



هم کلاسی
Hamkelasi.ir

ریاضی دهم

رشته های ریاضی و تجربی

جزوه کار

شامل خلاصه مطالب درسی و تعداد زیادی تمرین

تهیه و تنظیم: علی لطفی نژاد

با عضویت در کانال من، می توانید جواب سوالات ریاضی خود را حتی در شب امتحان نیز دریافت کنید

جزوه کامل - معلم همیشه همراه

فصل اول

مجموعه ، الگو و دنباله

✓ درس اول : مجموعه متناهی و نامتناهی

✓ درس دوم : متمم یک مجموعه

✓ درس سوم : الگو و دنباله

✓ درس چهارم : دنباله های حسابی و هندسی

درس اول: مجموعه های متناهی و نامتناهی

❖ آخر این درس باچی آشنا میشی

- ✓ آشنایی با مفاهیم مجموعه ها
- ✓ آشنایی با مفهوم بازه
- ✓ آشنایی با مفاهیم مجموعه های متناهی و نامتناهی

مجموعه های مهم

- a) $N = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$ مجموعه اعداد طبیعی
- b) $W = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ مجموعه اعداد حسابی
- c) $\{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$ مجموعه اعداد صحیح
- d) $Q = \left\{ \frac{a}{b} \mid a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0 \right\}$ اعداد گویا
- e) Q' تمام اعدادی که گویا نیستند
- f) $R = Q \cup Q'$



درسته که بگیم: $Q' \subset R$ و $Q \subset R$ و $Z \subset Q$ و $W \subset Z$ و $N \subset W$ ؟ آیا؟

بله درسته. آفرین

بازه ها

فرض کن a, b دو عدد حقیقی باشن که $a < b$ بگو خب! تمام اعداد بین a, b مجموعه ای تشکیل میدن که به اون بازه میگیریم.

مهمه که اعداد a, b توی مجموعه باشن یا نه؟

آفرین سوال خوبیه. مهمه و با توجه به این موضوع، بازه ها به سه دسته تقسیم میشن.

مجموعه	بازه	نام بازه
$\{x \in R \mid a < x < b\}$	(a, b)	باز
$\{x \in R \mid a \leq x < b\}$	$[a, b)$	نیم باز
$\{x \in R \mid a \leq x \leq b\}$	$[a, b]$	بسته

مجموعه R را چطوری میشه با بازه نشون داد؟

$$R = (-\infty, +\infty)$$

برای تعیین اجتماع و اشتراک و تفاضل دو بازه به این صورت عمل می کنیم:

ابتدا دو بازه را با فاصله در پایین و بالای یک محور مشخص می کنیم.

✓ اجتماع جایی از محور خواهد بود که حداقل یکی از دو بازه در آن قسمت دیده شود.

✓ اشتراک جایی است که هر دو بازه دیده شوند.

✓ تفاضل جایی است که فقط بازه اول باشد.

✓ متمم نیز جایی است که بازه مورد نظر نباشد

* برای تعیین مرکز و شعاع بازه (a, b)

- ✓ مرکز $\frac{a+b}{2}$
 ✓ شعاع $\frac{b-a}{2}$

❖ مجموعه های متناهی :

مجموعه ای است که تعداد آن را بتوان با یک عدد حسابی بیان کرد .

❖ مجموعه نامتناهی :

مجموعه ای که متناهی نباشد .

۱. کدام مجموعه زیر تهی است ؟

- (a) مجموعه اعداد فرد بین ۸ و ۱۰
 (b) مجموعه اعداد طبیعی زوج بین ۹ و ۱۱
 (c) مجموعه اعداد طبیعی مضرب ۳ بین ۱۳ و ۱۵
 (d) مجموعه اعداد طبیعی ۳ بین ۱۴ و ۱۶



۲. حاصل عبارات زیر را بیابید .

- a) $R - Q = ?$
 b) $Z - W = ?$
 c) $N - W = ?$
 d) $Q' - Q = ?$

۳. کدام گزینه نادرست است ؟

- a) $N \subset Z$
 b) $N \cap W = N$
 c) $Z \cap Q = R$
 d) $Z - Q = \emptyset$

۴. کدام یک از گزینه های زیر نادرست است؟

- a) $-32 \in \{4k: k \in \mathbb{Z}\}$
 b) $0 \notin \left\{\frac{1}{n}: n \in \mathbb{Z}\right\}$
 c) $\frac{4}{3} \notin \left\{\frac{1-a}{-a} + \frac{2}{a}: a \in \mathbb{N}\right\}$
 d) $\frac{7}{8} \in \left\{\frac{b}{b+1}: b \in \mathbb{N}\right\}$

۵. اگر $A_n = \{1, 2, 3, \dots, n\}$ باشد، در این صورت $n \geq 2$ و $\bigcup_{i=1}^n A_i$ کدام است؟

- a) A_1
 b) A_n
 c) $A_n - A_1$
 d) $A_n \cap A_1$

۶. اگر $A_n = \{1, 2, 3, \dots, n\}$ باشد، در این صورت $n \geq 3$ و $\bigcup_{i=1}^n A_i$ کدام است؟

