



0912 004 1804 - 0939 346 3778

@pmm\_kourosh\_mirizadeh

@kourosh\_mirizadeh



سوالات کنکور ریاضی سال ۹۷

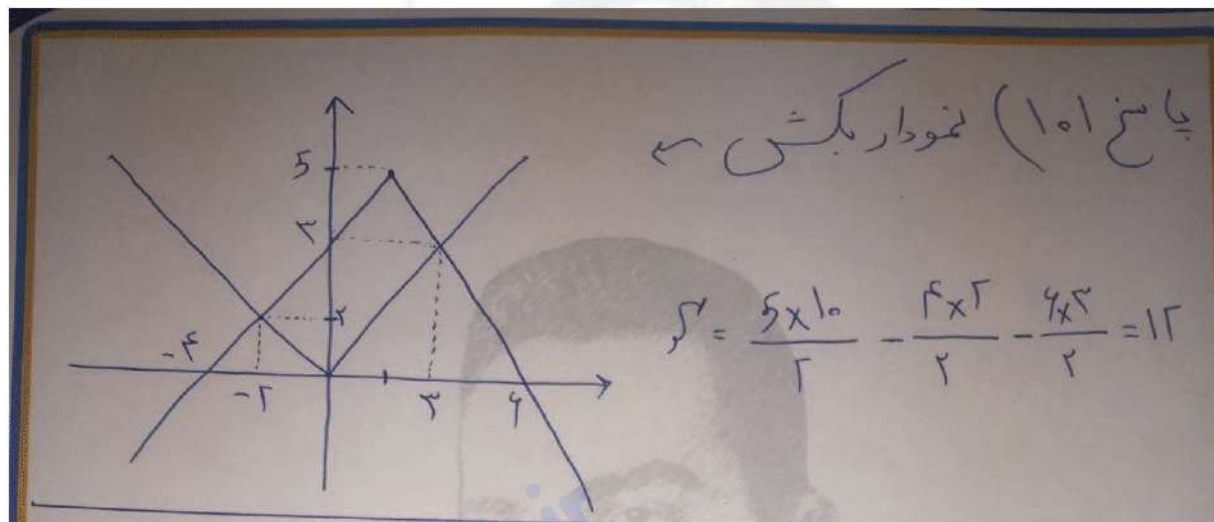
۱۰۱- مساحت ناحیه ی محدود به نمودارهای دو تابع  $y = |x|$  و  $y = 5 - |x - 1|$  ،  
کدام است ؟

12 (۴)

10 (۳)

9 (۲)

8 (۱)



۱۰۲- یک قایق کاملاً بادی ، روزانه ۵ درصد بادش را از دست میدهد. باد این قایق پس  
از چند روز ، به نصف باد روز اول میرسد ؟ ( $\log 19 = 1/287$  و  $\log 2 = 0/301$ )

25 (۴)

21/5 (۳)

18/5 (۲)

17 (۱)

پاسخ ۱۰۲) تحلیل کنی که روزانه  $\frac{1}{5}$  بادش را از دست می‌دهد پس هر روزی  $\frac{1}{95}$  مقدار اولیه باقی می‌ماند بطور مثال در روز اول  $\frac{1}{95}$  (مقدار اولیه) و روز دوم  $\frac{1}{95} \times \frac{1}{95}$  خواهد بود پس در روز  $t$  که قرار است نصف مقدار اولیه  $(\frac{1}{2})$  باشد:

$$\left(\frac{1}{95}\right)^t \times x = \frac{1}{2} \times x$$

$$\left(\frac{19}{100}\right)^t = \frac{1}{2} \xrightarrow{\text{Log}} t (\text{Log } 19 - \text{Log } 100) = \text{Log } \frac{1}{2}$$

$$t(1,287 - 1,301) = -0,301 \rightarrow t = 21,5$$

۱۰۳- از رابطه ی  $\log(x+2) + \log(2x-1) = \log(4x+1)$  مقدار لگاریتم  $(2x+5)$  در پایه ی ۴، کدام است؟

۱/5 (۴)

1/25 (۳)

0/75 (۲)

0/5 (۱)

