کند و اگر پشت بیاید ۳ تیر رها کند. می‌دانیم احتمال اصابت هر تیر رها شده $\frac{3}{5}$ است. با کدام احتمال فقط یک تیر اصابت می‌کند؟	۲
۳	هر یک از ارقام ۱, ۲, ۳, ۴, ۵ بر روی ۵ کارت یکسان نوشته شده است. به تصادف سه کارت از آن‌ها را کنار هم قرار می‌دهیم. با کدام احتمال عدد سه رقمی حاصل مضرب ۳ است؟	۲
۴	اگر $\alpha$ و $\beta$ ریشه‌های $2x^2 - 3x - 4 = 0$ باشند مجموعه جواب کدام معادله به صورت $\left\{ \frac{1}{\alpha} + 1, \frac{1}{\beta} + 1 \right\}$ است؟	۱/۵
۵	نمودار تابع $y = [x^2]$ روی بازه‌ی $x \in (-2, 2)$ از چند پاره‌خط تشکیل شده است؟	۱/۵
۶	تابع با ضابطه‌ی $f(x) =  2x - 6  -  x + 1 $ در یک بازه صعودی است. ضابطه‌ی معکوس آن در این بازه کدام است؟	۱/۵
۷	دنباله‌ی $a_n = \frac{7 + 4^{n-1}}{2 + 4^n}$ از نظر کران‌داری و یکنوایی چگونه است؟	۱/۵
۸	به ازای یک مقدار $x$ اعداد $x^2 - 2$ و $2x$ و $x^2 + 4$ سه جمله‌ی اول یک تصاعد هندسی نزولی‌اند. مجموع ۷ جمله اول این دنباله کدام است؟	۱/۵
۹	کارایی عادی در کارخانه‌ای پس از $t$ ماه روزانه به تعداد $f(t) = 90 - 4e^{-0.2t}$ واحد است. پس از چند ماه تجربه کاری، روزانه ۷۰ واحد را کامل می‌کند؟ $\ln 2 = 0.69$	۱/۵
۱۰	جواب کلی $2 \cos^2 x + 2 \sin x \cos x = 1$ به کدام صورت است؟	۱/۵
۱۱	در تابع $f(x) = \frac{x-1}{\sqrt{x}}$ آهنگ متوسط تغییر تابع نسبت به تغییر متغیر $x$ در نقطه‌ی $x = 1$ با نمو ۰/۴۴ از آهنگ لحظه‌ای تابع در این نقطه چقدر کمتر است؟	۲
۱۲	در تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{1 + \cos x} & x > 0 \\ \sin 2x & x \leq 0 \end{cases}$ مقدار $f'_-(0) - f'_+(0)$ کدام است؟	۲
۲۰	جمع کل	موفق باشید

پاسخنامه سفید داده شود.

ساعت امتحان: ۸ صبح تاریخ امتحان: ۹۵/۱۰/۱۱ تعداد برگ راهنمای تصحیح: ۱ برگ	نام واحد آموزشی: دبیرستان غیردولتی دخترانه سرای دانش نام دبیر: سال تحصیلی: ۹۵ - ۹۶	راهنمای تصحیح درس: ریاضی عمومی نوبت امتحانی: اول رشته: چهارم تجربی
--	--	--