- a) A_1
 b) A_n
 c) $A_n - A_1$
 d) $A_n \cap A_1$

۷. اگر $A_i = \left[\frac{-1}{i}, \frac{1}{i}\right]$ باشد، آن گاه $\bigcap_{i=1}^5 A_i$ کدام است؟

- a) $\left[\frac{-1}{5}, \frac{1}{5}\right]$
 b) $\left[\frac{-1}{2}, \frac{1}{5}\right]$
 c) $\left[\frac{1}{5}, 1\right]$
 d) $[-1, 1]$

۸. اگر $A_n = \left[\frac{1}{2}, 2^n\right]$ آن گاه حاصل $\bigcup_{n=1}^{10} (A_n - A_{n-1})$ کدام گزینه زیر است؟

- a) $[1, 2^9]$
 b) $[1, 2^{10}]$
 c) $[1, 2^9)$
 d) $(1, 2^{10}]$

شما می توانید با عضویت در کانال، سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد

۹. اگر $A_n = \{n, n + 1, \dots, 2n\}$ باشد، مجموعه $\bigcup_{n=10}^{15} A_n - \bigcap_{n=10}^{15} A_n$ چند عضو دارد؟

- a) ۱۴
- b) ۱۵
- c) ۱۶
- d) ۱۷

۱۰. اگر $A_i = \{m \in \mathbb{Z} : -1 \leq m \leq 8 - i\}$ مجموعه $\bigcup_{i=1}^8 A_i - \bigcap_{i=1}^8 A_i$ چند عضو دارد؟ (خارج ریاضی ۸۷)

- a) ۱۳
- b) ۱۴
- c) ۱۵
- d) ۱۶

۱۱. اگر $A_n = \{m \in \mathbb{Z} : |m| \leq n, 2^m \leq 2n\}$ و $n \in \mathbb{N}$ آنگاه مجموعه $(A_6 - A_4) \cup A_1$ چند عضو دارد؟ (ریاضی ۹۴)

- a) ۴
- b) ۵
- c) ۶
- d) ۷

۱۲. متناهی یا نامتناهی بودن مجموعه های زیر را مشخص کنید.

- (a) مجموعه اعداد هزار رقمی
- (b) مجموعه اعداد صحیح کوچکتر از ۱۹۰
- (c) بازه $[-2, 3]$
- (d) مجموعه اعداد گویای بین صفر و یک
- (e) مجموعه کلمات کتاب ریاضی دهم
- (f) مجموعه مضارب مثبت عدد ۵
- (g) مجموعه تمام زیر مجموعه های مجموعه N
- (h) مجموعه باقی مانده ها در تقسیم اعداد طبیعی بر عدد ۷

۱۳. جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.

شما می توانید با عضویت در کانال، سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد

- (a) اجتماع دو مجموعه متناهی یک مجموعه است .
 (b) اگر A متناهی و B نامتناهی باشد $A \cup B$ است .
 (c) اگر A دارای یک زیر مجموعه نامتناهی باشد A یک مجموعه است .

۱۴. برای هر قسمت مثال بزنید .
 (a) دو مجموعه نامتناهی مثال بزنید که اشتراک آنها نامتناهی باشد .
 (b) دو مجموعه نامتناهی مثال بزنید که اشتراک آنها متناهی باشد .

۱۵. درستی یا نادرستی احکام زیر را بررسی کنید .

a) $\sqrt{5} \in (-\infty, \sqrt{5})$

b) $-1395 \in (-\infty, -1396)$

c) $\emptyset \subset (-\pi, \pi)$

d) $\frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} \in [3,4]$

e) $3 \in [1, \sqrt{10}]$

f) $[0,1) \subset Q$

g) $\sqrt{-1} \in R$

h) $\frac{1-\pi}{2} \in (-1, \infty)$

i) $[-\sqrt{2}, \sqrt{2}] \subset Q'$

شما می توانید با عضویت در کانال ،سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد

j) $(-1,4) \cup (0,5) = (-1,5)$

k) $[-2,4] \cap (4,8) = \emptyset$

l) $[-2,1] = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 < x < 1\}$

m) $[-2,3) \cup (-2,3) = (-2,3)$

n) اگر $A \subset B$ و B مجموعه ای نا متناهی باشد آنگاه A متناهی است.

۱۶. بازه ی $[5,10] \cap ([6,9] \cup [-2,6])$ را به ساده ترین صورت بنویسید.

۱۷. حاصل عبارتهای زیر را یافته و جواب را روی محور نشان دهید.

a) $(-3,2) \cap (-1,4)$

b) $(-\infty, 5) \cup (-2,7)$

۱۸. اگر (-2) مرکز بازه (a, b) باشد و طول این بازه برابر ۷ باشد مقادیر a, b را بیابید.

۱۹. اگر $A = \{x \mid -3 < x \leq 2\}$ و $B = \{x \mid x \leq \frac{-3}{2}\}$ باشند هر یک از مجموعه های $A, B, A \cup B$ را به صورت بازه نمایش

دهید.

شما می توانید با عضویت در کانال ،سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد

۲۰. اگر $A_i = [-2i, 8 - i], i \in N$ باشد حاصل $\bigcup_{i=1}^4 A_i, \bigcap_{i=1}^4 A_i$ را بیابید.