پاسخ ۱۰۳

$$\text{L.o.g}(x+2)(2x-1) = \text{L.o.g} 4x+1$$

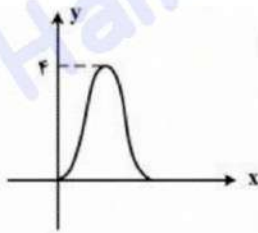
$$\Rightarrow (x+2)(2x-1) = 4x+1 \Rightarrow 2x^2 - x - 5 = 0$$

$$\Delta = 25 \rightarrow x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{25}}{4} = \frac{3}{4} \text{ و } \frac{-1}{4}$$

غرفه قف

$$\Rightarrow \text{L.o.g}_{\frac{3}{4}} 2x^{\frac{3}{4}} + 5 = \text{L.o.g}_{\frac{3}{4}}^{\wedge} = \frac{3}{4} -$$

۱۰۴- شکل زیر نمودار تابع  $y = a + b \cos(\frac{\pi}{2}x)$ ، در بازه  $(0, 4)$  است.  $b$  کدام است؟



- (۱) -2  
 (۲) -1  
 (۳) 1  
 (۴) 2

پاسخ ۱۰۴

نمودار را طراح برعکس کرده  
 و آواسد به سمت بالا برده

$\pm 2 \leftarrow b \cos \frac{\pi}{2} x$

$a = 2$

مصرف  $(0, 0) \rightarrow a - b = 0 \xrightarrow{a=2} b = -2$



۱۰۵- معادله ی  $(x^2 - 2x^2) - (x^2 - 2x) = 2$ ، چند ریشه حقیقی متمایز دارد؟

3(۴)

2(۳)

2(۲)

1(۱)

پاسخ ۱۰۵

$$t^2 - t - 2 = 0 \rightarrow t = 2, -1$$

$$\begin{cases} x^2 - 2x = 2 \rightarrow x^2 - 2x - 2 = 0 & \Delta < 0 \\ x^2 - 2x = -1 \rightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 & \Delta = 0 \end{cases}$$

ریشه ۲  
ریشه ۱

۱۰۶- اگر  $f(x) = x + |x|$  و  $g(x) = |x + 1| + 1$ ؛ آنگاه برد تابع  $(\frac{f}{g})(x)$ ، کدام است؟

[1, +∞) (۴)

[0, +∞) (۳)

[0, 2) (۲)

[0, 1) (۱)

پاسخ ۱۰۶

باتوجه به اینکه تابع  $g$  هیچگاه صفر نخواهد شد پس  
برد تابع  $\frac{f}{g}$  هرگز بی نهایت نخواهد بود و گ  $g \leq 2$  و  $g \geq 1$   
باتوجه به اینکه حد در بی نهایت  $\frac{f}{g}$  می شود  $g = 2$  و  $g \leq 2$  ✓

۱۰۷- کدامیک از تابع های زیر یک به یک است ؟

$g(x) = x - \sqrt{x}$  (۲)       $f(x) = x + \sqrt{x}$  (۱)

$p(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$  (۴)       $h(x) = 2x + \frac{1}{x}$  (۳)

پاسخ ۱۰۷) گزینه ی ۱ به ازای  $x=1$  و  $x=0$  در دو دهه  $y=0$  پس  
 یک به یک نیست از طرفی گزینه ی ۳ به ازای  $x=1$  و  $x=\frac{1}{2}$  در دو دهه  $y=3$   
 پس یک به یک نیست و گزینه ی ۴ به ازای  $x=0$  در دو دهه  $y=0$  و  
 به ازای  $x=1$  در دو دهه  $y=\frac{1}{2}$  و در بینهایت در دو دهه  $y=0$  پس نمودار  
 ایسی تابع از لحاظ صعودی و نزولی بودن نشان دارد پس  
 یک به یک نیست  $\Rightarrow$  د ۱  
 راه دوم: گزینه ی ۱ مشخص است که مشتق همواره  
 مثبتی دارد  $\Rightarrow$  اکیداً صعودی  $\Rightarrow$  یک به یک

۱۰۸- جواب کلی معادله ی مثلثاتی  $\sin 2x \sin 4x + \sin^2 x = 1$  کدام است ؟

$\frac{k\pi}{6}$  (۴)       $k\pi - \frac{\pi}{6}$  (۳)       $(2k+1)\frac{\pi}{6}$  (۲)       $k\pi + \frac{\pi}{6}$  (۱)