۱/۵	$P(A) = \frac{1}{2} \times \frac{\binom{4}{2}}{\binom{7}{2}} + \frac{1}{2} \times \frac{\binom{3}{2}}{\binom{9}{2}}$	۱
۲	$\frac{1}{2} \times \binom{5}{1} \binom{3}{5} \binom{2}{5}^4 + \frac{1}{2} \binom{3}{1} \binom{3}{5} \binom{2}{5}^2$	۲
۲	$\frac{4 \times 3!}{\binom{3}{5} + 3!} = 0.4$	۳
۱/۵	$\frac{1}{x} + 1 = X \rightarrow x = \frac{1}{X-1} \quad 2\left(\frac{1}{x-1}\right)^2 - 3\left(\frac{1}{x-1}\right) - 4 = 0 \rightarrow 2 - 3(X-1) - 4(X-1)^2 = 0 \rightarrow -4X^2 + 5X + 1 = 0$	۴
۱/۵		۵
۱/۵	$x \geq 3 \rightarrow y = 2x - 6 - x - 1 = 9x - 7 \rightarrow x = y + 7 \rightarrow f^{-1}(x) = x + 7$ $y + 7 \geq 3 \rightarrow x \geq -4$	۶
۱/۵	$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \frac{1}{4} \rightarrow \text{کراندار} \rightarrow \text{همگرا}$ $a_1 = \frac{n}{6}, \dots, a_\infty = \frac{1}{4} \rightarrow \text{نزولی}$	۷
۱/۵	$4x^2 = (x^2 - 2)(x^2 + 4) \rightarrow \text{تغییر متغیر } x = 2 \rightarrow 1, 4, 2, \dots \quad S_y = 1 \times \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^y}{1 - \frac{1}{2}}$	۸
۱/۵	$70 = 90 - 40e^{-0.2t} \rightarrow e^{-0.2t} = \frac{1}{2} \rightarrow -0.2t = -0.69 \rightarrow t = 3.45$	۹
۱/۵	$2 \sin x \cos x = 1 - 2 \cos^2 x \rightarrow \sin 2x = \cos 2x \rightarrow \tan 2x = 1$ $2x = k\pi + \frac{\pi}{4} \rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{8}$	۱۰
۲	$\frac{f(1/44) - f(1)}{0.44} = \frac{0.44}{\sqrt{1/44}} = \frac{0.44}{0.44} = 1 = \frac{5}{5}$ $f'(1) = \frac{1}{\sqrt{x}} \xrightarrow{x=1} 1 - \frac{5}{6} = \frac{1}{6}$	۱۱
۲	$f'_+(0) = \frac{\cos x}{1 + \cos x} \xrightarrow{x=0} f'_+(0) = \frac{1}{2} \rightarrow 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$ $f'_-(0) = +2 \cos 2x \xrightarrow{x=0} f'_-(0) = 2$	۱۲
۲۰	جمع کل	موفق باشید



هم کلاسی  
[Hamkelasi.ir](http://Hamkelasi.ir)

نام درس: ریاضی

تاریخ امتحان: ۱۳۹۵/۱۰/۱۱

ساعت امتحان: ۸ صبح

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران

مدیریت منطقه ۳

دبیرستان دوره اول/دوم دخترانه / پسرانه

امتحانات پایان ترم اول سال تحصیلی ۹۶-۱۳۹۵

نام و نام خانوادگی: .....

پایه و رشته: چهارم تجربی

نام پدر: .....

شماره داوطلب: .....