۲۱. اگر $A_n = \{m \in Z | m \geq -n, 2^m \leq n\}, n \in N$ حاصل $\bigcup_{i=1}^4 A_i, \bigcap_{i=1}^4 A_i$ را بیابید.

۲۲. اگر $A_n = [-\frac{1}{n}, \frac{2n-1}{n}]$ باشد حاصل $A_1 \cap A_2 \cap A_3$ و $A_1 \cup A_2 \cup A_3$ را رسم کنید

۲۳. اگر $A = \{x \in R | -2 \leq x \leq 5\}, B = \{x \in R | x > 2\}$ باشد حاصل $A \cap B$ و $A \cup B$ را به صورت بازه نوشته و روی محور اعداد نمایش دهید.

۲۴. اگر $A = \{x | -3 < x \leq 2\}$ و $B = \{x | x \leq \frac{-3}{2}\}$ باشند هر یک از مجموعه های $A, B, A \cup B$ را به صورت بازه نمایش

دهید.

۲۵. اگر $A = (-3, 5]$, $B = (0, +\infty)$, $C = \{x \in \mathbb{R} | 1 < x < 2\}$ باشد حاصل عبارت های زیر را بیابید.

a) $(A \cap B) \cup C$

b) $A \cap B \cap C$

۲۶. اگر $A_n = (0, \frac{1}{n})$ باشد مطلوب است حاصل :

a) A_1 و A_2

b) $A_1 \cap A_2$ و $A_1 \cup A_2$

درس دوم: متمم یک مجموعه

❖ تواین درس چی یاد می گیری

- ✓ با مفاهیم مجموعه مرجع و متمم آشنا میشی
- ✓ یاد میگیری چطوری متمم را به دست بیاری
- ✓ تعداد اعضای اجتماع دو مجموعه را بدست میاری

❖ **مجموعه مرجع :** در هر موضوعی که صحبت می کنیم ،مجموعه ای که شامل همه مجموعه باشد را مجموعه مرجع

گوییم .

- ➔ یادت باشه این مجموعه را مجموعه اصلی یا مادر یا جهانی هم میگی و با حروف S,U,M نشون میدیم .
- توی نمایش به صورت نمودار ون ،این مجموعه به صورت مستطیل نمایش داده می شه .

شما می توانید با عضویت در کانال ،سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد

❖ تعداد عضوهای اجتماع دو مجموعه :

○ $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

❖ مجموعه های مجزا یا جدا از هم: به دو مجموعه که اشتراک نداشته باشن جدا از هم گوییم .



۱. درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید .

(a) اگر $A \subset B$ آنگاه $A' \subset B'$

(b) اگر Z مجموعه مرجع باشد $N' \cup W$ برابر Z میشود .

۲. در هر قسمت یک مجموعه و مجموعه مرجع داده شده است . مجموعه متمم را بیابید .

a) $A = \{2,4,6, \dots\}$ و $U = N$

b) $A = N$ و $U = Z$

c) $A = (-\infty, -3)$ و $U = R$

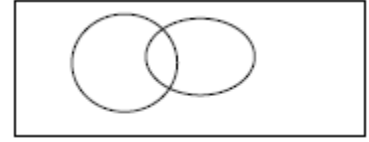
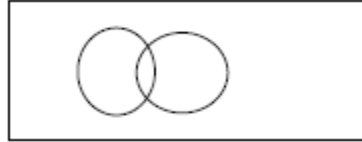
۳. جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید .

(a) اگر U مجموعه مرجع باشد و $A \subset U$ در این صورت به $U - A$ مجموعه A گوییم .

(b) اگر جمعیت بالای شش سال یک کشور که را با U نمایش دهیم و A مجموعه افراد با سواد باشد آنگاه A' مجموعه افراد است.

۴. در یک کلاس ۳۵ نفره بیست نفر به شنا و هجده نفر به فوتبال علاقه دارند . اگر هشت نفر به هر دو ورزش علاقه داشته باشند چند نفر فقط به فوتبال علاقه دارند .

۵. در یک کلاس ۴۵ نفره ۲۲ نفر به خط و ۱۸ نفر به نقاشی علاقمند هستند و ۸ نفر به هیچ کدام از این دو علاقه افرادی را بیابید:
- (a) به هر دو رشته علاقمند باشند .
- (b) فقط به خط علاقه داشته باشند .
- (c) با نام گذاری مناسب، جواب هر قسمت را روی شکل مشخص کنید .



۶. اگر داشته باشیم $U = \{1,2,3,4,5,6,7\}$, $A = \{3,4,5,6\}$, $B = \{1,2,3,4\}$ ، آنگاه $A' \cup B$ را بیابید .

۷. اگر داشته باشیم $n(U) = 50$, $n(A) = 30$, $n(B) = 20$, $n(A' \cap B') = 10$ باشد مقادیر زیر را بیابید .

- a) $n(A \cup B)$
 b) $n(A \cap B)$
 c) $n(A' \cap B)$

۸. فرض کنید که U مجموعه مرجع باشد در این صورت حاصل هر قسمت را بنویسید .