پاسخ ۱۰۸) گ اولی ✓ در تابع صدق می کند

$K=0$  ۴ راجحه کسی

- $\frac{\pi}{6}$   $\rightarrow$  گ اولی ✓ در تابع صدق می کند
- $-\frac{\pi}{6}$   $\rightarrow$  گ ۳ ✗ در تابع صدق نمی کند
- $0$   $\rightarrow$  گ ۴ ✗ در تابع صدق نمی کند

$K=1$  اولویت با کوسین

- گزینه ۱  $\rightarrow$   $\pi + \frac{\pi}{6} = \frac{7\pi}{6}$
- گزینه ۲  $\rightarrow$   $\frac{3\pi}{6} = \frac{\pi}{2}$

مورد مورد اولی  $\rightarrow$  کوچکتر از ۱۲۰ است پس می توانیم چک کنیم

۱۰۹- حاصل  $\cos^{-1}\left(\frac{3}{2} \cot \frac{11\pi}{3}\right)$  ، کدام است ؟

$\frac{5\pi}{6}$  (۴)

$\frac{\pi}{3}$  (۳)

$-\frac{\pi}{6}$  (۲)

$-\frac{\pi}{3}$  (۱)

۱۱۰- حاصل  $\lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{4}} \frac{1 - \tan^2 x}{\sqrt{1 + \sin 2x}}$  ، کدام است ؟

- $2\sqrt{2}$  (۴)       $\sqrt{2}$  (۳)       $-\sqrt{2}$  (۲)       $-2\sqrt{2}$  (۱)

پاسخ (۱۱۰) مبهم  $\div$  است اما زیر رادیکال صورت اول رادیکال را  
 برص داریم (خطی خطی تمیز کرده بودیم) سپس Hop :

$$\lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{4}^-} \frac{1 - \tan^2 x}{\sqrt{(\sin x + \cos x)^2}} = \lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{4}^-} \frac{1 - \tan^2 x}{|\sin x + \cos x|} = \lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{4}^-} \frac{1 - \tan^2 x}{\sin x + \cos x}$$

Hop  $\rightarrow \frac{-2 \tan x (1 + \tan^2 x)}{\cos x - \sin x} \Big|_{x = \frac{3\pi}{4}^-} = -2\sqrt{2}$

۱۱۱- اگر  $f(x) = \sqrt{x^2 - [x]} + |x|$  باشد،  $\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$  ، کدام است ؟

- $\frac{5}{2}$  (۴)       $\frac{3}{2}$  (۳)       $\frac{5}{4}$  (۲)       $\frac{1}{2}$  (۱)

پاسخ (۱۱۱) کسری که طراح داده کسری تعریف مشتقات که می شود  
 $f'(1)$  که اگر در صورت کسری تعریف حد در بیرون متوجه ازرای بود  
 مشتق خواهمی شد  $\Leftarrow$   
 $f'_+(1) = ?$

برای ازرای  $f(x) = \sqrt{x^2 - 1 + x}$  بعد از  $\perp$   
 $f'(x) = \frac{2x+1}{2\sqrt{x^2-1+x}}$   
 $f'(1) = \frac{3}{2}$

۱۱۲- نقطه ی  $M(x, 2)$  بر روی خط  $y = 2$  متغیر است. زاویه ی خطی که نقطه ی  $M$  را به مبدا مختصات وصل کند با جهت مثبت محور  $x$  ها،  $\alpha(x)$  است. آهنگ تغییرات  $\alpha$  نسبت به تغییر  $x$ ، در لحظه  $x = 4$  کدام است؟

0/15(۴)

0/05(۳)

-0/1(۲)

-0/2(۱)



چشم خدایش یاد تو نه سر جمع بندی است  
 نزد بیا رو در باز حل کردم براتون طرام  
 عین همین سوال رو آورده:

پاسخ (۱۱۲)

$$\tan(\alpha x) = \frac{2}{x}$$

مشتق بر حسب  $x$  یاد تاز

$$(1 + \tan^2(\alpha x)) \times \alpha' = \frac{-2}{x^2}$$

$x=4$   
 $\tan \alpha = \frac{2}{4}$   
 $(1 + \frac{1}{4}) \times \alpha' = \frac{-2}{16}$   
 $\alpha' = -\frac{1}{4}$

۱۱۳- به ازای اعداد طبیعی  $n \geq n_0$  فاصله نقاط دنباله  $\left\{ \frac{2n^2+1}{n^2+2n} \right\}$  از نقطه همگرایی خود، کمتر از  $0/04$  است. کوچکترین مقدار  $n_0$  کدام است؟