ردیف	سوالات	محل مهر و امضاء مدیر	بارم
۱	از ۱۰ عدد گردوی موجود ۴ عدد پوک است. اگر ۳ گردو را از بین آن‌ها انتخاب کنیم مطلوبست احتمال آن که: الف- هر سه گردو سالم باشند؟ ب- حداقل ۲ تا از گردوها سالم باشند؟	۰/۷۵ ۰/۷۵	۱
۲	احتمال این که شخصی ناراحتی قلبی داشته باشد ۲۳٪ و ناراحتی کلیه داشته باشد ۲۴٪ و دست کم یکی از این دو نوع بیماری را داشته باشد ۳۸٪ است. احتمال این که هر دو نوع بیماری را داشته باشد چقدر است؟	۱	۱
۳	اگر $A$ و $B$ دو پیشامد مستقل باشند و $P(A) = 2P(B)$ و $P(A \cup B) = \frac{4}{9}$ باشد، $P(A)$ را بیابید؟	۱	۱
۴	در یک کلاس ۲۰٪ دانش‌آموزان در امتحان ریاضی نمره‌ی کامل گرفته‌اند و ۱۵٪ آن‌ها در امتحان زیست نمره‌ی کامل اخذ کرده‌اند و ۱۰٪ در هر دو درس نمره‌ی کامل گرفته‌اند. احتمال این که دانش‌آموزی از این کلاس نمره‌ی زیست را کامل گرفته باشد به شرط آن که نمره‌ی ریاضی را نیز کامل اخذ کرده باشد چقدر است؟	۱	۱
۵	احتمال این که دانش‌آموزی در یک آزمون موفق شود ۰/۶ است. اگر ۳ نفر با شرایط یکسان در این آزمون شرکت کنند، احتمال این که حداقل ۲ نفر از آن‌ها موفق شوند چقدر است؟	۱	۱
۶	معادله‌ی درجه‌ی دومی را بنویسید که ریشه‌های آن معکوس ریشه‌های معادله‌ی $5x^2 - 3x - 4 = 0$ باشد؟	۱	۱
۷	برای هر دو عدد حقیقی $a$ و $b$ رابطه‌ی $ a + b  \leq  a  +  b $ را ثابت کنید؟	۱	۱
۸	دامنه‌ی تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \frac{\sqrt{1-x^2}}{[x]}$ را بیابید؟	۱	۱
۹	تابع $f(x) = \begin{cases} x+1 & x < -2 \\ 1 & -2 < x < 1 \\ -2x & 1 < x \end{cases}$ را رسم نموده و بازه‌هایی که در آن‌ها تابع صعودی، نزولی یا ثابت است را مشخص کنید؟	۱	۱

نام درس: ریاضی

تاریخ امتحان: ۱۳۹۵/۱۰/۱۱

ساعت امتحان: ۸ صبح

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران

مدیریت منطقه ۳

دبیرستان دوره اول/دوم دخترانه / پسرانه

امتحانات پایان ترم اول سال تحصیلی ۹۶-۱۳۹۵

نام و نام خانوادگی: .....

پایه و رشته: چهارم تجربی

نام پدر: .....

شماره داوطلب: .....

ردیف	سوالات	محل مهر و امضاء مدیر	بارم
۱۰	دو تابع $f(x) = 3x - a$ و $g(x) = ax + 3b$ را در نظر بگیرید، مقادیر $a$ و $b$ را به گونه‌ای بیابید که $f \circ g(x) = 3x - 1$ باشد؟		۱
۱۱	مجموع چند جمله‌ی اول $6, -12, 24, \dots$ برابر $126$ است؟		۱
۱۲	تویی در اختیار داریم که از هر ارتفاعی که رها شود، پس از زمین خوردن به اندازه‌ی $\frac{1}{3}$ ارتفاع اولیه‌ی خود بالا می‌رود. فرض کنید این توپ را از زمین به هوا پرتاب کرده‌ایم تا به ارتفاع ۵ متری برسد، می‌خواهیم بدانیم پس از شروع پرتاب تا زمان ایستادن، این توپ چه مسافتی طی می‌کند؟		۱
۱۳	اعداد حقیقی $x$ و $y$ را طوری بیابید که:	$\begin{cases} x + y = 7 \\ \ln x + \ln y = \ln 12 \end{cases}$	۱
۱۴	جواب کلی $\sin x - 2 \sin^2 x = 0$ را بدست آورید؟		۱
۱۵	مشتق‌پذیری تابع $f(x) = \begin{cases} -3x^2 + 6x + 2 & x \geq 2 \\ 4\sqrt{x+2} - 3x & x < 2 \end{cases}$ را در نقطه‌ی $x = 2$ بررسی کنید؟		۱
۱۶	مشتق هر یک از توابع زیر را تعیین کنید؟ (نیازی به ساده کردن نیست)	الف) $y = (x^4 - \sqrt{x})^5$ ب) $y = \sin(e^{x^2} + e^{2x} + 1)$	۲
۱۷	معادله‌ی خط مماس بر منحنی به معادله‌ی $y = \frac{x^2+2}{x^2+x+1}$ را در نقطه‌ای به طول صفر تعیین نمایید؟		۱
۱۸	معادله‌ی خط قائم بر منحنی $8 = 2x^2 - y + xy^2$ را در نقطه‌ی $(-2, 0)$ بنویسید؟		۱