- a) $A \cup U$
 b) $A \cap U$
 c) $A \cap A'$
 d) \emptyset'
 e) U'

۹. در یک کلاس ۳۰ نفری، ۲۱ نفر به زبان انگلیسی، ۱۷ نفر به زبان فرانسه و ۱۰ نفر به هر دو زبان صحبت می کنند. در این کلاس چند نفر به هیچ یک از این دو زبان صحبت نمی کنند؟

۱۰. در یک مدرسه از ۸۰ دانش آموز سال اولی، ۳۰ نفر مجله A و ۴۵ نفر مجله B و ۱۲ نفر هیچ یک از دو مجله را نمی خوانند. چند نفر فقط مجله A را می خوانند؟

- a) 40
- b) 23
- c) 38
- d) 25

۱۱. در یک کلاس ۳۵ نفری، ۲۵ نفر در درس ریاضی و ۳۰ نفر در درس فیزیک قبول شده اند. در صورتی که ۳ نفر در هر دو درس تجدید شده باشند چند نفر در هر دو درس قبول شده اند؟

- a) ۲۰
- b) ۲۲
- c) ۲۳
- d) ۲۴

۱۲. کلاسی ۳۲ دانش آموز دارد. اگر ۱۳ نفر عضو تیم فوتبال و ۱۴ عضو تیم والیبال این کلاس باشند و ۱۰ عضو هیچ کدام از این تیم ها نباشند چند نفر فقط والیبال هستند؟

- a) ۵
- b) ۶
- c) ۸
- d) ۹

۱۳. مجموعه A دارای ۳۶ عضو و مجموعه B دارای ۲۸ عضو است. اشتراک آنها ۱۵ عضو دارد. اگر ۱۶ عضو از مجموعه A حذف شود. از اشتراک آنها ۹ عضو حذف شود تعداد اعضای اجتماع مجموعه جدید با مجموعه B کدام است؟

- a) 40

شما می توانید با عضویت در کانال، سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد

- b) 41
- c) 42
- d) 45

۱۴. اگر A مجموعه اعداد طبیعی که بر ۶ بخش پذیر باشد، B مجموعه اعداد طبیعی دو رقمی کمتر از 40 که بخش پذیر بر ۳ باشند مجموعه $B-A$ چند عضو دارد؟ (انسانی خارج ۹۵)

- a) ۴
- b) ۵
- c) ۶
- d) ۷

۱۵. اجتماع دو مجموعه A, B دارای 40 عضو است. مجموعه های $(A-B), (B-A)$ به ترتیب 12 و 18 عضو دارند. اگر از هر یک از مجموعه های A, B ۹ عضو برداشته شود، از مجموعه اشتراک آنها ۴ عضو کم می شود تعداد عضو های اجتماع دو مجموعه جدید کدام است؟

- a) 22
- b) 23
- c) 24
- d) 26

۱۶. در یک کلاس 40 نفری، 18 نفر در فوق برنامه هنری و 21 نفر در فوق برنامه علمی شرکت کرده اند. اگر 9 نفر آنها در این دو برنامه شرکت نکرده باشند چند نفر آنان در هر دو برنامه شرکت کرده اند؟

- a) 5
- b) 6
- c) 7
- d) 8

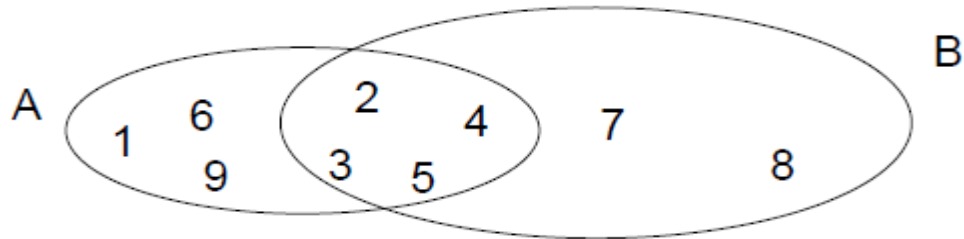
۱۷. در یک کلاس 32 نفری، 17 نفر در درس ریاضی و 15 نفر در درس عربی قبول شده اند. اگر 6 نفر هم در درس ریاضی و هم در درس عربی قبول شده باشند چند نفر در هیچ یک از دو درس ریاضی و عربی قبول نشده اند؟

- a) 4
- b) 5
- c) 6

d) 7

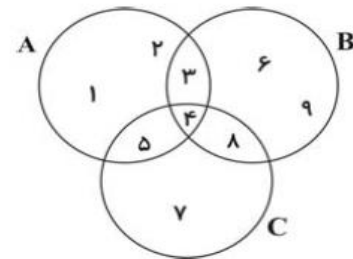
۱۸. با توجه به شکل مقابل اشتراک دو مجموعه $(B - A) \cup (B \cap A)$ و $(B - A) \cap (B \cup A)$ چند عضو دارد؟

- a) 2
- b) 3
- c) 4
- d) 5



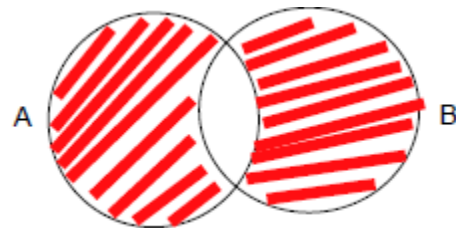
۱۹. با توجه به شکل زیر، اجتماع دو مجموعه $B - (B - A), C - (C - A)$ کدام است؟