- 96 (۱)      97 (۲)      98 (۳)      99 (۴)

۱۱۴- دنباله ی  $\left\{ \left(1 + \frac{1}{n^2}\right)^n \right\}$  ، به کدام عدد، همگراست؟

- $\frac{1}{e}$  (۴)      1 (۳)       $\frac{1}{2}e$  (۲)       $\sqrt{e}$  (۱)

پاسخ ۱۱۴) اولاً درگزینه‌ها  $e$  داریم درمی‌شود  $a^\infty$  به  $e$  می‌شوند  $x$  می‌شوند

$$\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} e^{\frac{1}{n^2} x^n} = e^{\frac{1}{n}} = e^0 = 1$$

۱۱۵- تابع با ضابطه  $f(x) = \begin{cases} \frac{x - [x]}{x^3 - x - 6} & ; x \neq 2 \\ a & ; x = 2 \end{cases}$  به ازای کدام مقدار  $a$ ، در بازه  $y$  پیوسته است؟  $[2, 3)$

$\frac{1}{6}$  (۴)

$\frac{1}{8}$  (۳)

$\frac{1}{9}$  (۲)

$\frac{1}{11}$  (۱)

پاسخ ۱۱۵) در بازه‌ها داده شده باید پیوستگی راست  $x=2$  را چک کرد:

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \frac{0}{0} \xrightarrow{\text{H.o.P}} \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{1}{3x^2 - 1} \xrightarrow{x=2} \left( \frac{1}{11} \right)$$

$f(2) = a$  پیوسته باشد  $\rightarrow a = \frac{1}{11}$

Hankelasi.ir

۱۱۶- تعداد نقاط ناپیوسته نمودار تابع با ضابطه  $f(x) = \frac{3-\sqrt{x+4}}{1+\sqrt[3]{x+1}} + \frac{1}{x+5}$  ، کدام است ؟

- (۱) صفر      ۱(۲)      ۲(۳)      ۳(۴)

پاسخ (۱۱۶) در توابع با محدودیت دامنه نقطه‌ای ناپیوسته نداریم  
 ✓ ← ۱

۱۱۷- خط راستی بر نمودار تابع  $y = x^3 - 2x^2 + 3x$  مماس شده و از آن عبور میکند. شیب این خط، کدام است ؟

- (۱)  $-\frac{2}{3}$       (۲)  $\frac{2}{3}$       (۳)  $\frac{4}{3}$       (۴)  $\frac{5}{3}$

پاسخ (۱۱۷) خطی که بنویسم بر درجه ۳ مماس شود و از آن فقط عبور کند بی‌شک در نقطه‌ای عطف این اتفاق خواهد افتاد و  
 عطف درجه ۳:  $x = \frac{-b}{3a} = \frac{2}{3}$   
 $y' = 3x^2 - 4x + 3 \xrightarrow{x=\frac{2}{3}} y'(\frac{2}{3}) = m = \frac{5}{3}$

۱۱۸- خط قائم بر نمودار  $f(x) = \frac{\cos 2x}{2 - \sin x}$  ، در نقطه تلاقی منحنی با محور  $y$  ها ،  
 نیمساز ناحیه اول را با کدام طول ، قطع میکند؟

0/5 (۴)

0/3 (۳)

0/2 (۲)

0/1 (۱)

یا سنخ ۱۱۸) نقطه تلاقی با محور  $y$  ما یعنی  $x=0$   $y = \frac{1}{3}$  نقطه تلاقی

$$y' = \frac{-2 \sin 2x \times (2 - \sin x) - (-\cos x)(\cos 2x)}{(2 - \sin x)^2} \quad x=0 \rightarrow \left(\frac{1}{3}\right)_m$$

$m_{\text{مماس}} = \frac{1}{3} \rightarrow m = -4$  نقطه تلاقی

معادله قائم  $y - \frac{1}{3} = -4(x - 0) \rightarrow y = -4x + \frac{1}{3}$

تلاقی با  $y=x$  در تقاطع این است.  $y=x$

۱۱۹- از رابطه  $y + xy^2 + x = 7$  ، مقدار  $\frac{d^2y}{dx^2}$  در نقطه  $(1,2)$  ، کدام است؟