نام درس: کلید ریاضی  
تاریخ امتحان: ۱۳۹۵/۱۰/۱۱  
ساعت امتحان: ۸ صبح  
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران  
مدیریت منطقه ۳  
دبیرستان دوره اول/دوم دخترانه / پسرانه  
کلید امتحانات پایان ترم اول سال تحصیلی ۹۶-۱۳۹۵

نام و نام خانوادگی: .....  
پایه و رشته: چهارم تجربی  
نام پدر: .....  
شماره داوطلب: .....

ردیف	کلید سوالات	محل مهر و امضاء مدیر	بارم
۱	الف- ب-	$n(s) = \binom{10}{3} = \frac{10!}{7!3!} = 120$ $n(A) = \binom{6}{3} = \frac{6!}{3!3!} = 20 \rightarrow P(A) = \frac{20}{120} = \frac{1}{6}$ $n(B) = \binom{6}{2} \binom{4}{1} + \binom{6}{3} = 80 \rightarrow P(B) = \frac{80}{120} = \frac{2}{3}$	
۲		$P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = 0.23 + 0.24 - 0.38 = 0.09$	
۳		$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ $= P(A) + \frac{1}{2}P(A) - P(A) \times \frac{1}{2}P(A)$ $\frac{4}{9} = \frac{3}{2}P(A) - \frac{1}{2}P^2(A) \rightarrow P(A) = \frac{1}{3}$	
۴		$P(B A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{0.10}{0.20} = \frac{1}{2}$	
۵		$\binom{3}{2} \times (0.16)^2 \times (0.4) + \binom{3}{3} \times (0.6)^3 \times (0.4)^0 = 0.648$	
۶		$\Delta x^2 - 3x - 4 = 0 \rightarrow \begin{cases} S_{\text{قدیم}} = \frac{3}{5} \\ P_{\text{قدیم}} = -\frac{4}{5} \end{cases}$ $S_{\text{جدید}} = \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha \cdot \beta} = \frac{S}{P} = -\frac{3}{4}$ $P_{\text{جدید}} = \frac{1}{\alpha} \times \frac{1}{\beta} = \frac{1}{\alpha \cdot \beta} = \frac{1}{P} = -\frac{5}{4} \rightarrow x^2 + \frac{3}{4}x - \frac{5}{4} = 0 \rightarrow 4x^2 + 3x - 5 = 0$	

نام درس: کلید ریاضی

تاریخ امتحان: ۱۳۹۵/۱۰/۱۱

ساعت امتحان: ۸ صبح

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران

مدیریت منطقه ۳

دبیرستان دوره اول/دوم دخترانه / پسرانه

کلید امتحانات پایان ترم اول سال تحصیلی ۹۶-۱۳۹۵

نام و نام خانوادگی: .....

پایه و رشته: چهارم تجربی

نام پدر: .....

شماره داوطلب: .....