- a) {2,3,4}
- b) {3,4,5}
- c) {4,5,8}
- d) {3,4,8}



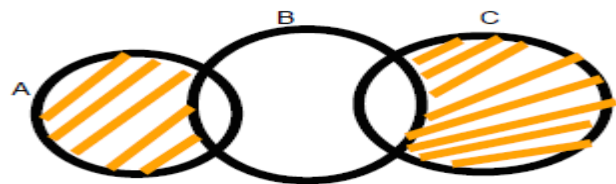
۲۰. در شکل مقابل ناحیه هاشور خورده متناظر کدام عبارات مجموعه ای می باشد؟

- a) $A - B$
- b) $B - A$
- c) $(A \cup B) - (A \cap B)$
- d) $(A \cup B) - A$



۲۱. عبارت مجموعه ای متناظر ناحیه هاشور خورده در شکل زیر کدام است؟

- a) $(A - B) \cup C$
- b) $(C - B) \cup A$
- c) $(A \cup C) - B$
- d) $(A \cup B \cup C) - (A \cap B)$



شما می توانید با عضویت در کانال، سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد

۲۲. اگر $A = \left\{x: x \in N, \frac{2x-1}{3} < 7\right\}$, $B = \{2^x: x \in W, x \leq 4\}$ باشد مجموعه $(A \cup B) - (A \cap B)$ چند عضو دارد؟

- a) 4
- b) 5
- c) 7
- d) 11

درس ۳: الگو و دنباله

❖ مطالبی که باید تو این درس به اونها مسلط بشی

آشنایی با مفهوم الگو

الگوی خطی

یافتن جمله عمومی برای الگو

❖ به نظر شما الگو چیه ؟

☞ منظور از الگو یک ساختار منظم از اشکال ، تصاویر و نماد ها یا اعداد می باشد .

☞ خیلی خوب .درسته

❖ جمله عمومی : تو بعضی الگو ها میتونیم یه رابطه پیدا کنیم که به اون وسیله هر جمله را پیدا کنیم

که به اون میگی جمله عمومی .

❖ الگو خطی

به طور کلی الگو هایی که جمله عمومی به صورت $a_n = an + b$ دارند الگوی خطی نامیده می شوند .

☞ چرا به این نوع الگو خطی میگی ؟

☞ چون اگر نمودار این الگو را روی محور های مختصات بکشی شکل یک خط به دست میاد .

❖ دنباله :هر تعداد عدد که پشت سر هم قرار بگیرند را دنباله میگی .

تمرین

۱. در یک الگوی خطی جمله چهارم و دهم به ترتیب ۱۷ و ۴۱ است . جمله عمومی این دنباله را بنویسید .

۲. در یک الگوی خطی جمله هشتم و سیزدهم به ترتیب برابر ۴۷ و ۷۲ است . جمله بیستم برابر چند است ؟

شما می توانید با عضویت در کانال ،سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد

۳. در یک دنباله خطی جمله پنجم و دهم به ترتیب برابر ۱۷ و ۳۲ است. جمله بیستم را بیابید.

۴. پنج جمله اول دنباله های زیر را بنویسید.

a) $a_n = (-1)^n 2^n$

b) $e_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$

c) $d_n = -n^2 + 8n$

d) $b_n = (n + 2)^{-2}$

در س چهارم: دنباله های حسابی و هندسی

❖ مطالبی که باید به اونها مسلط بشی

✓ دنباله حسابی

✓ دنباله هندسی

❖ دنباله حسابی

به دنباله ای گفته می شه که هر جمله آن با افزودن مقداری ثابت به جمله قبلی به دست بیاد. به این مقدار ثابت قدر نسبت می گیم و با حرف d نشون میدیم

❖ جمله عمومی

فرض کن a جمله اول و d قدر نسبت و a_n جمله عمومی یک دنباله حسابی باشه بگو خب! در این صورت داری:

$$* t_n = t_1 + (n - 1) \times d$$

👉 به جز این فرمول باز هم فرمول دیگه هم تو دنباله حسابی پیدا میشه؟ آیا؟

👉 بله تعداد زیادی فرمول میشه پیدا کرد که من اونها را برات تو یه جدول

میارم ولی سعی کن فرمول ها را بفهمی. بگو خب

1. قدر نسبت	• d
2. جمله اول	• a
3. جمله عمومی	• $a_n = a + (n - 1)d$
4. رابطه تعیین قدر نسبت با داشتن دو جمله دلخواه	• $d = \frac{a_n - a_m}{n - m}$
5. تعداد جمله های دنباله حسابی با داشتن دو جمله	• $n = \frac{a_n - a}{d} + 1$
6. رابطه بین سه جمله متوالی a, b, c	• $2b = a + c$
7. درج n واسطه حسابی بین دو عدد a, b	• $n = \frac{b - a}{n + 1}$
8. جملات متساوی الفاصله $(m + n = p + q)$	• $a_m + a_n = a_p + a_q$
9. جملات متساوی الفاصله $(m + n = 2p)$	• $a_m + a_n = 2a_p$

👉 منظور از a دیگه چیه اینجا؟

چرا عصبانی میشی! توی بعضی کتاب ها جمله اول را با a نشون میدن. منظور همون t_1 یا a_1 میباشد.