$\frac{3}{2}$  (۴)

$\frac{6}{5}$  (۳)

$\frac{4}{5}$  (۲)

$\frac{3}{4}$  (۱)

پاسخ (۱۱۹) از رابطه‌ی ضمیمه بران مشتق دوم از طرفی بر حسب  $x$  مشتق بگیریم:

$$y' + y^2 + 2yy'x + 1 = 0 \quad \xrightarrow{\substack{x=1 \\ y=2}} y'_{(1)} = -1$$

مشتق

$$y'' + 2yy' + 2(y'^2x + y''yx + yy') = 0$$
$$\xrightarrow{\substack{y=2, x=1 \\ y'_{(1)} = -1}} y''_{(1)} = \frac{+6}{5}$$

۱۲۰- تابع  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  در  $\mathbb{R}$  مشتق پذیر از مرتبه ی دوم است . به ازای هر عدد حقیقی  $x$  تابع  $g(x) = f(4-x^2)$  است . اگر  $f^{-1}(1) = -5$  و  $f''(1) = -1$  باشد، مقدار  $g''(\sqrt{3})$  ، کدام است ؟

3(۴)

2(۳)

-2(۲)

-3(۱)

۱۲۰- نت غلط است.

۱۲۱- نقطه  $M(x, y)$  بر روی منحنی به معادله  $y = x\sqrt{x}$  ، طوری حرکت می کند که فاصله ی آن از مبدأ مختصات با سرعت  $1/3$  واحد بر ثانیه زیاد میشود . مقدار  $\frac{dx}{dt}$  در نقطه ای به طول ۸ ، کدام است ؟

- 0/6(۴)      0/4(۳)      0/3(۲)      0/2(۱)

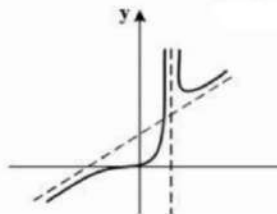
پاسخ (۱۲۱)  $T = \sqrt{x^2 + y^2}$  تدریجاً  $\rightarrow$  کس

$T'(x) = \frac{2x x' + 2y y'}{2\sqrt{x^2 + y^2}}$  مشتق  $\rightarrow$  ربوب زمان

$x=8 \rightarrow \frac{1}{3} = \frac{16x^{1/2}x'}{48}$

$\Rightarrow x' = \frac{1}{2}$

۱۲۲- شکل زیر، نمودار تابع  $y = \frac{x^3 + ax^2}{x^2 + bx + 1}$  است. مقدار مینیمم نسبی تابع کدام است؟



- 6(۲)      4/5(۱)  
 6/75(۴)      6/25(۳)

پاسخ ۱۲۲) تابع در  $x=0$  مکرر فرد دارد  $a=0$   
 منجر ریشه‌ی معکوف (در دو طرف می‌نب تغییر علامت ندارد) مثبت دارد  
 $b = -2$

$$y = \frac{x^3}{(x-1)^2} \xrightarrow{\text{HOP}} \frac{x^2}{2(x-1)}$$

برای  $x=3$

$$\Rightarrow \frac{x}{x-1} = \frac{2}{1} \rightarrow x = 3$$

برای  $f(3) = 9,75 \text{ min}$

۱۲۳- مقدار متوسط ( میانگین ) تابع  $f(x) = \frac{2x-1}{\sqrt{x}}$  ، بر بازه ی  $[1,4]$  ، کدام است ؟

$\frac{8}{3}$  (۴)

$\frac{22}{9}$  (۳)

$\frac{7}{3}$  (۲)

$\frac{17}{9}$  (۱)

۱۲۴- اگر  $f(x) = x \int_3^{x^2} \frac{dx}{\sqrt{x^2-1}}$  باشد،  $f'(\sqrt{3})$  کدام است؟

- 6 (۴)                      4/5 (۳)                      4 (۲)                      3 (۱)

پاسخ ۱۲۴ (عامل صفر شوند)

$f(x) = x \int_3^{x^2} \frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$  (غیر عامل)

$x = \sqrt{3}$

$\frac{1}{\sqrt{x^2-1}} \times x^2 \times x$

$\sqrt{3} \times \frac{1}{1} \times 2\sqrt{3} = 3$

یادته کیدجاری باحال براس مشتق انتگرال معین می گننم!!!!