	$\begin{cases} - a  \leq a \leq  a  \\ - b  \leq b \leq  b  \end{cases} \rightarrow \text{جمع} \rightarrow - a  -  b  \leq a + b \leq  a  +  b  \rightarrow  a + b  - ( a  +  b ) \leq a + b \leq  a  +  b  \leq  a  +  b $	۷
	$1 - x^2 \geq 0 \rightarrow -1 \leq x \leq 1$ $[x] \neq 0 \rightarrow R - [0, 1) \rightarrow \cap \rightarrow D_f = [-1, 0) \cup \{1\}$	۸
	<p><math>x &lt; -2 \rightarrow</math> صعودی</p> <p><math>-2 \leq x \leq 1 \rightarrow</math> ثابت</p> <p><math>1 &lt; x \rightarrow</math> نزولی</p>	۹
	$f \circ g(x) = f(g(x)) = f(ax + 3b) = 3(ax + 3b) - a$ $f \circ g(x) = 3ax + 9b - a = 3x - 1 \rightarrow \begin{cases} 3a = a \rightarrow a = 1 \\ 9b - a = -1 \rightarrow b = 0 \end{cases}$	۱۰
	$S_n = \frac{a_1(1 - q^n)}{1 - q} \rightarrow -126 = \frac{6(1 - (-2)^n)}{1 - (-2)} \rightarrow 64 = (-2)^n \rightarrow n = 6$	۱۱
	$S_n = \frac{a_1}{1 - q} = \frac{10}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{30}{2} = 15$	۱۲
	$\begin{cases} x + y = 7 \rightarrow y = 7 - x \\ \ln x + \ln y = \ln 12 \rightarrow \ln x \cdot y = \ln 12 \rightarrow x \cdot y = 12 \\ x(7 - x) = 12 \rightarrow x^2 - 7x + 12 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 3 \rightarrow y = 4 \\ x = 4 \rightarrow y = 3 \end{cases} \end{cases}$	۱۳

$2\sin^2 x - \sin x = 0 \rightarrow \sin x(2\sin^2 x - 1) = 0$ $\sin x = 0 \rightarrow x = k\pi$ $2\sin^2 x - 1 \rightarrow \sin^2 x = \frac{1}{2} \rightarrow \begin{cases} \sin x = \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{4} \\ x = 2k\pi + \frac{3\pi}{4} \end{cases} \\ \sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi - \frac{\pi}{4} \\ x = 2k\pi + \frac{5\pi}{4} \end{cases} \end{cases}$	<p>۱۴</p>
<p><math>x = 2</math> پیوستگی در</p> $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (-3x^2 + 6x + 2) = 2$ $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (4\sqrt{x+2} - 3x) = 2 \rightarrow x = 2 \text{ پیوسته است}$ <p>مشتق چپ و راست</p> $f'_+(2) = -6x + 6 = -12 + 6 = -6$ $f'_-(2) = 4\left(\frac{1}{2\sqrt{x+2}}\right) - 3 = 4 \times \frac{1}{2 \times 2} - 3 = -2$ <p><math>f'_+(2) \neq f'_-(2)</math> تابع در <math>x = 2</math> مشتق پذیر نیست</p>	<p>۱۵</p>
<p>الف) <math>y' = 5\left(4x^3 - \frac{1}{2\sqrt{x}}\right) \times (x^4 - \sqrt{x})^4</math></p> <p>ب) <math>y' = (2xe^{x^2} + 2e^{2x}) \times \cos(e^{x^2} + e^{2x} + 1)</math></p>	<p>۱۶</p>
<p><math>x = 0 \rightarrow y = \frac{0+2}{0+1} = 2 \rightarrow A(0,2)</math></p> $m = f'(x) = \frac{2x(x^2 + x + 1) - (2x + 1)(x^2 + 2)}{(x^2 + x + 1)^2}$ <p><math>m = f'(1) = -2</math></p> <p><math>y - 2 = -2(x - 0) \rightarrow y = -2x + 2</math></p>	<p>۱۷</p>
$y' = -\frac{f'_x}{f'_y} = -\frac{4x + y^2}{-1 + 2xy} \xrightarrow{(-2,0)} m = -\frac{4 \times (-2)}{-1} = -8$ $m' = -\frac{1}{m} = -\frac{1}{-8} = \frac{1}{8}$ <p>معادله ی خط قائم:</p> $y - 0 = \frac{1}{8}(x + 2) \rightarrow y = \frac{1}{8}x + \frac{1}{4}$	<p>۱۸</p>





هم کلاسی  
[Hamkelasi.ir](http://Hamkelasi.ir)