۱. در یک دنباله حسابی قدر نسبت $\frac{-3}{4}$ و جمله بیست و پنجم برابر ۱۲ است. جمله اول را بیابید.

تمرین

۲. در یک دنباله حسابی جمله اول ۲- و قدر نسبت ۱۴ است. نخستین جمله ای که از ۵۰۰ بزرگ تر است را مشخص کنید.

شما می توانید با عضویت در کانال، سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد

۳. مجموع سه جمله اول یک دنباله حسابی ۳ و مجموع سه جمله بعدی آن ۲۱ است. این دنباله را مشخص کنید.

۴. در یک مثلث قائم الزاویه اندازه های ضلع ها دنباله حسابی اند اگر مساحت مثلث ۴۸ واحد سطح باشد اندازه هر یک از اضلاع را بیابید.

۵. در یک دنباله حسابی جمله هشتم پانزده برابر جمله اول است. نسبت بین جمله اول و قدر نسبت را به دست آورید.

۶. سه عدد تشکیل دنباله حسابی می دهند. اگر مجموع آنها برابر ۱۵ و حاصل ضرب آنها برابر ۱۰۵ باشد این سه عدد را بیابید.

شما می توانید با عضویت در کانال، سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد

۷. در دنباله حسابی و 200 و 204 و 208 جمله چندم برابر صفر است؟

۸. در یک دنباله حسابی مجموع سه جمله اول برابر ۲۷ و مجموع مربعات آنها برابر ۲۹۳ است. قدر نسبت این دنباله را بیابید.

۹. بین دو عدد ۴ و ۳۶ سه واسطه حسابی درج کنید. (به عبارت دیگر بین این دو عدد سه عدد طوری قرار دهید که پنج عدد حاصل تشکیل دنباله حسابی دهند.)

۱۰. در یک دنباله حسابی که دارای n جمله است. مجموع سه جمله اول برابر $6\sqrt{2}$ و مجموع سه جمله آخر برابر $60\sqrt{2}$ است. اگر داشته باشیم $a_{15} = \frac{3}{2}a_{10}$ این دنباله چند جمله دارد؟

۱۱. در یک دنباله حسابی داریم: $a_5 + a_6 + a_7 + a_8 + a_9 = 120$ و $a_{13} + a_{18} = 18$ است. جمله ۳۰ام دنباله را بیابید.

۱۲. فرض کنید r^2 و q^2 و p^2 سه جمله متوالی یک دنباله حسابی باشند. نشان دهید که سه عدد $\frac{1}{p+q}$ و $\frac{1}{r+p}$ و $\frac{1}{q+r}$ نیز سه جمله متوالی یک دنباله حسابی اند.

۱۳. در دنباله حسابی و -152 و -161 و -170 چند جمله منفی وجود دارد؟

۱۴. مجموعه A شامل صد جمله اول یک دنباله حسابی با جمله اول ۳ و قدر نسبت ۴ است و مجموعه B شامل صد جمله اول یک دنباله حسابی با جمله ۵ و قدر نسبت ۶ است. مطلوب است با $n(A \cup B)$.

۱۵. در یک دنباله حسابی $2a_1 + a_2 - 3a_4 = 10$ قدر نسبت این دنباله چقدر است؟ (آزاد ۹۰ تجربی)

$$\triangleright \left(1\right) \frac{5}{4} \quad \left(2\right) \frac{-5}{4} \quad \left(3\right) 2 \quad \left(4\right) -2$$

✍

۱۶. دنباله حسابی $100, 96, 92, \dots, -20$ چند جمله دارد؟

- a) ۲۹
- b) ۳۰
- c) ۳۱
- d) ۳۲

❖ بیشتر بدانیم

★ مجموع جملات دنباله حسابی

• $S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$	1. مجموع n جمله اول با داشتن جمله اول و آخر
• $S_n = \frac{n(2a + (n-1)d)}{2}$	2. مجموع n جمله اول با داشتن جمله اول و قدر نسبت
• $S_n = na_k$	3. اگر a_k جمله وسط در n جمله اول باشد
• $S_n = An^2 + Bn$	4. صورت کلی مجموع n جمله اول

☞ به چند مجموع مهم توجه کنید .

- a) $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$
- b) $1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$
- c) $2 + 4 + \dots + 2n = n(n + 1)$

۱۷. اعداد طبیعی فرد را به طریقی دسته بندی می کنیم که تعداد جملات هر دسته برابر با شماره آن دسته باشد. جمله آخر در دسته بیستم کدام است؟ (سراسری ریاضی خارج کشور ۹۱)

➤ ۴۱۵(۱) ۴۱۹(۲) ۴۲۱(۳) ۴۲۳(۴)

✍

۱۸. اعداد طبیعی فرد را به گونه ای دسته بندی می کنیم که تعداد جملات در هر دسته برابر شماره آن دسته باشد. مجموع دو جمله اول و آخر دسته سی ام کدام است؟ (تجربی ۹۴)