نام خانوادگی:	اداره‌ی کل آموزش و پرورش شهر تهران (منطقه‌ی ۱۲)	نام درس: ریاضی عمومی
کلاس: چهارم دبیرستان	دبیرستان و پیش‌دانشگاهی غیر دولتی	نام دبیر: آقای بیگی
رشته: تجربی	امتحانات نوبت اول سال تحصیلی ۹۶-۹۵	تاریخ امتحان: ۹۵/۱۰/۱۱
شماره صندلی:		ساعت امتحان: ۸ صبح
		مدت امتحان: ۹۰ دقیقه

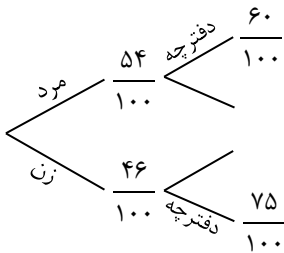
ردیف	سؤالات	نمره
۱	از بین ۳ کارت سفید و ۴ کارت سبز یکسان، به تصادف یک کارت بدون جایگذاری بیرون می‌آوریم، سپس کارت دوم را خارج می‌کنیم، با کدام احتمال هر دو کارت هم‌رنگ هستند؟	۲
۲	در یک روستا ۵۴ درصد جمعیت را مردان و ۴۶ درصد را زنان تشکیل می‌دهند، اگر ۶۰ درصد مردان و ۷۵ درصد زنان دفترچه سلامت داشته باشند، با کدام احتمال یک فرد انتخابی به تصادف از بین آنها، دفترچه سلامت دارد؟	۲
۳	احتمال انتقال نوعی بیماری مُسری به افراد مستعد برابر $\frac{۰}{۲}$ است. اگر ۵ نفر مستعد با فردی که حامل این بیماری است ملاقات کنند، با کدام احتمال ۳ نفر آنان مبتلا می‌شوند؟	۱/۵
۴	اگر $\alpha$ و $\beta$ ریشه‌های معادله‌ی $۰ = ۲x^2 - ۳x - ۴$ باشند، معادله‌ای تشکیل دهید که ریشه‌هایش به صورت $\left\{ \frac{1}{\alpha} + 1, \frac{1}{\beta} + 1 \right\}$ باشد؟	۱/۵
۵	به ازای کدام مجموعه مقادیر $a$ ، نمودار تابع $f(x) = ax^2 + (a + ۳)x - ۱$ محور $x$ ها را در دو نقطه به طول‌های منفی قطع می‌کند؟	۱/۵
۶	مجموعه جواب نامعادله‌ی $ x - ۲  < ۲x - x^2$ را به دست آورید؟	۱/۵
۷	در تابع با ضابطه‌ی $f(x) = x^2 - ۲[x]$ ، مقدار $f\left(-\frac{1}{3}f(\sqrt{3})\right)$ را به دست آورید؟	۰/۵
۸	ضابطه‌ی معکوس تابع $y = ۲ - \sqrt{x - ۱}$ به کدام صورت است؟ (دامنه تابع معکوس را نیز تعیین کنید.)	۱/۵
۹	به ازای یک مقدار $x$ ، اعداد $۸ - x$ ، $x$ و $۱۲ + x$ به ترتیب سه جمله‌ی اول دنباله‌ی هندسی نزولی‌اند، حد مجموع جملات این دنباله کدام است؟	۲
۱۰	دنباله‌ای با جمله عمومی $a_n = \frac{۷+۴n-۱}{۲+۴n}$ را از نظر کرانداری و بیکرانی و صعودی یا نزولی بودن بررسی کنید؟	۱/۵
۱۱	جواب کلی معادله‌ی مثلثاتی $۲\cos^2 x + ۲\sin x \cdot \cos x = ۱$ را به دست آورید؟	۱/۵
۱۲	از دو معادله‌ی $۷۲ = ۲^x + ۴^x$ و $\log(x + ۱) + \log(۲y + x^2) = ۲$ مقدار $y$ کدام است؟	۱/۵
۱۳	در شروع یک نوع کشت ۱۴۰۰ باکتری موجود است، تعداد باکتری‌ها پس از $t$ دقیقه بصورت $f(t) = A \cdot e^{0.۰۴t}$ است، پس از چند دقیقه ۷۰۰۰ باکتری موجود است؟ ( $\ln 5 = 1/۶۸$ )	۱/۵
۲۰	موفق باشید.	جمع نمره