- a) ۱۷۰۰
- b) ۱۷۵۰
- c) ۱۸۰۰

شما می توانید با عضویت در کانال ،سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد

d) ۱۸۵۰

۱۹. مجموع n جمله اول یک دنباله عددی از رابطه $S_n = n^2 + 2n$ به دست می آید. مجموع جملات هفتم و هشتم و نهم چقدر است

- a) ۷۲
- b) ۵۱
- c) ۳۶
- d) ۷۶

۲۰. در یک دنباله عددی جمله n ام به صورت $a_n = \frac{3}{2}n - 5$ است. مجموع ۱۵ جمله اول این دنباله کدام است؟ (سراسری تجربی ۸۹)

➤ ۱۳۵(۴) ۱۲۰(۳) ۱۰۵(۲) ۹۰(۱)

✍

۲۱. در یک دنباله عددی مجموع بیست جمله اول سه برابر مجموع دوازده جمله اول آن است. اگر جمله سوم برابر ۶ باشد. جمله دهم کدام است؟ (سراسری ریاضی ۹۰)

➤ ۳۸(۴) ۳۶(۳) ۳۴(۲) ۳۲(۱)

۲۲. مجموع n جمله اول از یک دنباله عددی به صورت $S_n = \frac{n(n-15)}{6}$ است. در این دنباله مجموع جملات با شروع از جمله هفتم و ختم به جمله هجدهم کدام است؟ (سراسری ریاضی خارج کشور ۹۰)

➤ ۱۸(۴) $\frac{49}{3}$ (۳) $\frac{29}{3}$ (۲) ۹(۱)

✍

❖ دنباله هندسی

به دنباله ای می‌گیم که هر جمله آن با ضرب مقداری ثابت در جمله قبلی به دست بیاد. به این مقدار ثابت قدر نسبت می‌گیم و با حرف r نشون میدیم.

👉 توجه کن: در بعضی کتاب‌ها قدر نسبت را با حرف q نشون میدیم.

👉 آیا میتونیم بگیم اگه جمله اول و قدر نسبت را داشته باشیم دنباله مشخص میشه؟

👉 افرین. بله درسته.. با داشتن جمله اول و قدر نسبت همیشه همه جمله‌ها را به دست میاد. به عبارت دیگه اگه بهت گفتن که دنباله را مشخص کن یعنی جمله اول و قدر نسبت را مشخص کن. بگو خب!

1. قدر نسبت	• q
2. جمله اول	• a
3. جمله عمومی	• $a_n = a \times q^{n-1}$
4. رابطه تعیین قدر نسبت با داشتن دو جمله دلخواه	• $q^{m-n} = \frac{a_m}{a_n}$
5. رابطه بین سه جمله متوالی a, b, c	• $b^2 = a \times c$
6. درج n واسطه هندسی بین دو عدد a, b	• $q^{n+1} = \frac{b}{a}$
7. قانون اندیس‌ها $(m + n = p + q)$	• $a_m \times a_n = a_p \times a_q$

تمرین

۱. در دنباله هندسی ... و $\frac{1}{2}$ و $\frac{1}{4}$ و $\frac{1}{8}$ جمله دهم دنباله را بنویسید.

۲. جمله دوم یک دنباله هندسی ۶- و جمله پنجم آن ۴۸ است جمله هفتم دنباله را بیابید .

۳. در یک دنباله هندسی جمله هفتم ۸ برابر جمله چهارم است . اگر جمله سوم ۱۲ باشد این دنباله را مشخص کنید .

۴. جمله عمومی یک دنباله هندسی $\frac{1}{2^{n-3}}$ است ، این دنباله را مشخص کنید .

۵. در یک دنباله هندسی مجموع جملات اول و سوم ۲۰ و نسبت جمله پنجم به جمله دوم ۲۷ است . دنباله را مشخص کنید .

شما می توانید با عضویت در کانال ، سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد

۶. در دنباله ... و $\frac{\sqrt{2}}{4}$ و $\frac{1}{2}$ و $\frac{\sqrt{2}}{2}$ جمله چندم برابر $\frac{1}{128}$ است؟

۷. در یک دنباله هندسی جمله اول ۱۰ و قدر نسبت ۱۵ است نخستین جمله ای که از ۱۰۰۰۰ بزرگ تر است را بیابید.

۸. در یک دنباله هندسی جمله یازدهم ۲۷ برابر جمله هشتم است. اگر جمله پنجم ۵۶۷- باشد قدر نسبت و جمله اول را حساب کنید.

شما می توانید با عضویت در کانال ،سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد

۹. مقدار p را چنان بیابید که $p - 2$ و $p + 4$ سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی باشند.

۱۰. مقدار k را چنان بیابید که $k-2, k+1, k+2$ سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی باشند.

۱۱. سه عدد $5 + a$ و $4a + 2$ و $10a - 4$ تشکیل دنباله هندسی می دهند. مقدار a را بیابید.

۱۲. سه عدد $81^{\frac{15}{4}}$ و 3^{b^2} و 3^b تشکیل دنباله هندسی می دهند. مقدار b را بیابید.

۱۳. پنج واسطه هندسی بین اعداد ۱ و ۶۴ درج کنید .