« پاسخنامه »

-۱

$$P(A) = \left(\frac{3}{5} \times \frac{1}{6}\right) + \left(\frac{4}{5} \times \frac{3}{6}\right) = \frac{1}{5} + \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$$

-۲



$$P(A) = \left(\frac{54}{100} \times \frac{60}{100}\right) + \left(\frac{46}{100} \times \frac{75}{100}\right) = \frac{669}{1000} = 0.669$$

-۳

$$P = \frac{2}{10} \Rightarrow 1 - P = \frac{8}{10}, n = 5, k = 3$$

$$P(x = k) = \binom{n}{k} (P)^k \cdot (1 - P)^{n-k}$$

$$P(x = 3) = \binom{5}{3} \left(\frac{2}{10}\right)^3 \left(\frac{8}{10}\right)^2 = 10 \times \frac{8}{1000} \times \frac{64}{1000} = \frac{512}{1000} = 0.512$$

-۴

$$2x^2 - 3x - 4 = 0 \quad \left\{ \frac{1}{\alpha} + 1, \frac{1}{\beta} + 1 \right\}$$

$$\begin{cases} S = \frac{3}{2} \\ P = -\frac{4}{2} = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} S' = \frac{1}{\alpha} + 1 + \frac{1}{\beta} + 1 = \frac{\beta + \alpha}{\alpha\beta} + 2 = \frac{S}{P} + 2 = \frac{3}{2} - 2 = -\frac{1}{2} \\ P' = \frac{1}{\alpha} + 1 + \frac{1}{\beta} + 1 = 1 + \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} + \frac{1}{\alpha\beta} = 1 + \frac{\beta + \alpha}{\alpha\beta} + \frac{1}{\alpha\beta} = 1 + \frac{S}{P} + \frac{1}{P} \end{cases}$$

$$\Rightarrow P' = 1 + \frac{3}{-2} + \frac{1}{-2} = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow x^2 - S'x + P' = 0 \Rightarrow x^2 - \frac{1}{2}x - \frac{1}{2} = 0 \Rightarrow x^2 - \frac{1}{2}x - \frac{1}{2} = 0$$

-۵

$$f(x) = ax^2 + (a+3)x - 1$$

$$\begin{cases} \Delta > 0 \\ \frac{c}{a} > 0 \\ -\frac{b}{a} < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (a+3)^2 + 4a > 0 \Rightarrow a^2 + 10a + 9 > 0 \Rightarrow a < -9 \text{ یا } a > -1 \quad (I) \\ \frac{-1}{a} > 0 \Rightarrow a < 0 \quad (II) \\ \frac{-a-3}{a} < 0 \Rightarrow a < -3 \text{ یا } a > 0 \quad (III) \end{cases}$$

$$\text{اشتراک } I, II, III \Rightarrow a \in (-\infty, -9)$$

-۶

$$x^2 - 2x < |x - 2|$$

$$x \geq 2 \Rightarrow x^2 - 2x < x - 2 \Rightarrow x^2 - 3x + 2 < 0 \quad \begin{array}{c} + \quad | \quad - \quad | \quad + \\ \bullet \quad \bullet \end{array} \Rightarrow (1, 2) \Rightarrow \emptyset$$

$$x < 2 \Rightarrow x^2 - 2x < -x + 2 \Rightarrow x^2 - x - 2 < 0 \quad \begin{array}{c} - \quad | \quad + \\ \bullet \quad \bullet \end{array} \Rightarrow (-1, 2) \Rightarrow (-1, 2)$$

$$\text{مجموعه جواب نهایی} = \emptyset \cup (-1, 2) = (-1, 2)$$

$$f(x) = x^2 - 2[x] \quad , \quad f\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}f(\sqrt{3})\right)$$

$$f(\sqrt{3}) = 3 - 2(1) = 1 \Rightarrow f\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}, \cdot\right) = f\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = \frac{1}{3} - 2(-1) = \frac{7}{3}$$

$$y = 2 - \sqrt{x-1} \quad D_f = [1, +\infty) \Rightarrow R_f = (-\infty, 2]$$

$$\Rightarrow \sqrt{x-1} = 2 - y \Rightarrow x - 1 = 4 + y^2 - 4y \Rightarrow x = y^2 - 4y + 5$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = x^2 - 4x + 5 \Rightarrow D_{f^{-1}} = (-\infty, 2]$$

۱۲ + x, x, ۸ - x      دنباله صعودی و نزولی

$$x^2 = (12 + x)(8 - x) \Rightarrow x^2 = 96 - 12x + 8x - x^2 \Rightarrow 2x^2 + 4x - 96 = 0$$

$$x^2 + 2x - 48 = 0 \Rightarrow (x + 8)(x - 6) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -8 & \text{غ ق ق} \\ x = 6 & \text{ق ق} \end{cases}$$

$$(18, 6, 2) \Rightarrow \begin{cases} a_1 = 18 \\ q = \frac{6}{18} = \frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow S_\infty = \frac{a_1}{1 - q} = \frac{18}{1 - \frac{1}{3}} = 27$$

$$a_n = \frac{7 + 4^{n-1}}{2 + 4^n}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7 + 4^{n-1}}{2 + 4^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4^{n-1}}{4^n} = \frac{1}{4} \quad \text{کراندار} \Rightarrow \text{همگرا}$$

$$a_1 = \frac{8}{6} \quad \text{و} \quad a_2 = \frac{11}{18} \quad \text{و} \dots \quad \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \frac{1}{4}$$

$$2\cos^2 x + 2\sin x \cdot \cos x = 1$$

$$2\cos^2 x - 1 + 2\sin x \cdot \cos x = 0 \Rightarrow \cos 2x + \sin 2x = 0$$

$$\sin 2x = -\cos 2x \Rightarrow \tan 2x = -1 \Rightarrow \tan 2x = \tan\left(-\frac{\pi}{4}\right)$$

$$2x = k\pi - \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{8}$$

$$\begin{cases} 4^x + 2^x = 72 \\ \log(x+1) + \log(2y+x^2) = 2 \end{cases}$$

$$\log(x+1) + \log(2y+x^2) = 2$$

$$(2^x)^2 + 2^x - 72 = 0 \Rightarrow (2^x + 9)(2^x - 8) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 2^x + 9 = 0 \Rightarrow 2^x = -9 & \text{غ ق ق} \\ 2^x - 8 = 0 \Rightarrow 2^x = 8 \Rightarrow x = 3 & \text{ق ق} \end{cases}$$

$$x = 3 \Rightarrow \log 4 + \log(2y+9) = 2 \Rightarrow \log(4y+36) = 2 \Rightarrow 4y+36 = 100$$

$$4y = 64 \Rightarrow y = 16$$

$$A = 1400 \quad f(t) = A \cdot e^{i \cdot 4t} \quad , \quad f(t) = 7000 \quad , \quad \text{Ln} \Delta \approx 1/68$$

$$7000 = 1400 \cdot e^{i \cdot 4t} \Rightarrow \Delta = e^{i \cdot 4t} \Rightarrow \text{Ln} \Delta = \text{Ln} e^{i \cdot 4t} \Rightarrow 1/68 = i \cdot 4t \Rightarrow t = \frac{1/68}{i \cdot 4} \Rightarrow t = 42 \text{ دقیقه}$$