۱۴. جمعیت روستایی ۱۰۰۰ نفر است . اگر جمعیت این روستا هر سال به اندازه $\frac{1}{10}$ جمعیت سال قبل شود پس از ۴ سال چند نفر در این روستا زندگی می کنند ؟

۱۵. چه عددی به اعداد ۱ و ۷ و ۲۲ می توان اضافه کرد تا عدد های حاصل دنباله هندسی تشکیل دهند .

۱۶. توپی را از ارتفاع ۸ متری رها می کنیم اگر این توپ پس از هر بار زمین خوردن $\frac{1}{2}$ بار قبلی به بالا بیاید .

الف) دنباله حاصل از پایین آمدن این توپ را بنویسید .

شما می توانید با عضویت در کانال ، سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد

ب) این توپ در مرحله دهم چقدر پایین می آید .

۱۷. در یک دنباله حسابی جملات اول و پنجم . یازدهم به ترتیب سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی صعودی اند . قدر نسبت این دنباله کدام است؟ (سراسری ریاضی خازج کشور ۹۰)

$$\left. \begin{array}{l} \frac{3}{2}(۴) \quad ۲(۳) \quad \frac{5}{4}(۲) \quad \frac{6}{5}(۱) \end{array} \right\} \begin{array}{l} \triangleright \\ \otimes \end{array}$$

۱۸. در یک دنباله عددی جملات سوم و هفتم و نهم می توانند سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی باشند چندین جمله این دنباله

صفر است؟ (سراسری تجربی ۸۸)

$$\left. \begin{array}{l} ۱۲(۴) \quad ۱۱(۳) \quad ۱۰(۲) \quad ۱۹۹ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \triangleright \\ \otimes \end{array}$$

۱۹. در یک دنباله هندسی مجموع سه جمله متوالی ۱۹ و حاصل ضرب آنها ۲۱۶ است . تفاضل کوچکترین و بزرگترین این سه عدد کدام است؟ (سراسری تجربی ۹۰)

$$\left. \begin{array}{l} ۷(۴) \quad ۶(۳) \quad ۵(۲) \quad ۴(۱) \end{array} \right\} \begin{array}{l} \triangleright \\ \otimes \end{array}$$

شما می توانید با عضویت در کانال ،سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد

۲۰. جملات دوم و پنجم و دوازدهم از یک دنباله حسابی می توانند سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی باشند قدر نسبت دنباله هندسی کدام است؟ (سراسری تجربی ۹۲)

$$\left(1 \frac{5}{3}, 2 \frac{7}{4}, 3 \frac{9}{4}, 4 \frac{7}{3} \right) \triangleright$$

بیشتر بدانیم

★ مجموع n جمله اول یک دنباله هندسی

$$\diamond S_n = \frac{a(1-q^n)}{1-q}$$

☞ اگر $|q| < 1$ آنگاه حد مجموع جملات از رابطه $S = \frac{a}{1-q}$ به دست می آید.

$$\diamond \frac{S_{2n}}{S_n} = 1 + q^n$$

۲۱. در یک دنباله هندسی نزولی مجموع مجذورات تمام جملات برابر $\frac{2}{3}$ مجذور مجموع تمام جملات آن است قدر نسبت این دنباله کدام است؟ (تجربی ۹۵ خارج)

- a) 0/2
- b) 0/25
- c) 0/3
- d) 0/4

۲۲. در یک دنباله هندسی نزولی هر جمله آن نصف مجموع تمام جملات بعدی است. قدر نسبت آن کدام است؟ (تجربی ۹۵ داخل)

- a) $\frac{1}{3}$
- b) $\frac{1}{2}$
- c) $\frac{2}{3}$
- d) $\frac{3}{4}$

۲۳. به ازای یک مقدار x اعداد $x^2 - 2x$ و $x^2 + 4$ به ترتیب سه جمله اول از دنباله هندسی نزولی اند. مجموع هفت جمله اول این دنباله کدام است؟ (سراسری تجربی ۹۳)

شما می توانید با عضویت در کانال، سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد

$$\frac{127}{8}(۴) \quad \frac{63}{4}(۳) \quad \frac{125}{16}(۲) \quad \frac{117}{16}(۱) \quad \triangleright$$

۲۴. در دنباله هندسی ... و ۴ و ۲ و ۱ مجموع چهارده جمله اول چند برابر مجموع هفت جمله اول آن است؟ (سراسری تجربی خارج کشور ۹۰)

$$۱۲۹(۴) \quad ۱۲۷(۳) \quad ۶۳(۲) \quad ۶۵(۱) \quad \triangleright$$

۲۵. در یک دنباله هندسی مجموع سه جمله اول ۱۳۶ و مجموع شش جمله اول آن ۱۵۳ است. جمله اول چند برابر جمله پنجم است؟ (سراسری ریاضی ۸۹)

$$۱۶(۴) \quad ۹(۳) \quad ۸(۲) \quad \frac{81}{16}(۱) \quad \triangleright$$

۲۶. در یک دنباله هندسی به صورت ... $4, a, 9, b, \dots$ مجموع شش جمله اول کدام است؟ (سراسری ریاضی خارج کشور ۸۹)

$$83\frac{1}{8}(۴) \quad 82\frac{3}{8}(۳) \quad 81\frac{7}{8}(۲) \quad 81\frac{3}{8}(۱) \quad \triangleright$$



شما می توانید با عضویت در کانال ،سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد